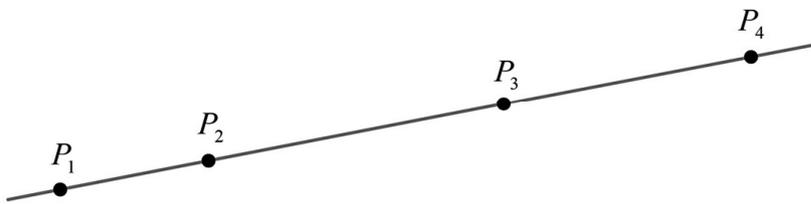


110 年大學學科能力測驗數學 B 試題

第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

一、單選題(占 35 分)

- 試問有多少個整數 x 滿足 $2|x| + x < 10$?
(1)13個 (2)14個 (3)15個 (4)16個 (5)無窮多個。
- 某燈會布置變色閃燈，每次啟動後的閃燈顏色會依照以下的順序做週期性變換：藍-白-紅-白-藍-白-紅-白-藍-白-紅-白...，每四次一循環，其中藍光每次持續 5 秒，白光每次持續 2 秒，而紅光每次持續 6 秒。假設換燈號的時間極短可被忽略，試選出啟動後第 99 至 101 秒之間的燈號。
(1)皆為藍燈 (2)皆為白燈 (3)皆為紅燈 (4)先亮藍燈再亮白燈 (5)先亮白燈再亮紅燈。
- 有八棟大廈排成一列，由左至右分別編號 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8。今電信公司想選取其中三棟大廈的屋頂分別設立一座電信基地台。若基地台不能設立於相鄰的兩棟大廈，以免訊號互相干擾，試問在 3 號大廈不設立基地台的情況下，有多少種設立基地台的選取方法？ (1)12 (2)13 (3)20 (4)30 (5)35。
- 在坐標平面上，已知向量 $\overrightarrow{PQ} = (\log \frac{1}{5}, -10^{-5})$ ，其中點 P 的坐標為 $(\log \frac{1}{2}, 2^{-5})$ 。
試選出正確的選項。
(1)點 Q 在第一象限 (2)點 Q 在第二象限 (3)點 Q 在第三象限
(4)點 Q 在第四象限 (5)點 Q 位於坐標軸上。
- 設矩陣 $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ ，若 $A^7 - 3A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，則 $a+b+c+d$ 之值為下列哪一個選項？
(1)-8 (2)-5 (3)5 (4)8 (5)10。
- 假設地球為一半徑 r 的球體，有一質點自甲地沿著該地所在經線往北移動，抵達北極點時移動所經過的弧線之長度為 $\frac{7}{12}\pi r$ 。試問哪一個選項最可能是甲地的位置？
(1)東經 75° 、北緯 15° (2)東經 30° 、南緯 75° (3)東經 75° 、南緯 15°
(4)西經 30° 、北緯 75° (5)西經 15° 、南緯 30° 。
- 畫家把空間景物用單點透視法畫在平面的畫紙上時，有以下原則要遵守：
一、空間中的直線畫在畫紙上必須是一條直線。
二、空間直線上點的相關位置必須和畫紙所畫的點的相關位置一致。
三、空間直線上的任四個相異點的 K 值，和畫紙所畫的四個點之 K 值必須相同，其中 K 值的定義如下：直線上任給四個有順序的相異點 P_1, P_2, P_3, P_4 ，如附圖。



其所對應的 K 值定義為 $K = \frac{\overline{P_1P_4} \times \overline{P_2P_3}}{\overline{P_1P_3} \times \overline{P_2P_4}}$ 。今某畫家依照以上原則，將空間中一直線

及該線上的四相異點 Q_1, Q_2, Q_3, Q_4 描繪在畫紙上，其中 $\overline{Q_1Q_2} = \overline{Q_2Q_3} = \overline{Q_3Q_4}$ 。

若將畫紙上所畫的直線視為一數線，並將線上的點用坐標來表示，則在下列選項的四個坐標中，試問哪一組最可能是該四點在畫紙上的坐標？

- (1)1, 2, 4, 8 (2)3, 4, 6, 9 (3)1, 5, 8, 9 (4)1, 2, 4, 9 (5)1, 7, 9, 10。

二、多選題 (占 25 分)

8. 有一射擊遊戲，將發射台設置於坐標平面的原點，並放置三個半徑為1的圓盤靶子，其圓心分別為(2,2)、(4,6)與(8,1)。玩家選定一正數 a ，並按下按鈕後，發射台將向點(1, a)方向發射一道雷射光束(形成一射線)。假設雷射光束擊中靶子後可以穿透並繼續沿原方向前進(削過圓盤邊緣也視為擊中)。試選出正確的選項。

- (1)雷射光束落在通過原點且斜率為 a 的直線上
 (2)若 $a = \frac{3}{2}$ ，則雷射光束會擊中圓心為(4,6)的圓盤靶子
 (3)玩家可以僅發射一道雷射光束就擊中三個圓盤靶子
 (4)玩家至少需要發射三道雷射光束才可擊中三個圓盤靶子
 (5)玩家發射一道雷射光束後，若擊中圓心為(8,1)的圓盤靶子，則 $a \leq \frac{16}{63}$ 。

9. 設 $f(x) = 2x^3 - 3x + 1$ ，下列關於函數 $y = f(x)$ 的圖形之描述，試選出正確的選項。

- (1) $y = f(x)$ 的圖形通過點(1,0) (2) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸只有一個交點
 (3)點(1,0)是 $y = f(x)$ 的圖形之對稱中心
 (4) $y = f(x)$ 的圖形在對稱中心附近會近似於一直線 $y = 3x - 3$
 (5) $y = 3x^3 - 6x^2 + 2x$ 的圖形可由 $y = f(x)$ 的圖形經適當平移得到。

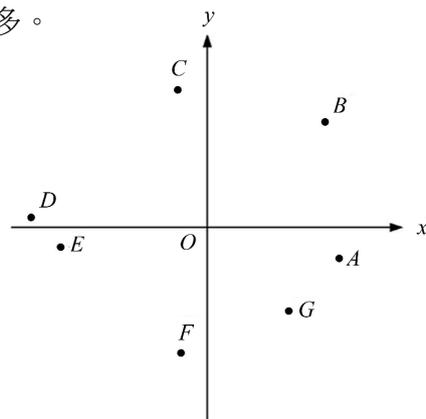
10. 甲、乙兩班各有40位同學參加某次數學考試(總分為100分)，考試後甲、乙兩班分別以 $y_1 = 0.8x_1 + 20$ 和 $y_2 = 0.75x_2 + 25$ 的方式來調整分數，其中 x_1 、 x_2 分別代表甲、乙兩班的原始考試分數， y_1 、 y_2 分別代表甲、乙兩班調整後的分數。已知調整後兩班的平均分數均為60分，調整後的標準差分別為16分和15分。試選出正確的選項。

- (1)甲班每位同學調整後的分數均不低於其原始分數
 (2)甲班原始分數的平均分數比乙班原始分數的平均分數高
 (3)甲班原始分數的標準差比乙班原始分數的標準差高
 (4)若甲班A同學調整後的分數比乙班B同學調整後的分數高，則A同學的原始分數比B同學的原始分數高
 (5)若甲班調整後不及格(小於60分)的人數比乙班調整後不及格的人數多，則甲班原始分數不及格的人數必定比乙班原始分數不及格的人數多。

11. 考慮坐標平面上的點 $O(0,0)$ 、 A 、 B 、 C 、 D 、 E 、 F 、 G ，如圖所示：其中 B 點、 C 與 D 點、 E 與 F 點、 G 與 A 點依序在一、二、三、四象限內。

若 \vec{v} 為坐標平面上的向量，且滿足 $\vec{v} \cdot \vec{OA} > 0$ 及 $\vec{v} \cdot \vec{OB} > 0$ ，則 \vec{v} 與下列哪些向量的內積一定小於0？

- (1) \vec{OC} (2) \vec{OD} (3) \vec{OE} (4) \vec{OF} (5) \vec{OG} 。



12. 設 a 、 b 、 c 都是非零的實數，且二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根都落在1和3之間。試選出兩根必定都落在4和5之間的方程式。

- (1) $a(x-2)^2 + b(x-2) + c = 0$ (2) $a(x+2)^2 + b(x+2) + c = 0$
 (3) $a(2x-7)^2 + b(2x-7) + c = 0$ (4) $a\left(\frac{x+7}{2}\right)^2 + b\left(\frac{x+7}{2}\right) + c = 0$
 (5) $a(3x-11)^2 + b(3x-11) + c = 0$ 。

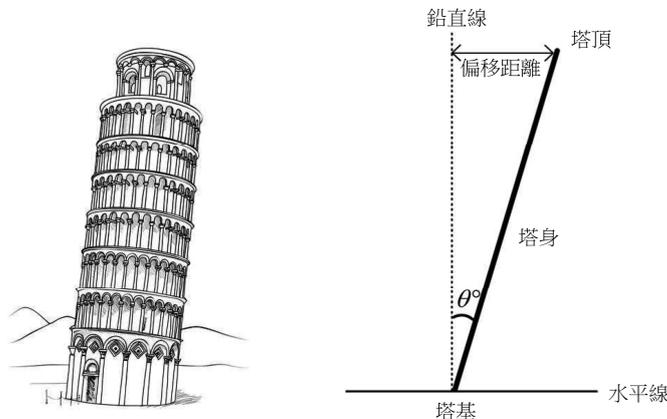
三、選填題 (占 25 分)

13. 若 x, y 為兩正實數，且滿足 $x^{\frac{1}{3}} y^2$ 及 $2 \log y = 1$ ，則 $\frac{x-y^2}{10} =$ _____。
14. 坐標平面上有一個半徑為 7 的圓，其圓心為 O 點。已知圓上有 A, B 兩點，且 $\overline{AB} = 8$ ，則內積 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} =$ _____。
15. 根據某國對失蹤輕航機的調查得知：失蹤輕航機中有 70% 後來會被找到，在被找到的輕航機當中，有 60% 裝設緊急定位傳送器；而沒被找到的失蹤輕航機當中，則有 90% 未裝設緊急定位傳送器。緊急定位傳送器會在飛機失事墜毀時發送訊號，讓搜救人員可以定位。現有一架輕航機失蹤，若已知該機有裝設緊急定位傳送器，則它會被找到的機率為_____。(化為最簡分數)
16. 袋中裝有藍綠黃三種顏色的球共 10 顆。今從袋中隨機抽取兩顆球(每顆球被抽中的機率相等)，若抽出的兩顆球皆為藍色的機率為 $\frac{1}{15}$ ，皆為綠色的機率為 $\frac{2}{9}$ ，則從袋中隨機抽出兩球，此兩球為相異顏色的機率為_____。(化為最簡分數)
17. 有三女三男共六位在校時和老師常有互動的同學，畢業後老師邀聚餐，餐後七人站一橫排照相留念。已知同學中有一女一男兩位曾有過不愉快，照相時不想相鄰，而老師站在正中間且三位男生不完全站在老師的同一側，則可能的排列方式共有_____種。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

瘦長的塔因為年代久遠，塔身容易傾斜。在下方右圖中，以粗黑線條代表塔身，而塔身的長度稱為**塔高**，塔身與鉛直虛線的夾角 θ° 稱為該塔的**傾斜度**($0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$)，又塔頂至鉛直虛線的距離稱為該塔的**偏移距離**。根據上述資料，回答下列問題。



18. 已知世界上傾斜度最大的摩天大樓坐落於阿布達比，其**傾斜度**達到 18° ，此**傾斜度**換算成弧(或弧度)為下列哪一個選項？
 (1) $\frac{\pi}{36}$ (2) $\frac{\pi}{18}$ (3) $\frac{\pi}{20}$ (4) $\frac{\pi}{10}$ (5) $\frac{\pi}{8}$
19. 中國虎丘塔、護珠塔與義大利的比薩斜塔是三座著名斜塔，它們的**塔高**分別為 48、19 與 57 (公尺)，**偏移距離**分別為 2.3、2.3 與 4 (公尺)，塔的**傾斜度**分別記為 θ_1° 、 θ_2° 與 θ_3° 。試比較 θ_1 、 θ_2 與 θ_3 三數的大小關係。
20. 假設有塔高相等的兩座鐵塔，它們的**傾斜度** α° 、 β° 分別滿足 $\sin \alpha^\circ = \frac{1}{5}$ 與 $\sin \beta^\circ = \frac{7}{25}$ 。已知兩座鐵塔的**偏移距離**相差 20 公尺，試求它們的塔頂到地面之距離相差多少公尺 _____。

2022年大學學科能力測驗(數學B) 參考答案

選擇題：1.(1) 2.(3) 3.(2) 4.(2) 5.(5) 6.(3) 7.(5) 8.(1)(2)(5) 9.(1)
10.(1)(2)(4) 11.(2)(3) 12.(3)(5)

選填題：13. 99 14. 17 15. $\frac{14}{15}$ 16. $\frac{31}{45}$ 17. 456

混合題：18. (4) 19. $\theta_2 > \theta_3 > \theta_1$ 20. $100\sqrt{6} - 240$