

107 年大學入學指定科目考試數學乙試題

第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題占 74 分）

一、單選題（占 18 分）

1. 已知實係數多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 - 14x + 13$ 的餘式為 $ax + b$ ，且 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的餘式為 4，則 $a + b$ 的值為何？
(1) -1 (2) 0 (3) 1 (4) 4 (5) 13。
2. 有一配置一輛運貨車之快遞公司，要將貨品運送至 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個不同地點。已知這五個地點只有下列連絡道路，其所需時間如下表。例如：路線 $A \leftrightarrow B$ 表示可以由 A 站到 B 站，也可以由 B 站到 A 站，行車時間皆為 1 小時。

路線	$A \leftrightarrow B$	$A \leftrightarrow C$	$A \leftrightarrow D$	$B \leftrightarrow E$	$C \leftrightarrow D$	$C \leftrightarrow E$	$D \leftrightarrow E$
行車時間	1 小時	1 小時	2 小時	5 小時	1 小時	1 小時	1 小時

今有配送任務必須從 A 站出發，最後停留在 E 站，每一站至少經過一次，且路線可以重複，試問至少要花多少小時才能完成任務？

- (1) 4 (2) 5 (3) 6 (4) 7 (5) 8。
3. 設 $a < b < 2^{10}$ ，其中 $\log a = 3$ 。已知利用 $\log a$ 、 $\log\left(2^{10}\right)$ 的值與內插法求得 $\log b$ 的近似值為 3.0025，試問 b 的值最接近下列哪一個選項？（註： $\log \approx 0.3010$ ）
(1) 1002 (2) 1006 (3) 1010 (4) 1014 (5) 1018。

二、多選題（占 32 分）

4. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 、 $\langle b_n \rangle$ 、 $\langle c_n \rangle$ 、 $\langle d_n \rangle$ 、 $\langle e_n \rangle$ 定義如下：

$$a_n = (-1)^n ; b_n = a_n + a_{n+1} ; c_n = \left(\frac{-\sqrt{10}}{3} \right)^n ; d_n = \frac{1}{3} c_n ; e_n = \frac{1}{c_n} ;$$

其中 $n = 1, 2, 3, \dots$ 。下列選項中，試選出會收斂的無窮級數：

- (1) $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ (2) $\sum_{n=1}^{\infty} b_n$ (3) $\sum_{n=1}^{\infty} c_n$ (4) $\sum_{n=1}^{\infty} d_n$ (5) $\sum_{n=1}^{\infty} e_n$ 。
5. 設 $2^x = 3$ ， $3^y = 4$ 。試選出正確的選項：（註： $\log 2 \approx 0.3010$ ， $\log 3 \approx 0.4771$ ）
(1) $x < 2$ (2) $y > \frac{3}{2}$ (3) $x < y$ (4) $xy = 2$ (5) $x + y < 2\sqrt{2}$ 。
6. 某經銷商對甲、乙兩款血壓計作品管檢驗，發現從甲款每一批中抽出一個血壓計，其誤差超過 3 mmHg （毫米汞柱）及超過 6 mmHg 的機率分別為 0.32 及 0.1。從乙款每一批中抽出一個血壓計，其誤差超過 3 mmHg 及超過 6 mmHg 的機率分別為 0.16 及 0.05。在甲、乙兩款的檢驗是獨立事件的情況下，試選出正確的選項：
(1) 從甲款中抽出一個血壓計，其誤差超過 3 mmHg 但不超過 6 mmHg 的機率大於 0.2
(2) 若從待檢驗的甲款血壓計中連續抽兩次，每次抽一個血壓計檢驗後放回，假設這兩次的檢驗是獨立事件，其誤差依次為不超過 3 mmHg 及超過 6 mmHg 的機率為 0.136
(3) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計，其誤差都不超過 3 mmHg 的機率大於 0.7
(4) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計，至少有一個誤差不超過 3 mmHg 的機率大於 0.84
(5) 從甲、乙兩款中各抽出一個血壓計，兩者誤差的平均超過 3 mmHg 的機率小於 0.32×0.16 。

7. 保險公司把投保竊盜險的住宅分為 A 、 B 兩級，其所占比率分別為 60% 、 40% 。過去一年 A 、 B 兩級住宅遭竊的比率分別為 15% 、 5% 。據此，公司推估未來一年 A 、 B 兩級住宅被竊的機率分別為 0.15 、 0.05 。今 A 級住宅中的 20% 經過改善，重新推估這些改善過的住宅未來一年被竊的機率會降為 0.03 ；而其他住宅被竊機率不變。根據以上資料，試選出正確的選項：
- (1) 全體投保的住宅中，過去一年遭竊的比率為 12%
- (2) 過去一年遭竊的投保住宅中， A 級所占的比率超過 90%
- (3) 推估未來一年，改善過的 A 級住宅的被竊機率為原來的 $\frac{1}{5}$
- (4) 經改善後，推估未來一年被竊機率，全體投保的 A 級住宅會小於全體投保的 B 級住宅
- (5) 經改善後，推估未來一年全體投保的住宅被竊機率小於 0.11 。

三、選填題（占 24 分）

- A. 地方上張安和李平兩位角逐鄉長，結果張安得票率 55% ，李平得票率 45% ，由張安獲選。民調機構預測，如果下任鄉長仍由張安與李平兩人競選，鄉民相同且每一張票都是有效票，則本屆支持張安的選民將有 25% 倒向支持李平，而本屆支持李平的選民將有 10% 倒向支持張安。若描述上述現象的轉移矩陣為 A ，則行列式 $\det A$ 的絕對值為_____。(請化為最簡分數)
- B. 在坐標平面上的 $\triangle ABC$ 中， D 為 \overline{AB} 的中點，且點 E 在射線 \overrightarrow{AC} 上，滿足 $\overline{AE} = 3\overline{AC}$ 。若向量內積 $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{AD} = 15$ ，則向量內積 $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AE} =$ _____。
- C. 有 100 元、 200 元、 300 元、 400 元的紅包袋各一個，由甲、乙、丙三人依序各抽取 1 個紅包袋，抽取後不放回。若每個紅包袋被抽取的機會都相等，則甲、乙、丙三人紅包金額總和的期望值為_____元。

第貳部分：非選擇題（占 26 分）

一. 已知實係數二次多項式函數 $y = f(x)$ 滿足 $f(3) = f(-7)$ 。試回答下列問題。

(1) 寫出 $y = f(x)$ 圖形的對稱軸方程式。(3 分)

(2) 若 $f(x) = a(x-k)^2 + b$ ，且 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸交於相異兩點，
試判斷 ab 乘積的值為正或負，並請說明理由。(4 分)

(3) 若方程式 $f(x) = 0$ 有相異實根 試證兩根之積小於 4。(6 分)

二. 某車商代理進口兩廠牌汽車，

甲廠牌汽車每台成本 100 萬元，此次進口上限 20 萬台，售出一台淨利潤 11 萬元；

乙廠牌汽車每台成本 120 萬元，此次進口上限 30 萬台，售出一台淨利潤 12 萬元。

今車商準備 4400 萬元作為此次汽車進口成本，且保證所進口的車輛必定全部售完。
試回答下列問題。

(1) 寫出此問題的線性規劃不等式及目標函數。(4 分)

(2) 在坐標平面上畫出可行解區域，並以斜線標示該區域。(3 分)

(3) 試問車商此次應進口甲、乙兩廠牌汽車各多少台，才能獲得最大利潤？
又最大利潤是多少？(6 分)

2018年指定科目考試數學乙試題 參考答案

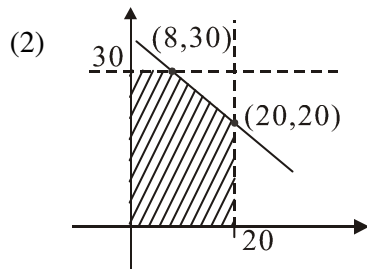
選擇題：1.(4) 2.(2) 3.(2) 4.(2)(5) 5.(1)(4) 6.(1)(4) 7.(3)(5)

選填題：A. $\frac{13}{20}$ B.90 C.750

非選擇題：一. (1) $x = -2$ (2) $ab < 0$

(3) 兩根 $-2 + \sqrt{\frac{-b}{a}}$ 、 $-2 - \sqrt{\frac{-b}{a}}$ 之積 $= 4 - \left(\frac{-b}{a}\right) = 4 + \frac{b}{a} < 4$ ，得證

二. (1)
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 20 \\ 0 \leq y \leq 30 \\ 100x + 120y \leq 4400 \\ x, y \in \mathbb{Z} \end{cases}$$
，目標函數為 $11x + 12y$



(3) 甲 20 台，乙 20 台時，有最大利潤 460 (萬元)