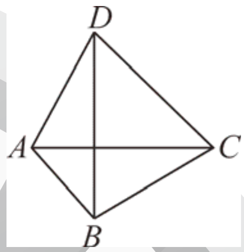
F. 坐標空間中，考慮有一個頂點在平面 $z=0$ 上、且有另一個頂點在平面 $z=6$ 上的正立方體。則滿足前述條件的正立方體之邊長最小可能值爲________。（化成最簡根式）【108 學測】

答：$2\sqrt{3}$

解：當 $d\left(z=0,z=6\right)=\sqrt{3}$ 邊長，亦即邊長 $=\dfrac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$（最小）

G. 如圖（此爲示意圖），A、B、C、D 爲平面上的四個點。已知 $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$，$\overrightarrow{AC}$、$\overrightarrow{BD}$ 兩向量等長且互相垂直，則 $\tan\angle BAD=$________。【108 學測】



答：-3

解：$\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\Rightarrow\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\Rightarrow\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$

因爲 $\left|\overrightarrow{AC}\right|^2=\left|\overrightarrow{BD}\right|^2$，故 $\left|2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right|^2=\left|\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right|^2$

所以 $\left|\overrightarrow{AB}\right|^2=-2\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}$ ……(1)

因爲 $\overrightarrow{AC}\perp\overrightarrow{BD}$，故 $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=\left(2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}\right)\cdot\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{AB}\right)=0$

所以 $-2\left|\overrightarrow{AB}\right|^2+\left|\overrightarrow{AD}\right|^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=0$ ……(2)

由(1)(2)得知：$\left|\overrightarrow{AD}\right|=\sqrt{\dfrac{5}{2}}\left|\overrightarrow{AB}\right|$

則 $\cos\angle BAD=\dfrac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}}{\left|\overrightarrow{AB}\right|\left|\overrightarrow{AD}\right|}=\dfrac{-\frac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2}{\sqrt{\frac{5}{2}}\left|\overrightarrow{AB}\right|^2}=-\dfrac{1}{\sqrt{10}}\Rightarrow\tan\angle BAD=-3$