

115 年大學入學學力測驗數學(數 B)試題

第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

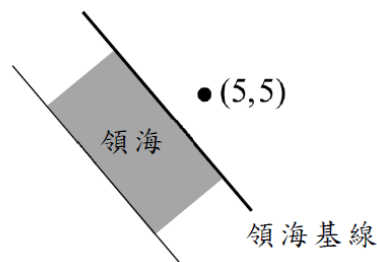
一、單選題(占 35 分)

- 當標準值為 95，試選出有幾個整數 N 與標準值的誤差百分比 $\frac{|N-95|}{95} \times 100\%$ 小於 5%。
(1) 4 個 (2) 5 個 (3) 8 個 (4) 9 個 (5) 10 個
- 以計算機的自然對數按鍵 \ln (即 $\ln x = \log_e x$) 估算連續複利本利和 $100e^{\frac{3n}{100}} = 135$ 所需期數 n ，試選出等於 n 的選項。
(1) $\frac{3}{100} \ln(135-100)$ (2) $\frac{100}{3} \ln(135-100)$ (3) $\frac{135}{100} \ln(\frac{3}{100})$
(4) $\frac{3}{100} \ln(\frac{135}{100})$ (5) $\frac{100}{3} \ln(\frac{135}{100})$
- 已知實數二階方陣 A 滿足 $A \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ 以及 $A \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ 。試選出 A 的反方陣。
(1) $\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$ (2) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}$ (3) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$ (4) $\begin{bmatrix} 1 & \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$ (5) $\begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 1 \end{bmatrix}$
- 電腦程式模擬在太平洋等速航行的甲、乙兩艘船。甲船沿著北緯 60 度向西航行，乙船沿著赤道向東航行。在某一時間點甲船在西經 169 度、乙船在東經 140 度，試選出當甲船到達東經 171 度時，乙船在東經幾度。
(1) 120 度 (2) 130 度 (3) 150 度 (4) 160 度 (5) 180 度
- 某人購買公益彩券，第一次以 N 元為投注金額。之後每次要投注時，先將前次投注金額增加一半設為預定金額。如果預定金額大於 $2N$ 元，則將預定金額減少一半投注；否則就以預定金額投注。前四次投注紀錄如下表：

	第一次	第二次	第三次	第四次
預定金額(元)	<div></div>	$\frac{3}{2}N$	$\frac{9}{4}N$	$\frac{27}{16}N$
投注金額(元)	N	$\frac{3}{2}N$	$\frac{9}{8}N$	$\frac{27}{16}N$

試選出此人第七次的投注金額為多少元。

- $\frac{3^6}{2^6}N$ (2) $\frac{3^6}{2^8}N$ (3) $\frac{3^6}{2^9}N$ (4) $\frac{3^7}{2^7}N$ (5) $\frac{3^7}{2^{10}}N$
- 各國沿岸的「領海基線」其外側距離基線十二浬間之海域，為該國之「領海」。在以浬為單位的坐標平面上，某國有一部分的領海基線為直線 $L: 4x + 3y - 12 = 0$ 上的某一線段，且 $(5, 5)$ 位於該領海基線的內側，如圖所示。試選出該段領海在 L 與下列哪一條直線之間。
(1) $4x + 3y + 48 = 0$ (2) $4x + 3y + 18 = 0$ (3) $4x + 3y = 0$
(4) $4x + 3y - 24 = 0$ (5) $4x + 3y - 72 = 0$



7. 有 A 、 B 、 C 三種福袋各一個，其中 A 、 B 、 C 中獎的機率分別為 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2}{3}$ 、 $\frac{1}{2}$ ，且不同福袋中獎與否互不影響。設在福袋 A 中獎的條件下，至少有兩個福袋中獎的機率為 p ，且設在至少有兩個福袋中獎的條件下，福袋 A 中獎的機率為 q 。試選出 $\frac{p}{q}$ 之值。

- (1) $\frac{11}{18}$ (2) $\frac{17}{18}$ (3) 1 (4) $\frac{18}{17}$ (5) $\frac{18}{11}$

二、多選題(占 25 分)

8. 試選出與函數 $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{5}x + \pi\right) + 3$ 在每個實數 x 所得函數值皆相同的函數。

- (1) $y = 6\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 3$ (2) $y = 3\sin\left(\left(\frac{\pi}{5} + 2\pi\right)x + \pi\right) + 3$ (3) $y = 3\sin\left(\frac{\pi}{5}x - \pi\right) + 3$
 (4) $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) - 3$ (5) $y = -3\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right) + 3$

9. 設 $f(x) = (1-x)(2-x)^2(4+x)$ 。試選出正確的選項。

- (1) $f(x)$ 除以 $(1-x)(2-x)(4+x)$ 的餘式為 $-x+2$
 (2) 若將 $f(x)$ 表為 $a(x-2)^4 + b(x-2)^3 + c(x-2)^2$ ，則 $c = -6$
 (3) $f(x) > 0$ 的解區間為 $(-4, 2)$ (4) $\frac{f(2026)}{f(-2022)} > 1$ (5) $f(2026) > f(-2022)$

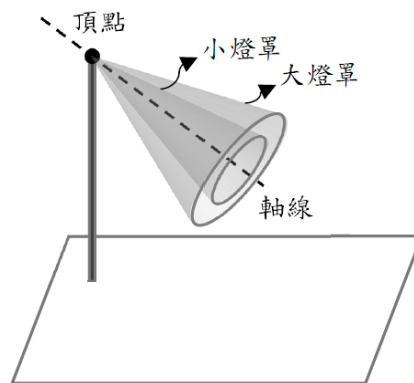
10. 某研究探討昆蟲的身長與其體內兩種養分 A 、 B 濃度的關係。研究中蒐集某種昆蟲，測得牠們身長與體內 A 濃度的數據如下表。

	平均數	變異數	相關係數
身長	65 單位	100 平方單位	0.75
A 濃度	50 單位	225 平方單位	

已知每隻昆蟲體內的 B 濃度均為 A 濃度的 0.5 倍。試選出正確的選項。

- (1) B 濃度的標準差為 $\frac{15}{2}$ 單位 (2) 若身長的中位數為 65 單位，則 B 濃度的中位數為 25 單位
 (3) B 濃度與 A 濃度的相關係數為 0.5 (4) 若找到一身長為 65 單位的昆蟲，利用 A 濃度對身長的迴歸直線(最適直線)預測，其體內 A 濃度為 50 單位
 (5) B 濃度(Y)對身長(X)的迴歸直線斜率為 $\frac{1}{2}$

11. 有一立燈為了採光，採用兩個可以替換的大、小燈罩。兩燈罩皆為直圓錐面的一部分，裝在燈上其軸線位置相同、燈源皆在頂點，且大燈罩照射在地面上的光線範圍大於小燈罩的光線範圍，如圖所示。令大、小燈罩在地面上所成的光線邊緣分別為圓錐曲線 Γ 、 γ 的一部分。試選出正確的選項。



- (1) 如果 Γ 是橢圓，則 γ 是拋物線
 (2) 如果 Γ 是拋物線，則 γ 是橢圓
 (3) 如果 Γ 是雙曲線，則 γ 是拋物線
 (4) 如果 γ 是拋物線，則 Γ 是拋物線
 (5) 如果 γ 是雙曲線，則 Γ 是雙曲線

12. 有兩容器，A 瓶內有含糖 100 公克的紅茶 1000 毫升，B 瓶內有不含糖的紅茶 500 毫升。用以下方式稀釋 A 瓶的甜度：將 A 瓶混合均勻後，倒出 500 毫升至 B 瓶，再將 B 瓶混合均勻後，倒 500 毫升回 A 瓶，稱此為一次稀釋。重複此稀釋動作，令第 n 次稀釋完，A 瓶的含糖量為 a_n 公克。試選出正確的選項。

(1) $a_1 = 75$ (2) 第 n 次稀釋完，B 瓶的含糖量為 $50 - \frac{1}{2}a_n$ 公克

(3) $a_{n+1} = \frac{1}{2}a_n + \frac{1}{2}\left(100 - \frac{1}{2}a_n\right)$ (4) 可找到實數 c 滿足數列 $\langle a_n - c \rangle$ 為公比是 $\frac{1}{4}$ 的等比數列

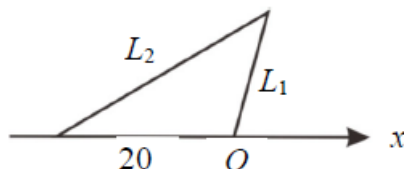
(5) 第 100 次稀釋完，A 瓶的含糖量小於 60 公克

三、選填題(占 25 分)

13. 坐標平面上， L_1 為通過原點 O 且斜角為 75° 的直線； L_2 為通過點 $(-20, 0)$ 且斜角為 30° 的直線，如圖所示。

則 L_1 、 L_2 的交點到原點的距離為_____。

(四捨五入至整數)



14. 將 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 七個數字排成一個七位數。若要求排出的數字 3, 4 相鄰、5, 6 相鄰以及 6, 7 相鄰，則共可排出_____個七位數。

15. 某校健康檢查：全體學生中有近視的占 $\frac{1}{2}$ 、有蛀牙的占 $\frac{1}{3}$ 。設 p 為全體學生中無近視且無蛀牙的學生所占比例。將部分資料依所占比例以列聯表呈現如下：

	有近視	無近視	總和
有蛀牙			$\frac{1}{3}$
無蛀牙		p	$\frac{2}{3}$
總和	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	1

已知有近視的學生中，有蛀牙的占少數；有蛀牙的學生中，有近視的占多數。

則 p 的範圍為_____。(化為最簡分數)

16. 坐標平面上， L 為一次函數 $y = f(x)$ 的圖形， Γ 為二次函數 $y = g(x)$ 的圖形。已知 L 與 Γ 交於 $(1, 0)$ 、 $(5, 4)$ 兩點，且點 $(2, 2)$ 在 Γ 上。

則 $g(x) - f(x)$ 的最大值為_____。(化為最簡分數)

17. 利用單點透視法將坐標空間的點繪製在畫布的坐標平面上。

已知

(一) 空間中與 y 軸平行的直線，在畫布上的消失點為 $(0, 15)$

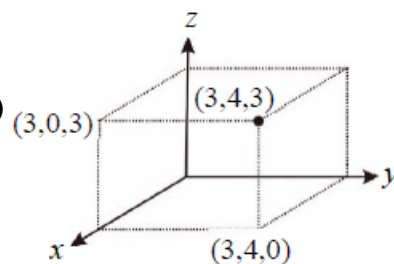
(二) 空間中與 z 軸平行的直線，在畫布上都與 y 軸平行

若點 $(0, 0, 0)$ 、 $(3, 4, 0)$ 、 $(3, 0, 3)$ 繪在畫布上分別為

$(0, 0)$ 、 $(\frac{13}{5}, 2)$ 、 $(3, 3)$ ，則點 $(3, 4, 3)$

繪在畫布上的 y 坐標為_____。(化為最簡分數)

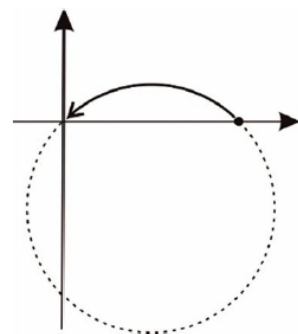
(註：右圖為三點 $(3, 4, 0)$ 、 $(3, 0, 3)$ 、 $(3, 4, 3)$ 於坐標空間的位置關係)



第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

有一張星軌照片，照片中的星星各自繞著以北極星為圓心且以逆時鐘方向旋轉 90° 角所畫出的圓弧軌跡。在此照片所設的坐標平面上令北極星為點 P 。已知甲星軌跡的起點、終點坐標分別為 $(8,0)$ 、 $(0,0)$ ，軌跡如圖所示。根據上述，試回答下列問題。



18. 試選出甲星軌跡的起點與終點連線線段的中垂線方程式。

(單選題，3 分)

- (1) $x = 4$ (2) $y = 4$ (3) $y = x - 4$ (4) $y = -x + 4$ (5) $y = 4x$

19. 令 L 為通過點 $(8, 0)$ 且斜率為 1 的直線。試說明點 P 在 L 上，並求甲星軌跡所在的圓方程式。(非選擇題，6 分)

20. 已知照片中乙星軌跡的起點 Q 坐標為 $(2, 8)$ 。令 R 為其軌跡終點，試求 \overrightarrow{PR} 以及點 R 的坐標。(非選擇題，6 分)

2026 年大學學科能力測驗(數學 B) 參考答案

選擇題：1.(4) 2.(5) 3.(2) 4.(3) 5.(3) 6.(1) 7.(2) 8.(3)(5) 9.(2)(4) 10.(1)(4)
11.(2)(5) 12.(1)(3)(4)

選填題：13. 14 14. 96 15. $\frac{1}{3} < p < \frac{5}{12}$ 16. $\frac{4}{3}$ 17. $\frac{23}{5}$

混合題或非選擇題：

18. (1) 19. $(x-4)^2 + (y+4)^2 = 32$ 20. $\overrightarrow{PR} = (-12, -2)$ 、 $R(-8, -6)$