106 年大學入學指定科目考試
數學乙試題

第壹部分：選擇題（佔 76 分）

一、單選題（佔 18 分）

1. 設 $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ 為實係數多項式函數。若 $f(1)=f(2)=0$ 且 $f(3)=4$，則 $a+2b+c$ 的值是下列哪一個選項？
   (1) 1　(2) 2　(3) 3　(4) 4　(5) 5。

2. 下列哪一個選項的值最大？
   (1) $\log_2 3$　(2) $\log_4 6$　(3) $\log_8 12$　(4) $\log_{16} 24$　(5) $\log_{32} 48$。

3. 有一個不公正的骰子，投擲一次出現1點的機率與出現3點的機率之和是0.2，出現2點的機率與出現4點的機率之和是0.4，出現5點的機率與出現6點的機率之和是0.4。試選出正確的選項：
   (1)出現1點的機率是0.1　(2)出現4點的機率大於出現3點的機率
   (3)出現偶數點的機率是0.5　(4)出現奇數點的機率小於0.5
   (5)投擲點數的期望值至少是3。

二、多選題（佔 40 分）

4. 考慮實數 a、b、c，其中 $a\neq 0$。令 Γ 為 $y=ax^2+bx+c$ 的圖形。試選出正確的選項：
   (1)若 $a>0$，則 Γ 會通過第一象限　(2)若 $a<0$，則 Γ 會通過第一象限
   (3)若 $b^2-4ac>0$，則 Γ 會通過第一象限　(4)若 $c>0$，則 Γ 會通過第一象限
   (5)若 $c<0$，則 Γ 會通過第一象限。

5. 設 a_1，a_2，……，a_n，……是一公比為 $\frac{1}{2}$ 的無窮等比數列且 $a_1=1$。
   試問以下哪些數列會收斂？
   (1) $-a_1$，$-a_2$，……，$-a_n$，……　(2) a_1^2，a_2^2，…，a_n^2，……
   (3) $\sqrt{a_1}$，$\sqrt{a_2}$，……，$\sqrt{a_n}$，……　(4) $\frac{1}{a_1}$，$\frac{1}{a_2}$，……，$\frac{1}{a_n}$，……
   (5) $\log a_1$，$\log a_2$，……，$\log a_n$，……。

6. 坐標平面上，Γ_1 為 $y=\log_2 x$ 的圖形，Γ_2 為 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形。
   下列關於 Γ_1 與 Γ_2 的敘述，試選出正確的選項：
   (1) Γ_1 的圖形凹口向下　(2) Γ_2 的圖形凹口向下　(3) Γ_1 的圖形均在 x 軸的上方
   (4) Γ_2 的圖形均在 y 軸的右方　(5) Γ_2 與 Γ_2 恰交於一點。

7. 小明參加某次國文、英文、數學、自然、社會五個科目的測驗，
   每一科的分數均為0～100分。已知小明國英數三科的分數分別為75、80、85分。
   試問下列哪些選項會讓小明五科成績的平均不低於80分且五科標準差不大於5分？

（註：標準差$\sigma=\sqrt{\dfrac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i-\mu\right)^2}$，其中$\mu$為平均數。）

(1)自然75分，社會80分　(2)自然與社會兩科皆80分　(3)自然與社會的平均85分

(4)自然與社會兩科之和不低於160分且兩科差距不超過10分

(5)自然與社會兩科的分數都介於80與82分之間。

三、選填題（佔 18 分）

A. 平面向量$\overrightarrow{u}$和向量$\overrightarrow{v}$互相垂直，且$\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}=\left(4,-7\right)$。若$\overrightarrow{u}$的長度為6，

則$\overrightarrow{v}$的長度為________。

B. 不等式$x+y\le 47$的所有非負整數解中，滿足$x\ge y$的解共有________組。

C. 坐標平面上，有兩點$A\left(4,-1\right)$與$B\left(-2,2\right)$。已知點$C\left(x,y\right)$滿足聯立不等式$x+2y\ge 2$、$x-y\ge -4$、$y\le 8$以及$3x+y\le 23$，則當C點坐標為________時，ΔABC有最大的面積。

第貳部分：非選擇題（佔 24 分）

一、 某縣縣政府每週五對全縣居民發放甲、乙兩種彩券、每位居民均可憑身分證免費選擇領取甲券一張或乙券一張。根據長期統計，上週選擇甲券的民眾會有85%在本週維持選擇甲券、15%改選乙券；而選擇乙券的民眾會有35%在本週改選甲券、65%維持乙券。所謂穩定狀態，係指領取甲券及乙券的民眾比例在每週均保持不變

(1)試寫出描述上述現象的轉移矩陣。

(2)試問領取甲券和乙券民眾各占全縣居民百分比多少時，會形成穩定狀態？

二、 袋中有紅色代幣 4 枚、綠色代幣 9 枚、以及藍色代幣若干枚。每一枚紅色、綠色、藍色代幣分別可兌換 50 元、20 元以及 10 元。現從袋中取出代幣，每一枚代幣被取出的機會均等。

設隨機變數X代表取出 1 枚代幣可兌換的金額(單位：元)；

隨機變數Y代表一次取出 2 枚代幣可兌換(單位：元)。

已知的期望值為 20。

(1)試問藍色代幣有多少枚？　(2)試問$Y\le 50$的機率$P\left(Y\le 50\right)$為何？

2017年指定科目考試數學乙試題

選擇題:1.(4)　2.(1)　3.(5)　4.(1)(4)　5.(1)(2)(3)　6.(1)(4)(5)　7.(2)(5)

選填題: A. $\sqrt{29}$　B. 600　C. (5, 8)

非選擇題：一. (1) $\begin{bmatrix} 0.85 & 0.35 \\ 0.15 & 0.65 \end{bmatrix}$　(2) $\left(甲,乙\right)=\left(\dfrac{7}{10},\dfrac{3}{10}\right)$

二. (1) 12　(2) $\dfrac{7}{10}$