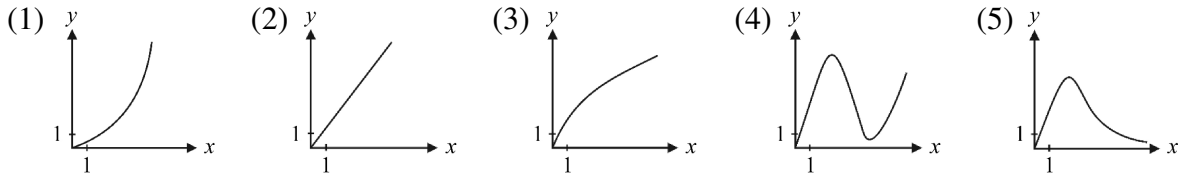


112 年大學入學學力測驗數學(數 B)試題

第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

一、單選題(占 35 分)

1. 某抽水站發現其用電量(單位：度)與抽水馬達轉速(單位：rpm)的三次方成正比。根據上述，試問下列這五個圖中，哪一個最可以描述此抽水站的用電量 y (度)與抽水馬達轉速 x (rpm)的對應關係？



2. 考慮實數二階方陣 $\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ ，若 $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ -9 & -7 \end{bmatrix}$ ，則 $c-2b$ 的值為何？(1) -11 (2) -4 (3) 1 (4) 10 (5) 11

3. 地面上有甲、乙兩大樓，已知甲的高度大於乙，且甲、乙兩大樓的水平距離為 150 公尺。某人從甲樓頂拉一條繩索到乙樓頂，並從甲樓頂測得乙樓頂的俯角為 22° 。假設該繩索被拉成直線，試問繩索的長度(單位：公尺)最接近下列哪個選項？(註：眼睛往下看目標物時，視線與水平線間的夾角稱為俯角)

- (1) 150 (2) $150\sin 22^\circ$ (3) $150\cos 22^\circ$ (4) $\frac{150}{\cos 22^\circ}$ (5) $\frac{150}{\sin 22^\circ}$

4. 某校期中考試有 29 名考生，且成績均相異，統計後得到位於第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為 41、60、74 與 92 分。後來發現成績有誤需要調整分數，成績較高的前 15 名學生的分數應該要各加 5 分，其餘學生成績不變。

假設調整後第 25、第 50、第 75 與第 95 百分位數的考生成績分別為 a 、 b 、 c 與 d 分，則數組 (a, b, c, d) 為下列哪個選項？(1) $(41, 60, 74, 92)$ (2) $(41, 60, 74, 97)$ (3) $(41, 65, 79, 97)$ (4) $(46, 65, 79, 92)$ (5) $(46, 65, 79, 97)$

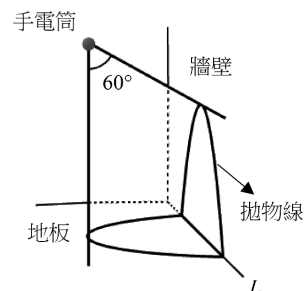
5. 袋子裡有編號分別為 $1, 2, \dots, 100$ 的 100 顆球，某甲從袋中隨機抽取一球，每顆球被抽到的機率均相等。試問在下列哪個選項的條件下，某甲抽到 7 號球的條件機率最大？

- (1) 某甲抽到球的號碼是奇數 (2) 某甲抽到球的號碼是質數
(3) 某甲抽到球的號碼是 7 的倍數 (4) 某甲抽到球的號碼不是 5 的倍數
(5) 某甲抽到球的號碼小於 10

6. 某甲計算多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 除以 $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的餘式，其中 a, b, c, d 為實數，且 $a \neq 0$ 。他誤看成 $g(x)$ 除以 $f(x)$ ，計算後得出餘式為 $-3x - 17$ 。

假設 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 正確的餘式等於 $px^2 + qx + r$ ，則 p 的值會等於下列哪個選項？(1) -3 (2) -1 (3) 0 (4) 2 (5) 3

7. 已知某手電筒照射的光線為直圓錐狀，且光發散的夾角為 60° ，如圖所示。設牆壁與地板垂直且交界處為直線 L ，將此手電筒以垂直於 L 的方向照射，即此直圓錐的軸與 L 垂直。若手電筒照射在牆壁上的光線邊緣為拋物線的一部份，則在地板上的光線邊緣為下列哪種圖形的一部份？



- (1) 兩相交直線 (2) 圓形 (3) 拋物線 (4) 長短軸不相等的橢圓 (5) 雙曲線

二、多選題(占 25 分)

8. 某電子看板持續不斷的輪流播放 A 、 B 兩段廣告 (A 、 B 、 A 、 B ...), 每個廣告播放時間皆為 T 分鐘 (其中 T 為整數)。某甲經過時剛好開始播放 A 廣告, 30 分鐘後, 某甲回到該處, 看到恰好開始播放 B 廣告。試選出可能是 T 值的選項。
 (1) 15 (2) 10 (3) 8 (4) 6 (5) 5

9. 已知 $a=6$ 、 $b=\frac{20}{3}$ 、 $c=2\sqrt{10}$ 和 d , 且 d 為有理數, 將這四個數標註在數線上, 即 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 和 $D(d)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $a+b+c+d$ 必為一個有理數 (2) $abcd$ 必為一個無理數
 (3) 點 D 有可能與點 C 的距離等於 $2\sqrt{10}+6$ (4) 點 A 和點 B 的中點位在點 C 的右邊
 (5) 數線上和點 B 距離小於 8 的所有點中, 正整數有 14 個, 負整數有 1 個

10. 某機構在 12 點時將兩種不同的營養劑分別投入培養皿甲與培養皿乙中, 此時甲、乙的細菌數量分別為 X 、 Y 。已知甲的數量每 3 小時成長為原來的 2 倍, 例如 15 點時甲的數量為 $2X$ 。乙的數量每 2 小時成長為原來的 2 倍, 例如 14 點時乙的數量為 $2Y$ 、16 點時乙的數量為 $4Y$, 測量所得結果部分記錄於下表。該機構在 18 點時測量發現甲、乙的數量相同, 欲以細菌數量隨時間呈指數成長的模型來預估甲、乙 12 點至 24 點的細菌數量。根據上述, 試選出正確的選項。

| 時刻 (點) | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 |
|--------|-----|----|------|------|------|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 甲數量 | X | | | $2X$ | | | | | | | | | |
| 乙數量 | Y | | $2Y$ | | $4Y$ | | | | | | | | |

- (1) $X > Y$ (2) 在 13 點時, 甲的數量為 $\frac{4}{3}X$ (3) 在 15 點時, 乙的數量為 $3Y$

- (4) 在 19 點時, 乙的數量為甲的 1.5 倍 (5) 在 24 點時, 乙的數量為甲的 2 倍

11. 坐標平面上有一圓, 其圓心為 $A(a, b)$, 且此圓與兩坐標軸皆相切, 另有一點 $P(c, c)$, 其中 $a > c > 0$, 且已知 $\overline{PA} = a + c$, 試選出正確的選項。

- (1) $a = b$ (2) 點 P 位於直線 $x + y = 0$ 上 (3) 點 P 在此圓內

- (4) $\frac{a+c}{b-c} = \sqrt{2}$ (5) $\frac{a}{c} = 2 + 3\sqrt{2}$

12. 在球心為 O 的球形地球儀上, 有 A 、 B 、 C 、 D 、 E 五個點, 其中 A 、 B 、 C 三點都在赤道上, 且經度分別為東經 0° 、 60° 和 90° ; D 、 E 兩點都在北緯 30° 線上, 且經度分別為東經 0° 、 180° 。試選出正確的選項。

- (1) 赤道的長度等於東經 0° 和 180° 這兩條經線長度的總和

- (2) 北緯 45° 線的長度等於赤道長度的 $\frac{1}{2}$ (3) 「由 A 沿赤道移動到 B 的最短路徑長」等於

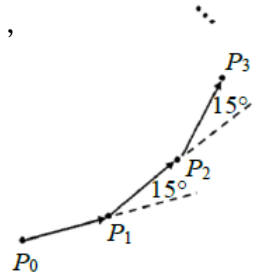
- 「由 D 沿東經 0° 經線移動到北極點的路徑長」 (4) 「由 D 沿北緯 30° 線移動到 E 的路徑長」等於「由 D 沿東經 0° 經線移動到北極點, 再由北極點沿東經 180° 經線移動到 E 的路徑長的總和」 (5) 通過北極點與 A 點的直線與通過北極點與 C 點的直線互相垂直

三、選填題 (占 25 分)

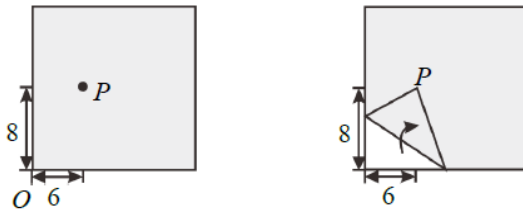
13. 有兩個正實數 a 、 b , 已知 $ab^2 = 10^5$, $a^2b = 10^3$, 則 $\log b = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

14. 從 1 到 20 的 20 個整數中，取出相異的 3 個數 a 、 b 、 c ，使其成為等差數列，且 $a < b < c$ ，則 (a, b, c) 的取法有_____種。

15. 如圖所示，平面上有一點 P_0 先朝某方向前進 2 個單位長到達點 P_1 後，依前進方向左轉 15 度；朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_2 後，然後再依前進方向左轉 15 度；再朝新方向前進 2 個單位長到達點 P_3 後，... 依此類推。則向量 $\overrightarrow{P_2P_3}$ 與 $\overrightarrow{P_3P_6}$ 的內積為_____。
(化為最簡根式)



16. 正方形紙張上有一點 P ， P 點距離紙張左邊界 6 公分，距離下邊界 8 公分。今將紙張的左下角 O 點往內摺至 P 點，如圖所示。則摺進去的三角形面積是_____平方公分。

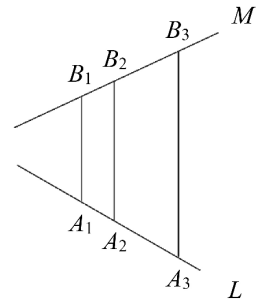


17. 考慮所有只用 0, 1, 2 三種數字組成的序列，序列長度 n 是指該序列由 n 個數字組成(可重複出現)。令 $a(n)$ 為在所有長度 n 的序列中連續兩個零(即 00)出現的次數總和。例如長度 3 的序列中含有連續兩個零的有 000, 001, 002, 100, 200，其中 000 貢獻 2 次 00，其餘各貢獻 1 次 00，故 $a(3) = 6$ 。則 $a(5)$ 的值为_____。

第貳部分：混合題或非選擇題 (占 15 分)

18-20 題為題組

空地上有三根與地面垂直且等高的電線桿，其底座在一直線上且間距相等。某甲以單點透視法在畫布上畫這三根電線桿。在畫布上設坐標系，使得電線桿皆與 y 軸平行，三根底座的點分別為 $A_1(0,0)$ 、 A_2 、 A_3 ，都在直線 $L: x+3y=0$ 上；三根頂端的點分別為 $B_1(0,3)$ 、 B_2 、 B_3 ，都在直線 $M: 2x-3y+9=0$ 上，如圖所示。已知 $\overline{A_3B_3} = 2\overline{A_1B_1}$ ，且由單點透視法可知直線 A_1B_3 與直線 A_3B_1 的交點在直線 A_2B_2 上。設 L 和 M 相交於 P 點(此點又稱為「消失點」)。根據上述，試回答下列問題。



18. 若向量 $\overrightarrow{PA_1} = k\overrightarrow{PA_3}$ ，則 k 的值为_____。(化為最簡分數)

19. 試求 P 與 B_3 這兩點的坐標。

20. 若有隻蜜蜂恰好停在中間那根電線桿上距離底座與頂端的長度比為 1:2 的位置上。某甲想在這個畫布的線段 A_2B_2 上畫出這隻蜜蜂，假設畫布上蜜蜂位置為 Q 點，即點 Q 到線段 A_2B_2 的底座 A_2 與到線段 A_2B_2 頂端 B_2 的長度比為 1:2，試求 Q 點坐標。

2023年大學學科能力測驗(數學B) 參考答案

選擇題：1.(1) 2.(2) 3.(4) 4.(3) 5.(5) 6.(3) 7.(4) 8.(2)(4) 9.(3)(4)(5)
10.(1)(5) 11.(1)(4) 12.(1)(3)

選填題：13. $\frac{7}{3}$ 14. 90 15. $2\sqrt{2}$ 16. $\frac{625}{24}$ 17. 108

混合題或非選擇題：

18. $\frac{1}{2}$ 19. $P(-3,1), B_3(3,5)$ 20. $Q(1,1)$