

109 年大學入學學力測驗數學試題



M2020

第壹部分：選擇題（佔 65 分）

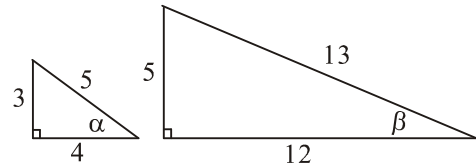
一、單選題（佔 35 分）

1. 已知兩個直角三角形三邊長分別為 3, 4, 5、5, 12, 13，

α, β 分別為它們的一角，如圖所示，

試選出正確的選項：

- (1) $\sin \alpha > \sin \beta > \sin 30^\circ$ (2) $\sin \alpha > \sin 30^\circ > \sin \beta$
 (3) $\sin \beta > \sin \alpha > \sin 30^\circ$ (4) $\sin \beta > \sin 30^\circ > \sin \alpha$
 (5) $\sin 30^\circ > \sin \alpha > \sin \beta$ 。

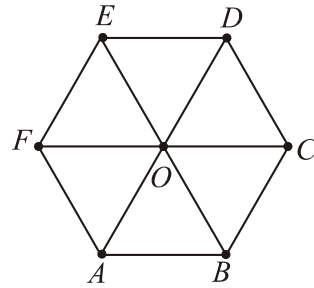


2. 空間中有相異四點 A, B, C, D ，已知內積 $\vec{AB} \cdot \vec{AC} = \vec{AB} \cdot \vec{AD}$ ，試選出正確的選項。

- (1) $\vec{AB} \cdot \vec{CD} = 0$ (2) $\vec{AC} = \vec{AD}$ (3) \vec{AB} 與 \vec{CD} 平行 (4) $\vec{AD} \cdot \vec{BC} = 0$
 (5) A, B, C, D 四點在同一平面上。

3. 如圖所示， O 為正六邊形之中心，試問下列哪個向量的終點 P 落在 $\triangle ODE$ 內部（不含邊界）？

- (1) $\vec{OP} = \vec{OC} + \vec{OE}$ (2) $\vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OE}$
 (3) $\vec{OP} = -\frac{1}{4}\vec{OC} + \frac{1}{2}\vec{OE}$ (4) $\vec{OP} = \frac{1}{4}\vec{OC} - \frac{1}{2}\vec{OE}$
 (5) $\vec{OP} = -\frac{1}{4}\vec{OC} - \frac{1}{2}\vec{OE}$ 。



4. 令 $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ ， $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ ， $B = I + A + A^{-1}$ ，試選出代表 BA 的選項：

- (1) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 6 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -3 & 1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 6 & 6 \\ 18 & 24 \end{bmatrix}$ 。

5. 試問數線上有多少個整數點與點 $\sqrt{101}$ 的距離小於 5，但與點 $\sqrt{38}$ 的距離大於 3？

- (1) 1 個 (2) 4 個 (3) 6 個 (4) 8 個 (5) 10 個。

6. 連續投擲一公正骰子兩次，設出現的點數依序為 a, b 。

試問發生 $\log(a^2) + \log b > 1$ 的機率為多少？(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{4}$ (5) $\frac{5}{6}$ 。

7. 坐標平面上，函數圖形 $y = -\sqrt{3}x^3$ 上有兩點 P, Q 到原點距離皆為 1。已知點 P 坐標為 $(\cos \theta, \sin \theta)$ ，試問點 Q 坐標為何？

- (1) $(\cos(-\theta), \sin(-\theta))$ (2) $(-\cos \theta, \sin \theta)$ (3) $(\cos(-\theta), -\sin \theta)$
 (4) $(-\cos \theta, \sin(-\theta))$ (5) $(\cos \theta, -\sin \theta)$ 。

二、多選題（佔 30 分）

8. 有一個遊戲的規則如下：丟三顆公正骰子，若所得的點數恰滿足下列(A)或(B)兩個條件之一，可得到獎金 100 元；若兩個條件都滿足，則共得 200 元獎金；若兩個條件都不滿足，則無獎金。

(A) 三個點數皆為奇數或者皆為偶數

(B) 三個點數由小排到大為等差數列

若已知有兩顆骰子的點數分別為 1、3，且所得獎金為 100 元，則未知的骰子點數可能為何？

- (1) 2 (2) 3 (3) 4 (4) 5 (5) 6。

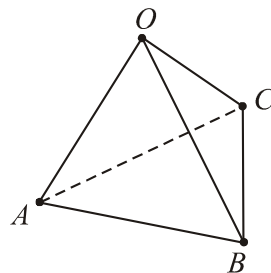
9. 在坐標平面上，有一通過原點 O 的直線 L ，以及一半徑為 2、圓心為原點 O 的圓 Γ 。
 P 、 Q 為 Γ 上相異 2 點，且 \overline{OP} 、 \overline{OQ} 分別與 L 所夾的銳角皆為 30° ，

試選出內積 $\overline{OP} \cdot \overline{OQ}$ 之值可能發生的選項：

- (1) $2\sqrt{3}$ (2) $-2\sqrt{3}$ (3) 0 (4) -2 (5) -4 。
10. 考慮多項式 $f(x) = 3x^4 + 11x^2 - 4$ ，試選出正確的選項：
 (1) $y = f(x)$ 的圖形和 y 軸交點的 y 坐標小於 0 (2) $f(x) = 0$ 有 4 個實根
 (3) $f(x) = 0$ 至少有一個有理根 (4) $f(x) = 0$ 有一根介於 0 與 1 之間
 (5) $f(x) = 0$ 有一根介於 1 與 2 之間。
11. 設 a 、 b 、 c 為實數且滿足 $\log a = 1.1$ 、 $\log b = 2.2$ 、 $\log c = 3.3$ ，試選出正確的選項：
 (1) $a + c = 2b$ (2) $1 < a < 10$ (3) $1000 < c < 2000$ (4) $b = 2a$ (5) a 、 b 、 c 成等比數列。
12. 下表是 2011 年至 2018 年某國總就業人口與農業就業人口的部分相關數據，各年度的人口以人數計，有些是以千人計，有些以萬人計，例如 2011 年總就業人口為 1,070.9 萬人，65 歲以上男性農業就業人口為 69.1 千人。試根據表格資料選出正確的選項。

年 別	就 業 人 口			男性農業就業人口按年齡別分			
	總就業人口 (萬人)	農業就業 人 口 (萬人)	男性農業 就業人口 (千人)	39 歲以下 (千人)	40-49 歲 (千人)	50-64 歲 (千人)	65 歲以上 (千人)
2011 年	1,070.9	54.2	386.3	67.6	85.4	164.2	69.1
2012 年	1,086.0	54.4	394.9	67.5	87.0	169.5	70.9
2013 年	1,096.7	54.4	391.5	66.6	83.9	171.3	69.7
2014 年	1,107.9	54.8	391.2	65.8	79.8	173.0	72.6
2015 年	1,119.8	55.5	403.1	71.7	76.9	181.3	73.2
2016 年	1,126.7	55.7	404.5	77.4	77.4	176.4	73.3
2017 年	1,135.2	55.7	405.1	73.9	78.1	178.3	74.8
2018 年	1,143.4	56.1	415.1	72.0	78.8	184.9	79.4

- (1) 從 2013 年至 2018 年，65 歲以上的男性農業就業人口逐年遞增
 (2) 從 2013 年至 2018 年，50 歲至 64 歲之男性農業就業人口逐年遞增
 (3) 上表中，每一年的男性農業就業人口占總就業人口的比率都小於百分之五
 (4) 上表中，每一年 50 歲至 64 歲之男性農業就業人口都少於 49 歲以下之男性農業就業人口
 (5) 就 65 歲以上之男性農業就業人口而言，2018 年比 2011 年增加了不到一萬人。
13. 如示意圖，四面體 $OABC$ 中， $\triangle OAB$ 和 $\triangle OAC$ 均為正三角形，
 $\angle BOC = 30^\circ$ ，試選出正確的選項：



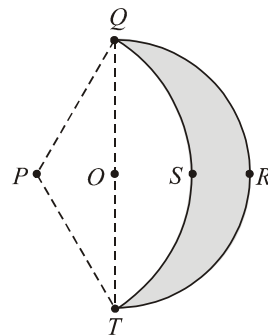
- (1) $\overline{BC} > \overline{OC}$
 (2) $\triangle OBC$ 是等腰三角形
 (3) $\triangle OBC$ 的面積大於 $\triangle OAB$ 的面積
 (4) $\angle CAB = 30^\circ$
 (5) 平面 OAB 和平面 OAC 的夾角（以銳角計）小於 30° 。

第貳部分：選填題（佔 35 分）

- A. 網路賣家以 200 元的成本取得某件模型，並以成本的 5 倍作為售價，差價即為利潤。但過了一段時間無人問津，因此賣家決定以逐次減少一半利潤的方式調降售價。若依此方式進行，則調降三次後該模型的售價為_____元。

- B. 有一按鈕遊戲機，每投幣一枚，可按遊戲機三次。第一次按下會出現黑色或白色的機率各為 $\frac{1}{2}$ ；第二或第三次按下，出現與前一次同色的機率為 $\frac{1}{3}$ ，不同色的機率為 $\frac{2}{3}$ 。今某甲投幣一枚後，按三次均出現同色的機率為_____。(化為最簡分數)
- C. 設 S 為坐標平面上直線 $2x + y = 10$ 被平行線 $x - 2y + 15 = 0$ 與 $x - 2y = 0$ 所截的線段(含端點)。若直線 $3x - y = c$ 與 S 有交點，則 c 的最小值為_____。
- D. 平面上有一箏形 $ABCD$ ，其中 $\overline{AB} = \overline{BC} = \sqrt{2}$ ， $\overline{AD} = \overline{CD} = 2$ ， $\angle BAD = 135^\circ$ 。則 $\overline{AC} =$ _____。(化為最簡根式)
- E. 空間中有三點 $A(1, 7, 2)$ 、 $B(2, -6, 3)$ 、 $C(0, -4, 1)$ 。若直線 L 通過 A 點並與直線 BC 相交且垂直，則 L 和直線 BC 的交點坐標為_____。
- F. 坐標平面上有一條拋物線 Γ ，其上有四個點構成等腰梯形，且等腰梯形的對稱軸與 Γ 的對稱軸重合。已知該等腰梯形的上底為 4、下底為 6、高為 14，則 Γ 的焦距為_____。(化為最簡分數)

- G. 設計師為天文館設計以不鏽鋼片製成的月亮形狀，其中有一款設計圖如右圖所示：圖中，圓弧 QRT 是一個以 O 點為圓心、 \overline{QT} 為直徑的半圓， $\overline{QT} = 2\sqrt{3}$ 。圓弧 QST 的圓心在 P 點， $\overline{PQ} = \overline{PT} = 2$ 。圓弧 QRT 與圓弧 QST 所圍出的灰色區域 $QRTSQ$ 即為某一天所見的月亮形狀。設此灰色區域的面積為 $a\pi + \sqrt{b}$ ，其中 π 為圓周率， a 為有理數， b 為整數，則 $a =$ _____，(化為最簡分數)， $b =$ _____。



2020年學科能力測驗數學考科

選擇題：1.(2) 2.(1) 3.(2) 4.(5) 5.(3) 6.(4) 7.(4) 8.(1)(2) 9.(4)(5)

10.(1)(4) 11.(3)(5) 12.(1)(3) 13.(2)(4)

填充題：A. 300 B. $\frac{1}{9}$ C. -5 D. $\frac{2\sqrt{10}}{5}$ E. (-3, -1, -2) F. $\frac{5}{56}$ G. $a = \frac{1}{6}, b = 3$