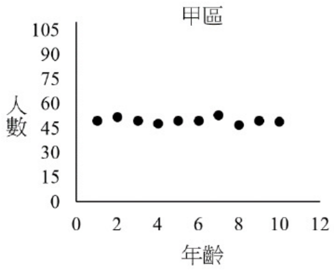
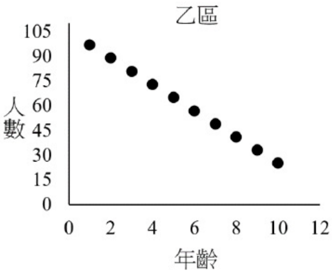
110 學年度指定科目考試數學乙

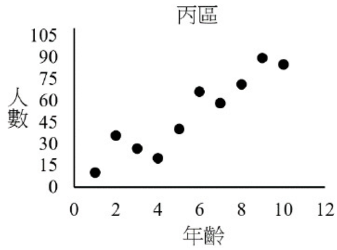
第壹部分：選擇題（單選題、多選題及選填題佔 74 分）

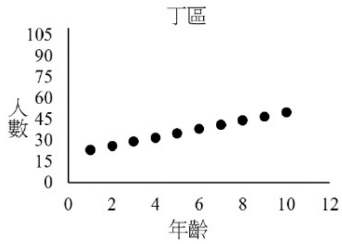
一、單選題（佔 18 分）

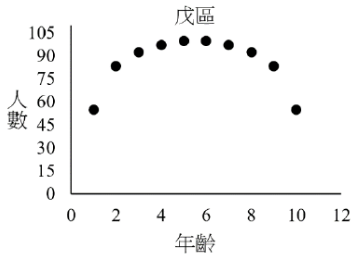
1. 下列選項分別為甲、乙、丙、丁、戊等五個地區1至10歲（以整數計）兒童罹患某疾病的人數散佈圖。試選出罹患某疾病的人數與年齡相關係數值最大的選項。

(1)


(2)


(3)


(4)


(5)


。

2. 已知實係數二次多項式函數 $f(x)$ 滿足 $f(-1)=k$ ，$f(1)=9k$ ，$f(3)=-15k$ ，其中 $k>0$ 。設函數 $y=f(x)$ 圖形頂點的 x 坐標為 a ，試選出正確的選項。

(1) $a\le -1$　(2) $-1<a<1$　(3) $a=1$　(4) $1<a<3$　(5) $3\le a$ 。

3. 某公司舉辦年終抽獎活動，每人從編號分別為1至6的六張牌中隨機抽取兩張。假設每張牌抽到的機會均相等，且規則如下：

(一)若這兩張牌的號碼之和是奇數，則可得獎金100元，此時抽獎結束；

(二)若號碼之和為偶數，就將這兩張牌丟掉，再從剩下的四張牌中隨機抽取兩張牌，且其號碼之和為奇數，則可得獎金50元，其他情形則沒有獎金，此時抽獎結束。

依上述規則，試求每人參加此抽獎活動的獎金期望值為多少元？

(1) 50　(2) 70　(3) 72　(4) 80　(5) 100 。

二、多選題（佔 32 分）

4. 設 $a=\log_2 8$ ，$b=\log_3 1$ ，$c=\log_{0.5} 8$ ，試選出正確的選項。

(1) $b=0$　(2) $a+b+c>0$　(3) $a>b>c$　(4) $a^2>b^2>c^2$　(5) $2^a>3^b>\left(\frac{1}{2}\right)^c$ 。

5. 某便利商店將甲、乙、丙三個積木模型和 a 、b 、c 、d 、e 五個角色公仔，共八個玩具，分成兩袋販售。每袋均裝有四個玩具，其分裝的原則如下：

(一)甲和 a 必須裝在同一袋。 (二)每袋至少裝有一個積木模型。(三) d 和 e 必須裝在不同袋。根據以上敘述，試選出正確的選項。

(1)每袋至少裝有兩個角色公仔　(2)乙和丙必裝在不同袋

(3)如果乙和 d 裝在同一袋，則丙和 e 必裝在同一袋

(4)如果乙和 d 裝在不同袋，則 b 和 c 必裝在不同袋

(5)如果 b 和 c 裝在不同袋，則乙和丙必裝在同一袋。

6. 已知實數數列〈 a_n 〉滿足 $a_1=1$，$a_{n+1}=\dfrac{2n+1}{2n-1}a_n$，$n$ 為正整數，

試選出正確的選項。

(1) $a_2=3$　(2) $a_4=9$　(3)〈 a_n 〉為等比數列　(4) $\sum_{n=1}^{20}a_n=400$　(5) $\lim_{n\to\infty}\dfrac{a_n}{n}=2$。

7. 已知某人每次飛鏢射中的機率皆為 $\dfrac{1}{2}$，且每次射飛鏢的結果均互相獨立。

試從下列選項中，選出發生機率為 $\dfrac{1}{2}$ 的事件。

(1)連續射 2 次飛鏢，恰射中 1 次　(2)連續射 4 次飛鏢，恰射中 2 次

(3)連續射 4 次飛鏢，射中的總次數為奇數

(4)連續射 6 次飛鏢，在第 1 次沒有射中的條件下，第 2 次有射中

(5)連續射 6 次飛鏢，在前 2 次恰射中 1 次的條件下，後 4 次恰射中 2 次。

三、選填題（佔 24 分）

A. 數線上有原點 O 及三點 $A(-2)$、$B(10)$、$C(x)$，其中為 x 實數。

已知線段 $\overline{BC}$、$\overline{AC}$、$\overline{OB}$ 長度大小關係為 $\overline{BC}<\overline{AC}<\overline{OB}$，則 x 的最大範圍為________。

B. 設矩陣 $A=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & 0\\ 0 & 6\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{bmatrix}^{-1}$，$B=\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}6 & 0\\ 0 & 1\end{bmatrix}\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{bmatrix}^{-1}$，

其中 $\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{bmatrix}^{-1}$ 為矩陣 $\begin{bmatrix}1 & -2\\ 0 & 1\end{bmatrix}$ 的反方陣，若 $A+B=\begin{bmatrix}a & b\\ c & d\end{bmatrix}$，

則 $a+b+c+d=$________。

C. 已知一個不均勻銅板，投擲時出現正面的機率為 $\dfrac{1}{3}$，出現反面的機率為 $\dfrac{2}{3}$。

今在坐標平面上有一顆棋子，依投擲此銅板的正反面的結果，前進至下一個位置，
規則如下：

(一)若擲出為正面，則從目前位置依著向量 $(-1,2)$ 的方向與長度，前進至下一個位置；

(二)若擲出為反面，則從目前位置依著向量 $(1,0)$ 的方向與長度，前進至下一個位置；

例如：棋子目前位置在坐標 $(2,4)$，若擲出反面，則棋子前進至坐標 $(3,4)$。假設棋子以原點 $(0,0)$ 為起始點，依上述規則，連續投擲此銅板 6 次，且每次投擲均互相獨立，則經過 6 次移動後，棋子停在坐標________的機率最大。

第貳部分：非選擇題（佔 26 分）

一、坐標平面上有兩點 $A(-3,4)$，$B(3,2)$ 及一條直線 L。已知 A、B 兩點在直線 L 的兩側且 $\overrightarrow{n}=(4,-3)$ 是直線 L 的法向量。設 A 點到直線 L 的距離為 B 點到直線 L 的距離的 5 倍。根據上述，試回答下列問題

(1)試求向量 $\overrightarrow{AB}$ 與向量 $\overrightarrow{n}$ 的內積。 (4 分)

(2)試求直線 L 的方程式。 (4 分)

(3)設 P 點在直線 L 上且 $\overline{PA}=\overline{PB}$，試求 P 點坐標。(4 分)

二、已知某廠商生產甲、乙兩型電動車所需的成本有電池、馬達、其他等三大類，甲、乙兩型的各類成本如下表（單位：萬元）：

	電池成本	馬達成本	其他成本
甲型	56	26	48
乙型	40	20	56

今該廠商甲、乙兩型電動車售價的算式為「電池成本的 x 倍」、「馬達成本的 y 倍」與「其他成本的 $\frac{x+y}{2}$ 倍」之總和，即

$$售價=電池成本\times x+馬達成本\times y+其他成本\times\frac{x+y}{2}$$

其中倍數 x、y 需滿足「$1\le x\le 2$，$1\le y\le 2$，且甲、乙兩型電動車的售價均不超過 200 萬元」 該廠商為了區隔產品，希望甲、乙兩型電動車的售價差距最大。根據上述資訊，試回答下列問題。

(1)試寫出甲、乙兩型電動車的售價（以 x、y 的式子來表示），並說明「甲型電動車的售價必定高於乙型電動車的售價」。(4 分)

(2)試在坐標平面上，畫出滿足題幹條件 (x,y) 的可行解區域，並以斜線標示該區域。 (4 分)

(3)試求當倍數 x、y 分別為多少時，甲、乙兩型電動車的售價差距最大？此時甲、乙兩型電動車的售價差距為多少萬元？(6 分)

2021年指定科目考試數學乙 參考答案

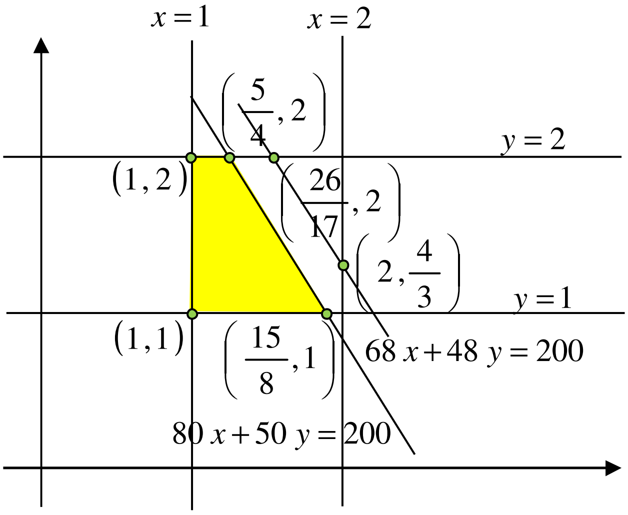
選擇題：1.(4) **2.**(2) **3.**(2) **4.**(1)(3) **5.**(1)(5) **6.**(1)(4)(5) **7.**(1)(3)(4)

選填題：A. $4<x<8$ **B.** 14 **C.** $(2,4)$

非選擇題： 一、(1) 30 (2) $4x-3y-1=0$ (3) $P(-2,-3)$

二、(1) 甲售價$=80x+50y\le 200$，乙售價$=68x+48y\le 200$，略

(2)



(3) $x=\frac{15}{8}$、$y=1$時，有最大值 24.5 萬元