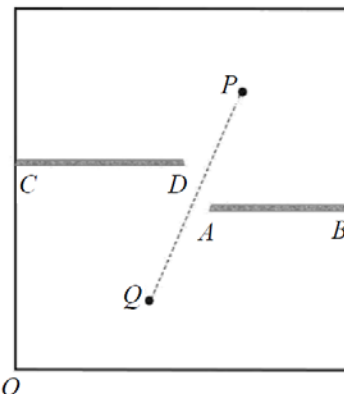


113 年大學入學學力測驗數學(數 B)試題

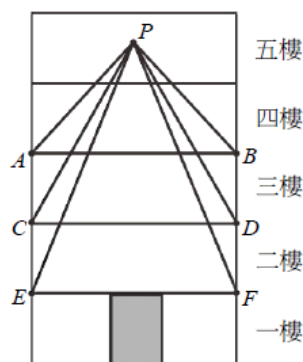
第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

一、單選題(占 30 分)

- 某遊戲共有 210 位玩家，每位玩家均持有寶石，其中持有 1 顆的有 1 位，持有 2 顆的有 2 位，依此類推，持有 20 顆寶石的有 20 位。試問這些玩家每人持有寶石數量的第 90 百分位數為下列哪一個選項？(1) 16 (2) 17 (3) 18 (4) 19 (5) 20
- 已知 a, b, c 為實數，且滿足 $1 < a < 10$ 、 $b = \log a$ 、 $c = \log b$ ，試選出正確的選項。
(1) $c < 0 < b < 1$ (2) $0 < c < 1 < b$ (3) $0 < c < b < 1$ (4) $1 < c < b$ (5) $c < b < 0$
- 某射擊遊戲的玩家要避開障礙物射擊目標。今在遊戲畫面中設立一直角坐標系，以長方形螢幕左下角點 O 為原點，螢幕下方的邊緣為 x 軸、螢幕左方的邊緣為 y 軸，目標物放在點 $P(12,10)$ 。畫面中有兩面牆(牆厚度可忽略不計)，一面牆由點 $A(10,5)$ 水平延伸到點 $B(15,5)$ ，另一面牆由點 $C(0,6)$ 水平延伸到點 $D(9,6)$ ，如右圖之示意圖。若玩家在點 Q 可直線射擊點 P 的目標物，不會被兩面牆阻擋。下列哪一個選項有可能是點 Q 的坐標？(1) (6,3) (2) (7,3) (3) (8,5) (4) (9,1) (5) (9,2)



- 已知坐標平面上有一向量 $\vec{v} = (-2, 3)$ 及兩點 A, B ，且點 A 的 x 坐標和 y 坐標、點 B 的 x 坐標和 y 坐標都落在區間 $[0, 1]$ 內，試問 $|\vec{v} + \vec{AB}|$ 的最大值為下列哪一個選項？
(1) $\sqrt{13}$ (2) $\sqrt{17}$ (3) $3\sqrt{2}$ (4) 5 (5) $\sqrt{2} + \sqrt{13}$
- 設二次函數 $f(x) = x^2 + bx + c$ ，其中 b, c 為實數。已知 $f(x-2) = f(-x-2)$ 對任意實數 x 均成立，且當 $-3 \leq x \leq 1$ 時， $f(x)$ 的最大值會是最小值的 4 倍，則 $f(x)$ 的最小值是下列哪一個選項？(1) 0 (2) $\frac{5}{3}$ (3) 3 (4) 4 (5) 6
- 某大樓居民在大樓外牆展示聖誕樹造型燈飾，如圖所示，從五樓外牆某處 P 向四樓地板的兩端 A, B 拉小燈泡形成等腰三角形 PAB ，其中 $\overline{PA} = \overline{PB}$ ；向三樓地板的兩端 C, D 拉小燈泡形成等腰三角形 PCD ；向二樓地板的兩端 E, F 拉小燈泡形成等腰三角形 PEF 。假設每層樓等高且樓地板等長。若五樓地板在三角形 PAB 內部所截出的線段長度為樓地板長度的 $\frac{1}{3}$ ，則五樓地板在三角形 PEF 內部所截出的線段長度是樓地板長度的幾分之幾？
(燈飾粗細可忽略不計) (1) $\frac{1}{7}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{5}$ (4) $\frac{2}{9}$ (5) $\frac{1}{4}$



- 有一城市分為東、西兩區。兩區各有一個氣溫偵測站，該城市當天的最高溫(單位：攝氏度)是取這兩區當天氣溫的最大值來記錄。下表顯示東、西兩區某月(共 30 天)每日最高溫分布的情形。

溫度 t	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
東區(天數)	0	11	14	5
西區(天數)	3	12	15	0

根據上表，該城市當月每日最高溫分布的情形如下表。

溫度 t	$18 \leq t < 24$	$24 \leq t < 30$	$30 \leq t < 36$	$36 \leq t$
天數	A	B	C	D

試選出有可能為數組 (A, B, C, D) 的選項。

- (1) $(0, 15, 15, 0)$ (2) $(3, 12, 15, 5)$ (3) $(0, 9, 16, 5)$ (4) $(3, 7, 15, 5)$ (5) $(0, 12, 13, 5)$

二、多選題(占 30 分)

8. 已知正實數數列 a, b, c, d, e 為等比數列，且 $a < b < c < d < e$ ，試選出下列為等比數列的選項。
 (1) $a, -b, c, -d, e$ (2) e, d, c, b, a (3) $\log a, \log b, \log c, \log d, \log e$
 (4) $3^a, 3^b, 3^c, 3^d, 3^e$ (5) abc, bcd, cde
9. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x^2 + 5x + 1$ 後，所得出的商式為 $x^3 + 7x^2 + x + 3$ ，試選出下列可能為 $f(x)$ 的選項。
 (1) $2(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1)$ (2) $(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) - x$
 (3) $(x^3 + 7x^2 + x + 3)(x^2 + 5x + 1) + x^2$ (4) $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x$
 (5) $(x^3 + 7x^2 + x + 4)(x^2 + 5x + 1) - x^2$
10. 有兩個光點在一條長度為 120 公分的直線形軌道上移動，碰到端點就反向繼續移動。一開始兩點分別在軌道的兩端相向而動，光點 A 、光點 B 的移動速率分別為每秒 5 公分及每秒 10 公分。試選出正確的選項。
 (1) 兩個光點第一次相遇的位置，與其中一個端點的距離為 40 公分
 (2) 光點 A 的位置呈週期現象，週期為 24 秒
 (3) 當光點 A 回到 A 的出發點時，光點 B 也在 B 的出發點
 (4) 兩個光點第二次相遇在其中一個端點上
 (5) 兩個光點在軌道上共有 3 個不同的相遇位置
11. 某國家過去五年的碳排放總量，由第 1 年的 X 億公噸二氧化碳當量(CO₂e)下降至第 5 年的 Y 億公噸二氧化碳當量(CO₂e)，達到每年平均減碳 5% 的效益，亦即 $Y = (1 - 0.05)^4 X$ 。將五年的碳排放總量與年成長率記錄如下表，其中

$$\text{第 } n \text{ 年碳排放成長率} = \frac{(\text{第 } n \text{ 年碳排放總量}) - (\text{第 } n-1 \text{ 年碳排放總量})}{\text{第 } n-1 \text{ 年碳排放總量}}, n = 2, 3, 4, 5.$$

	第 1 年	第 2 年	第 3 年	第 4 年	第 5 年
碳排放總量 (億公噸 CO ₂ e)	X	A	B	C	Y
碳排放年成長率		-0.07	p	q	r

試選出正確的選項。
 (1) $A = 0.93X$ (2) $Y \leq 0.8X$ (3) $\frac{-0.07 + p + q + r}{4} = -0.05$

(4) $\sqrt[4]{\frac{Y}{X}} - 1 = -0.05$ (5) $0.93(1 + p)(1 + q)(1 + r) = (0.95)^4$

12. 小明寫了一個程式讓機器人在 2×2 的棋盤中移動，如圖所示。每執行一次，程式會選擇「上、下、左、右」中的某一個方向，不同方向被選擇的機率均相等，並指示機器人依該方向移動一格，但若選到的方向會跑出棋盤，則機器人該次會停在原地。每次執行都是從上次所在位置依程式重新選取的方向移動，假設機器人的初始位置在 A 。令執行程式 n 次後，機器人停留在 A 、 B 、 C 、 D 的機率分別為 a_n 、 b_n 、 c_n 和 d_n 。試選出正確的選項。

A	B
C	D

(1) $b_1 = \frac{1}{4}$ (2) $b_2 = \frac{1}{8}$ (3) $a_2 + d_2 = \frac{3}{4}$ (4) $b_{99} = c_{99}$ (5) $a_{100} + d_{100} > \frac{1}{2}$

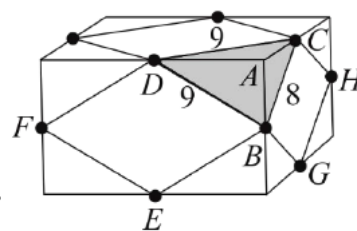
三、選填題(占 25 分)

13. 已知 a, b, c, d 為實數，且 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。若 $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2a+1 \\ 2b+1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c \\ d \end{bmatrix}$ ，則 $c-3d$ 的值為_____。
14. 某校全體高三學生都有報考學測數學 A 或數學 B，在這些學生中只報考數學 A 的學生占全體高三學生的 $\frac{3}{10}$ 。報考數學 A 的學生中有 $\frac{5}{8}$ 的學生同時也報考數學 B。則只報考數學 B 的學生在該校所有報考數學 B 的學生中所占的比例為_____。(化為最簡分數)
15. 已知 P_1, P_2, Q_1, Q_2, R 為平面上相異五點，其中 P_1, P_2, R 三點不共線，且滿足 $\overrightarrow{P_1R} = 4\overrightarrow{P_1Q_1}$ ， $\overrightarrow{P_2R} = 7\overrightarrow{P_2Q_2}$ ，則 $\overrightarrow{Q_1Q_2} = \underline{\hspace{1cm}}\overrightarrow{P_1Q_1} + \underline{\hspace{1cm}}\overrightarrow{P_2Q_2}$ 。
16. 在空間坐標系中，有一球心坐標在 $O(0,0,0)$ 且北極點在 $N(0,0,2)$ 的地球儀。已知球面上點 A 坐標為 $\left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}, \sqrt{3}\right)$ ，赤道上距離點 A 最遠的點為點 P，則在通過點 A、點 P 的大圓上這兩點的劣弧長為_____。(化為最簡分數)
17. 在一圓的圓周上取 12 個等分點並以順時針方向依序編 1 號至 12 號。由這 12 個點任取 3 點為頂點所形成的三角形中，三個內角的角度由小到大會成等差數列的三角形有_____個。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

如圖所示，考慮長方體的石塊上某一頂點 A 及包含點 A 的一個面，令這個面的各邊中點分別為 B, E, F, D。此長方體上包含點 B 的另一個面，令其各邊中點分別為 B, C, H, G。已知 $\overline{BC} = 8, \overline{BD} = \overline{DC} = 9$ 。現將此石塊截去八個角，使得每個截角的截面恰通過該截角之三鄰邊的中點。根據上述，試回答下列問題。



18. 截角後的石塊為幾面體？(單選題，3 分)
 (1) 八面體 (2) 十面體 (3) 十二面體 (4) 十四面體 (5) 十六面體
19. 試求 $\triangle BCD$ 的面積。(非選擇題，4 分)
20. 試求 $\overline{AD}$ 的長度與四面體 $ABCD$ 的體積，並求此四面體以 $\triangle BCD$ 為底面時，頂點 A 到底面的高度。(角錐體積 = $\frac{\text{底面積} \times \text{高}}{3}$) (非選擇題，8 分)

2024 年大學學科能力測驗(數學 B) 參考答案

選擇題： 1.(4) 2.(1) 3.(2) 4.(4) 5.(3) 6.(1) 7.(3) 8.(1)(2)(5) 9.(2)(5) 10.(1)(3)(4)
11.(1)(4)(5) 12.(1)(4)

選填題： 13. -1 14. $\frac{2}{7}$ 15. $\overrightarrow{Q_1Q_2} = 3\overrightarrow{P_1Q_1} - 6\overrightarrow{P_2Q_2}$ 16. $\frac{4\pi}{3}$ 17. 76

混合題或非選擇題：

18. (4) 19. $4\sqrt{65}$ 20. $7, \frac{112}{3}, \frac{28}{\sqrt{65}}$