

# 108 年大學入學學力測驗數學試題



## 第壹部分：選擇題（佔 65 分）

### 一、單選題（佔 30 分）

1. 點  $A(1,0)$  在單位圓  $\Gamma: x^2 + y^2 = 1$  上。試問： $\Gamma$  上除了  $A$  點以外，還有幾個點到直線  $L: y = 2x$  的距離，等於  $A$  點到  $L$  的距離？  
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個
2. 下列哪一個選項是方程式  $x^3 - x^2 + 4x - 4 = 0$  的解？（註： $i = \sqrt{-1}$ ）  
(1)  $-2i$  (2)  $-i$  (3)  $i$  (4) 2 (5) 4
3. 試問共有多少組正整數  $(k, m, n)$  滿足  $2^k 4^m 8^n = 512$ ？  
(1) 1 組 (2) 2 組 (3) 3 組 (4) 4 組 (5) 0 組
4. 廚師買了豬、雞、牛三種肉類食材以及白菜、豆腐、香菇三種素類食材。若廚師想用完這六種食材做三道菜，每道菜可以只用一種食材或多種食材，但每種食材只能使用一次，且每道菜一定要有肉，試問食材的分配共有幾種方法？  
(1) 3 (2) 6 (3) 9 (4) 18 (5) 27。
5. 設正實數  $b$  滿足  $(\log 100)(\log b) + \log 100 + \log b = 7$ ，試選出正確的選項：  
(1)  $1 \leq b \leq \sqrt{10}$  (2)  $\sqrt{10} \leq b \leq 10$  (3)  $10 \leq b \leq 10\sqrt{10}$   
(4)  $10\sqrt{10} \leq b \leq 100$  (5)  $100 \leq b \leq 100\sqrt{10}$ 。
6. 某超商依據過去的銷售紀錄，冬天平均氣溫在  $6^\circ\text{C}$  到  $24^\circ\text{C}$  時，每日平均售出的咖啡數量與當天的平均氣溫之相關係數為  $-0.99$ ，部分紀錄如下表。

平均氣溫 ( $^\circ\text{C}$ )	11	13	15	17	19	21
平均售出量 (杯)	512	437	361	279	203	135

某日平均氣溫為  $8^\circ\text{C}$ ，依據上述資訊推測，試問該日賣出的咖啡數量應接近下列哪個選項？(1) 570 杯 (2) 625 杯 (3) 700 杯 (4) 755 杯 (5) 800 杯。

### 二、多選題（佔 35 分）

7. 設各項都是實數的等差數列  $a_1, a_2, a_3, \dots$  之公差為正實數  $\alpha$ ，試選出正確的選項：  
(1) 若  $b_n = -a_n$ ，則  $b_1 > b_2 > b_3 > \dots$  (2) 若  $c_n = a_n^2$ ，則  $c_1 < c_2 < c_3 < \dots$   
(3) 若  $d_n = a_n + a_{n+1}$ ，則  $d_1, d_2, d_3, \dots$  是公差為  $\alpha$  的等差數列  
(4) 若  $e_n = a_n + n$ ，則  $e_1, e_2, e_3, \dots$  是公差為  $\alpha + 1$  的等差數列  
(5) 若  $f_n$  為  $a_1, a_2, \dots, a_n$  的算術平均數，則  $f_1, f_2, f_3, \dots$  是公差為  $\alpha$  的等差數列。
8. 在數線上，甲從點  $-8$  開始做等速運動，同時乙也從點  $10$  開始做等速運動，乙移動的速率是甲的  $a$  倍，且  $a > 1$ ，試選出正確的選項：  
(1) 若甲朝負向移動而乙朝正向移動，則他們會相遇  
(2) 若甲朝負向移動且乙朝負向移動，則他們不會相遇  
(3) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，則乙先到達原點  $0$   
(4) 若甲朝正向移動且乙朝正向移動，則他們之間的距離會越來越大  
(5) 若甲朝正向移動而乙朝負向移動，且他們在點  $-2$  相遇，則  $a = 2$ 。

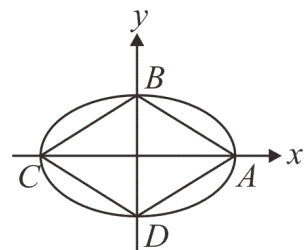
9. 從1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 這七個數字中隨機任取兩數, 試選出正確的選項:
- (1)其和大於10的機率為 $\frac{1}{7}$  (2)其和小於5的機率為 $\frac{1}{7}$  (3)其和為奇數的機率為 $\frac{4}{7}$   
 (4)其差為偶數的機率為 $\frac{5}{7}$  (5)其積為奇數的機率為 $\frac{2}{7}$ 。
10. 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 $50^\circ \leq \angle A < \angle B \leq 60^\circ$ , 試選出正確的選項:
- (1) $\sin A < \sin B$  (2) $\sin B < \sin C$  (3) $\cos A < \cos B$  (4) $\sin C < \cos C$  (5) $\overline{AB} < \overline{BC}$ 。
11. 某地區衛生機構成功訪問了500人, 其中年齡為50-59歲及60歲(含)以上者分別有220名及280名。這500名受訪者中, 120名曾做過大腸癌篩檢, 其中有75名是在一年之前做的, 有45名是在一年之內做的。已知受訪者中, 60歲(含)以上者曾做過大腸癌篩檢比率是50-59歲者曾做過大腸癌篩檢比率的3.5倍, 試選出正確的選項:
- (1)受訪者中年齡為60歲(含)以上者超過60%  
 (2)由受訪者中隨機抽取兩人, 此兩人的年齡皆落在50-59歲間的機率大於0.25  
 (3)由曾做過大腸癌篩檢的受訪者中隨機抽取兩人, 其中一人在一年之內受檢而另一人在一年之前受檢的機率為 $2 \cdot \left(\frac{45}{120}\right)\left(\frac{75}{119}\right)$   
 (4)這500名受訪者中, 未曾做過大腸癌篩檢的比率低於75%  
 (5)受訪者中60歲(含)以上者, 曾做過大腸癌篩檢的人數超過90名。
12. 設 $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ 為實係數三次多項式,  $g(x)$ 為實係數二次多項式。已知 $f_1(x)$ ,  $f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式分別為 $r_1(x)$ ,  $r_2(x)$ , 試選出正確的選項:
- (1) $-f_1(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $-r_1(x)$   
 (2) $f_1(x)+f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)+r_2(x)$   
 (3) $f_1(x)f_2(x)$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $r_1(x)r_2(x)$   
 (4) $f_1(x)$ 除以 $-3g(x)$ 的餘式為 $-\frac{1}{3}r_1(x)$   
 (5) $f_1(x)r_2(x)-f_2(x)r_1(x)$ 可被 $g(x)$ 整除。
13. 坐標空間中有一平面 $P$ 過 $(0,0,0)$ ,  $(1,2,3)$ 及 $(-1,2,3)$ 三點, 試選出正確的選項:
- (1)向量 $(0,3,2)$ 與平面 $P$ 垂直 (2)平面 $P$ 與 $xy$ 平面垂直  
 (3)點 $(0,4,6)$ 在平面 $P$ 上 (4)平面 $P$ 包含 $x$ 軸  
 (5)點 $(1,1,1)$ 到平面 $P$ 的距離是1。

第貳部分：選擇題（佔35分）

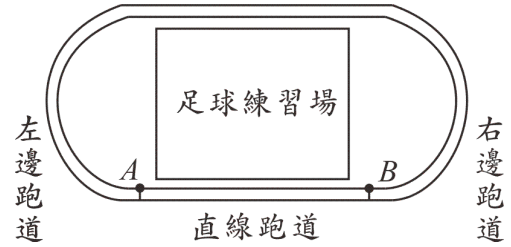
A. 設 $x$ 、 $y$ 為實數, 且滿足 $\begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ -6 \end{bmatrix}$ , 則 $x+3y = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

B. 如圖(此為示意圖),  $A, B, C, D$ 是橢圓 $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{16} = 1$ 的頂點。

若四邊形 $ABCD$ 的面積為58, 則 $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
 (化為最簡分數)

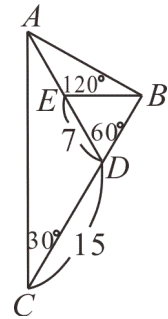


- C. 某高中已有一個長90公尺、寬60公尺的足球練習場。若想要在足球練習場的外圍鋪設內圈總長度為400公尺的跑道，跑道規格為左右兩側各是直徑相同的半圓，而中間是上下各一條的直線跑道，直線跑道和足球練習場的長邊平行(如示意圖)。則圖中一條直線跑道 $\overline{AB}$ 長度的最大可能整數值為\_\_\_\_\_公尺。



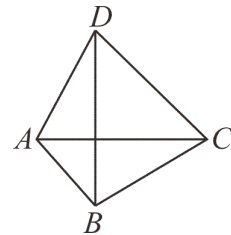
- D. 某次選舉中進行甲、乙、丙三項公投，每項公投案一張選票，投票人可選擇領或不領。投票結束後清點某投票所的選票，發現甲案有765人領票，乙案有537人領票，丙案有648人領票，同時領甲、乙、丙三案公投票的有224人，並且每個人都至少領了兩張公投票。根據以上資訊，可知同時領甲、乙兩案但沒有領丙案公投票者共有\_\_\_\_\_人。

- E. 如圖(此為示意圖)，在 $\triangle ABC$ 中， $\overline{AD}$ 交 $\overline{BC}$ 於 $D$ 點， $\overline{BE}$ 交 $\overline{AD}$ 於 $E$ 點，且 $\angle ACB = 30^\circ$ ， $\angle EDB = 60^\circ$ ， $\angle AEB = 120^\circ$ ，若 $\overline{CD} = 15$ ， $\overline{ED} = 7$ ，則 $\overline{AB} =$ \_\_\_\_\_。



- F. 坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z = 0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z = 6$ 上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值為\_\_\_\_\_。(化成最簡根式)

- G. 如圖(此為示意圖)， $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 為平面上的四個點。已知 $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ ， $\overrightarrow{AC}$ 、 $\overrightarrow{BD}$ 兩向量等長且互相垂直，則 $\tan \angle BAD =$ \_\_\_\_\_。



## 2019年學科能力測驗數學考科

選擇題：1.(3) 2.(1) 3.(3) 4.(5) 5.(4) 6.(2) 7.(1)(4) 8.(4)(5) 9.(3)(5)

10.(1)(2) 11.(3)(5) 12.(1)(2)(5) 13.(3)(4)

填充題：A. -4 B.  $\frac{29}{4}$  C. 105 D. 215 E. 13 F.  $2\sqrt{3}$  G. -3