

112 學年度全國高級中學學測模擬考(112-E1)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 35 分)

1. 設實數 x 滿足 $\frac{1}{2022x-1} = 2023$ ，下列哪一個選項為 $\frac{1}{2023x-1}$ 之值？
(1) 1011 (2) 1012 (3) 2022 (4) 2023 (5) 2024
2. 已知 $a = \frac{31}{4}$ 、 $b = 8$ 、 $c = \sqrt{62}$ 和 d ，且 d 為無理數將這四個數標註在數線上，即 $A(a)$ 、 $B(b)$ 、 $C(c)$ 和 $D(d)$ 。試選出正確的選項。
(1) $a+b+c+d$ 必為一個無理數 (2) $abcd$ 必為一個有理數
(3) 點 A 和點 B 的中點位於點 C 的右邊 (4) 若 $c < d < b$ ，則 $d = \sqrt{63}$
(5) 若 d^2 為有理數且 $c^2 < d^2 < b^2$ ，則 $d = \pm\sqrt{63}$
3. 考慮兩實數乘積 $(2+\sqrt{5})(4-\sqrt{5}) = 3+2\sqrt{5}$ ，下列哪一個選項的值與雙重根號 $\sqrt{6-2\sqrt{3+2\sqrt{5}}}$ 的值相等？ (1) $\sqrt{2-\sqrt{5}} + \sqrt{4+\sqrt{5}}$ (2) $\sqrt{2+\sqrt{5}} + \sqrt{4-\sqrt{5}}$
(3) $\sqrt{2+\sqrt{5}} - \sqrt{4-\sqrt{5}}$ (4) $\sqrt{3+\sqrt{5}} - \sqrt{3-\sqrt{5}}$ (5) $\sqrt{4+\sqrt{5}} - \sqrt{2-\sqrt{5}}$
4. 多項式 $f(x) = 4(x^2+1) - (x-1)^2(x+3) - (x+1)^3$ 等於下列哪一個選項？
(1) $-x(x-1)^2$ (2) $-2x(x+1)^2$ (3) $-x(x+1)(x-1)$ (4) $-2(x+1)^2(x-1)$ (5) $-2x(x+1)(x-1)$
5. 定義指數 $x^{y^z} = x^{(y^z)}$ ，其中 x, y, z 為正實數，例如 $3^{2^5} = 3^{32}$ 。下列哪一個選項的值最大？ (1) 2^{4^3} (2) 2^{3^4} (3) 3^{2^4} (4) 4^{2^3} (5) 4^{3^2}
6. 已知二次函數 $y = f(x)$ 圖形的頂點坐標為 $(h, f(h))$ 。若函數圖形在區間 $b \leq x \leq a$ 範圍內， $f(b)$ 為最大值但 $f(a)$ 不是最小值，其中 $b < a, f(a) \neq f(b)$ 。試選出正確的選項。
(1) $h < b$ (2) $h = b$ (3) $b < h < a$ (4) $h = a$ (5) $h > a$
7. 根據氣象局資料，到了 21 世紀初，地震學者採用更能直接反應地震破裂過程物理特性(如地層錯動的大小和地震的能量等)的表示方法，即地震矩規模(M_w)來描述地震大小，其計算公式為 $M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.73$ ，其中的 M_0 為地震矩，是地震學家用來表示地震所釋放出之能量的數量。根據記錄，1999 年集集大地震的地震矩規模為 7.7，2016 年美濃地震的地震矩規模為 6.4，兩次地震所釋放的能量(地震矩)，前者是後者的幾倍？選出最接近的數值。(1)20 倍 (2)60 倍 (3)75 倍 (4)90 倍 (5)105 倍

二、多選題(占 20 分)

8. 已知 n 為正實數，下列哪些選項是絕對值不等式 $|x-n| \geq 2x$ 的解？
(1) $x=0$ (2) $x = \frac{n}{3}$ (3) $x = \frac{2n}{3}$ (4) $x=n$ (5) $x=2n$
9. 若多項式函數 $f(x)$ 滿足 $g(x) = f(x^2) - f(x) = 4x^6 - 2x^4 - 4x^3 + 5x^2 - 3x$ ，試選出正確的選項。
(1) $\deg f(x) = 3$ (2) $\deg g(x) = \deg f(x^2) - \deg f(x)$ (3) $f(x)$ 的首項係數為 2
(4) $f(x^2)$ 的係數和等於 $f(x)$ 的係數和 (5) $x(x-1)$ 是 $g(x)$ 的因式
10. 平面上三角形 ABC 頂點坐標分別為 $A(0,5)$ 、 $B(2,3)$ 、 $C(-4,1)$ ，令圓 Γ 為過三角形三頂點的外接圓，試選出正確的選項。
(1) $\overline{AB} \perp \overline{AC}$ (2) 圓 Γ 的圓心為 $(-1,2)$
(3) 圓 Γ 的半徑等於 $\sqrt{10}$ (4) 原點 $(0,0)$ 在圓 Γ 的外部 (5) 圓 Γ 恰通過三個象限

11. 有一直角三角形，其中兩股長分別為 a 、 b ，斜邊長為 c ，若 a 、 b 、 c 為互質正整數，羅馬時期的數學家丟番圖(Diophantus)約在西元前 250 年提出下列公式：

$$\begin{cases} a = m^2 - n^2 \\ b = 2mn \\ c = m^2 + n^2 \end{cases}, \text{ 其中 } m, n \text{ 為互質正整數}(m > n)。 \text{ 根據此公式，當 } a = m^2 - n^2 \text{ 為質數時，}$$

則下列哪些選項中的數值不可能為完全平方數？

- (1) $b+c$ (2) $2b+1$ (3) $2c+1$ (4) $2(a+b+1)$ (5) $2(a+c+1)$

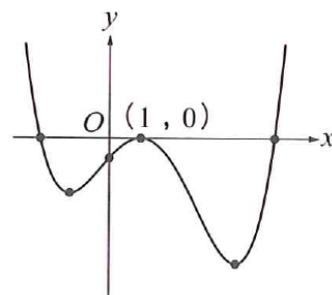
三、選填題(占 30 分)

12. 設 x 、 y 為循環小數，且 $x = 0.\overline{9}$ 、 $y = 0.0\overline{3}$ ，則 $x - y$ 的值等於_____。(化為最簡分數)

13. 若 $\left(\frac{10000}{10^{\sqrt{10}}}\right)^{4+\sqrt{10}} = 10^k$ ，則整數 $k =$ _____。

14. 已知 2^{2023} 、 5^{2023} 兩數的科學記號分別為 $a \times 10^{608}$ 、 $b \times 10^{1414}$ ，其中 $1 \leq a, b < 10$ ，則 $ab =$ _____。

15. 已知四次多項式函數 $f(x) = a(3x-16)(x-1)^2(x+\sqrt{5})$ 的部分圖形如右所示，則滿足不等式 $f(x) < 0$ 的整數解有_____個。



16. 已知三次實係數多項式函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中 $a \neq 0$ 。若 $y = g(x) = x^3 - 5x + 4$ 的圖形向右平移 2 個單位可得到 $y = f(x)$ 的圖形，則 $y = f(x)$ 的圖形在 $x = 0$ 附近會近似於直線_____。

17. 某甲計算多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 除以 $g(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的餘式，其中 a, b, c, d 為實數，且 $a > 0$ 。他誤看成 $g(x)$ 除以 $f(x)$ ，計算後得出餘式為 $-2x^2 - 18$ 。假設 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 正確的餘式等於 $px^2 + qx + r$ ，則 $q + \frac{r}{p} =$ _____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

坐標平面上 O 為原點，給定點 $P(-12, -9)$ 與圓 $\Gamma: x^2 + y^2 = 10^2$ ，另有兩點 $A、B$ 在圓 Γ 上且 $\overline{AB} = 2\sqrt{19}$ ，已知直線 L 過 $P、A、B$ 三點且斜率為 m ，根據上述，試回答下列問題：

18. 直線 L 方程式為下列哪一個選項？(單選題，3 分)

- (1) $y + 9 = m(x + 12)$ (2) $(y + 9) + m(x + 12) = 0$ (3) $y - 9 = m(x - 12)$
(4) $m(y + 9) = x + 12$ (5) $m(y - 9) = x - 12$

19. 圓心 $O(0,0)$ 到弦 \overline{AB} 的距離為下列哪一個選項？(單選題，5 分)

- (1) 9 (2) 8 (3) 6 (4) 3 (5) 0

20. 若直線 M 過點 P ，與圓 Γ 相交於 $C、D$ 兩點，且弦長 $\overline{CD} \geq \overline{AB}$ ，則直線 M 的斜率 t 之範圍為何？ (非選擇題，7 分)

RA1100 112 學年度全國高級中學學測模擬考(112-E1)

參考答案

選擇題：1. (1) 2. (3) 3. (3) 4. (5) 5. (2) 6. (3) 7. (4) 8. (1)(2)(4) 9. (1)(4)(5)

10. (1)(2)(3) 11. (3)(5)

選填題：12. $\frac{29}{30}$ 13. 6 14. 10 15. 7 16. $y = 7x + 6$ 17. 9

混合題：18. (1) 19. (1) 20. $0 \leq t \leq \frac{24}{7}$