115 年大學入學學力測驗數學(數 A)試題

第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

一、單選題(占 30 分)

1. 財神廟舉辦抽發財金活動：參加者抽兩次籤，每次抽籤出現「吉」、「祥」的機率皆為 $\frac{1}{3}$。如果兩次都抽得「吉」，獲得獎金 180 元；如果兩次都抽得「祥」，獲得獎金 90 元；其餘情況則無獎金。試問參加者可獲獎金的期望值為何？
(1) 20 元　(2) 30 元　(3) 45 元　(4) 60 元　(5) 90 元

2. 對任一實數 a，令 $[a]$ 代表滿足 $[a] \le a < [a]+1$ 的整數，例如：$[3]=3,[3.1]=3,[-3.1]=-4$。關於函數 $f(x)=[\sqrt{99-x}]+[\sqrt{99+x}]$，其中 $-99 \le x \le 99$；試選出正確的選項。
(1) $f(-20) \le f(0) < f(1)$　(2) $f(-20) < f(1) \le f(0)$　(3) $f(1) < f(-20) \le f(0)$
(4) $f(0) < f(-20) \le f(1)$　(5) $f(0) \le f(1) < f(-20)$

3. 設 $f(x)=a^x$，其中 a 為正實數。已知 c_1, c_2, c_3 是公差為 $\frac{10}{3}$ 的等差數列，且 $f(c_1), f(c_2), f(c_3)$ 是公比為 4 的等比數列。則等比數列 $f(10), f(8), f(6)$ 的公比為何？
(1) $2^{\frac{-6}{5}}$　(2) $2^{\frac{-3}{5}}$　(3) $2^{\frac{3}{5}}$　(4) $2^{\frac{6}{5}}$　(5) $2^{\frac{5}{3}}$

4. 某網遊有 16 種材料，其中 6 種為基本材料，10 種為進階材料。任選 3 種不同材料可以合成出草藥、食物、藥水中的 1 類道具，其合成規則如下：若 3 種材料均為基本材料，則合成結果必為同一種草藥；若 3 種材料中 2 種為基本材料、1 種為進階材料，則合成結果會根據不同的進階材料得到不同種的食物，但不會受到基本材料不同而改變；其他的組合都會合成出不同種的藥水。試問此網遊總共可合成出多少種道具？
(1) 256　(2) 370　(3) 401　(4) 455　(5) 560

5. 已知實數三階方陣 A 滿足 $A\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\-1\\1\end{bmatrix}, A\begin{bmatrix}0\\-1\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}1\\1\\0\end{bmatrix}, A\begin{bmatrix}1\\0\\-1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0\\0\\0\end{bmatrix}$。試問有多少個行向量 $\overrightarrow{v}=\begin{bmatrix}v_1\\v_2\\v_3\end{bmatrix}$ 滿足 $A\overrightarrow{v}=\begin{bmatrix}1\\0\\1\end{bmatrix}$ 且 $\overrightarrow{v}$ 垂直於行向量 $\begin{bmatrix}0\\1\\0\end{bmatrix}$？
(1) 1 個　(2) 2 個　(3) 3 個　(4) 0 個　(5) 無窮多個

6. 坐標平面上有 $A(2,-2), B(-1,2)$ 兩點，試問直線 $y=-6$ 上有多少個點 C 使得 $\triangle ABC$ 為等腰三角形？　(1) 1　(2) 2　(3) 3　(4) 4　(5) 5

二、多選題(占 30 分)

7. 坐標平面上同時滿足 $\begin{cases}2x-y-3>0\\x+2y+1<0\end{cases}$ 的點 $P(x,y)$ 可能位在下列哪些選項？
(1) 第一象限　(2) 第二象限　(3) 第三象限　(4) 第四象限　(5) x 軸

8. 已知 $A=\begin{bmatrix}2&1\\1&0\end{bmatrix}$，且對所有正整數 $n \ge 2$。令 $A^n=\begin{bmatrix}a_n&b_n\\c_n&d_n\end{bmatrix}$。試選出正確的選項。
(1) $b_2 < c_2$　(2) $A^2=2A+\begin{bmatrix}1&0\\0&1\end{bmatrix}$　(3) $c_{n+2}=c_{n+1}+2c_n$　(4) $\begin{bmatrix}a_n&b_n\\c_n&d_n\end{bmatrix}\begin{bmatrix}0\\1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}b_{n+1}\\d_{n+1}\end{bmatrix}$
(5) $d_{2n}-a_{2n}=(d_n)^2-(a_n)^2$

9. T 分數為評量成績的一種方式，其計算方式如下：設全班平均成績為 μ 且標準差為 σ。若某生原始成績為 S，則他該科之 T 分數為 $T=50+10\left(\dfrac{S-\mu}{\sigma}\right)$。已知某班期末數學和英文兩科的平均成績皆為 60，數學成績的標準差為 12，英文成績的標準差為 8。試選出正確的選項。(1) 若甲生英文的原始成績為 52，則其 T 分數為 40　(2) 各生數學的 T 分數不會超過其原始成績　(3) 若乙生兩科的原始成績平均比丙生兩科的原始成績平均高，則乙生兩科的 T 分數平均比丙生兩科的 T 分數平均高　(4) 若該班級兩科的及格標準均為 T 分數大於或等於 40，則數學及格的原始成績比英文及格的原始成績低　(5) 該班原始成績數學對英文的迴歸直線(即最適直線)之斜率與該班 T 分數數學對英文的迴歸直線之斜率相同

10. 已知四邊形 $ABCD$ 中，$\overline{AB}$ 平行 $\overline{DC}$，$\overline{AC}$ 與 $\overline{BD}$ 交於 E。若 $\overrightarrow{AB}=(2,-6),\overrightarrow{AD}=(1,5)$ 且△ABE 面積為 3。試選出正確的選項。　(1) $\cos\angle BAD=\dfrac{-7\sqrt{65}}{65}$　(2) △ABD 面積為 9　(3) $\overrightarrow{AE}=(\dfrac{3}{2},\dfrac{1}{2})$　(4) 四邊形 $ABCD$ 面積為 $\dfrac{65}{3}$　(5) $\overline{BC}<\dfrac{8}{3}$

11. 令 Γ 為坐標平面上 $y=\cos(\dfrac{\pi}{2}x)$ 的圖形。對任一實數 $m\neq 0$，以 L_m 表示直線 $y=mx+1$。試選出正確的選項。　(1) $m>0$ 時，L_m 和 Γ 交點的 x 坐標皆為負　(2) 若 (a,b) 為 L_m 和 Γ 的交點，則 $(-a,b)$ 為 L_{-m} 和 Γ 的交點　(3) 可以找到一實數 $m\neq 0$ 使得 L_m 和 Γ 交於點 $(\dfrac{20}{3},\dfrac{1}{2})$　(4) 若 L_m 與 Γ 有一交點在直線 $y=-1$ 上，則 $\dfrac{1}{m}$ 是奇數　(5) 若 L_m 與 Γ 有一交點在 x 軸上，則 L_m 與 Γ 有偶數個交點

12. 令 $f(x)$、$g(x)$ 為實係數三次多項式且 $f(x)$ 的首項係數為 1，已知 $f(x)-g(x)=2x^3+2x$。令 Γ_1 和 Γ_2 分別為 $f(x)$ 和 $g(x)$ 在坐標平面上的函數圖形，其對稱中心分別為 $(a_1,b_1),(a_2,b_2)$。試選出正確的選項。　(1) Γ_1 和 Γ_2 恰交於三點　(2) a_1+a_2 可唯一確定　(3) b_1+b_2 可唯一確定　(4) 若 $a_1=a_2$，則 $b_1=b_2$　(5) 若 $b_1=b_2$，則 $a_1=a_2$

三、選填題(占 25 分)

13. 某高中聘用的全體教師 $\dfrac{1}{4}$ 只有學士學位，$\dfrac{3}{4}$ 有碩士學位。只有學士學位的教師中有 $\dfrac{1}{5}$ 通過英聽檢定，有碩士學位的教師中有 $\dfrac{3}{5}$ 通過英聽檢定。已知每位教師被抽到的機會相等，若隨機抽選一位通過英聽檢定的教師，則該教師有碩士學位的條件機率為_________。(化為最簡分數)

14. 坐標平面上，向量 (a,b) 與直線 $y=bx-1$ 垂直，則 $a+b$ 的最大可能值為__________。(化為最簡分數)

15. 已知三正數 a, b, c 成一等差數列，其中 $a<b<c$，且坐標平面上三點 $(a,\log 3a)$、$(b,\log 4b)$、$(c,\log 6c)$ 在同一直線上，則 $\dfrac{b}{a}$ 之值為________。(化為最簡分數)

16. 坐標平面上，已知二次函數圖形$\Gamma: y=f(x)$的頂點P在直線$y=1+2x$上，且交x軸於點$A(-\frac{1}{2},0),B(\frac{1}{2},0)$。將$\Gamma$平移使得平移後圖形的頂點$Q$仍在直線$y=1+2x$上，且亦通過點$B(\frac{1}{2},0)$，此時$P$、$Q$為兩相異點，則$\overline{PQ}=$___________。(化為最簡根式)

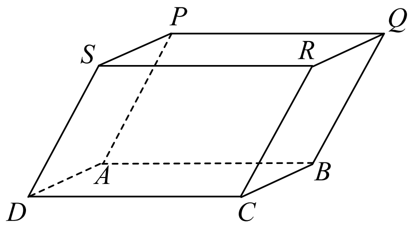
17. 直角$\triangle ABC$中，$\angle CAB$為直角，$\overline{AB}$邊上一點D，滿足$\angle BCD=2\angle ACD$，且$\overline{BC}=2\overline{BD}$。若$\overrightarrow{AD}=k\overrightarrow{AB}$，則$k$=__________。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

坐標空間中有一平行六面體$PQRS-ABCD$，如圖所示。

已知$\overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AD}=(-5,5,5)$、$\overrightarrow{AD}\times\overrightarrow{AP}=(-2,0,-4)$、$\overrightarrow{AP}\times\overrightarrow{AB}=(6,-10,-8)$，$\overline{AP}=6$。試回答下列問題。



18. 試問平行四邊形$ABCD$的面積為何？(單選題，3 分)

(1) $2\sqrt{5}$　(2) $5\sqrt{2}$　(3) $5\sqrt{3}$　(4) $6\sqrt{3}$　(5) $10\sqrt{2}$

19. 設B點坐標為$(1,2,0)$，試求平面$ABCD$的平面方程式。(非選擇題，4 分)

20. 試求平行六面體的體積，並求平行六面體上(含邊界)距點A的最長距離。

(非選擇題，8 分)

2026 年大學學科能力測驗(數學 A) 參考答案

選擇題： **1.**(2) **2.**(1) **3.**(1) **4.**(3) **5.**(5) **6.**(2) **7.**(3)(4) **8.**(2)(5) **9.**(1)(2)(4) **10.**(1)(5) **11.**(2)(4) **12.**(2)(4)

選填題： **13.** $\frac{9}{10}$ **14.** $\frac{1}{4}$ **15.** $\frac{3}{2}$ **16.** $\frac{3\sqrt{5}}{2}$ **17.** $\frac{3}{11}$

混合題或非選擇題：

18. (3) **19.** $x-y-z+1=0$

20. 體積=10，最長距離=$\sqrt{94}$