

全國公私立高中 113 學年度第一次學測模擬考(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 25 分)

- 若 a, b, c 均為正整數，滿足 $\sqrt{61+2\sqrt{5a}} = b + \sqrt{5c}$ ，試選出正確的選項。
(1) a 是奇數 (2) b 是 3 的倍數 (3) c 是偶數 (4) $\sqrt{a+b}$ 是有理數 (5) \sqrt{c} 是有理數
- 若 $f(x) = 36(3x-1)^6 - 65(3x-1)^5 - 40(3x-1)^4 + 25(3x-1)^3 - 44(3x-1)^2 + 57x - 18$ ，則 $f(\frac{13}{12})$ 之值最接近下列哪一個選項？ (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
- 直角坐標平面上有四點，分別為 $O(0,0), A(5,0), B(7,3), C(3,5)$ 。今有一點 $P(m,n)$ 在第一象限，滿足 $\angle APO = 90^\circ$ ，且 $\overline{PB} = \overline{PC}$ ，則 $m+2n$ 之值為下列哪一個選項？
(1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12
- 平面上有 $A(2,6), B(4,1)$ 兩點及直線 $L: kx - y + k^2 + 2k + 1 = 0$ ， k 為常數。欲使 A, B 兩點都不在直線 L 上，且 A 點在直線 L 的下方半平面，而 B 點在直線 L 的上方半平面，則 k 的最小範圍為 $\alpha < k < \beta$ 。試選出 $\alpha + \beta$ 的值為下列哪一個選項？
(1) -11 (2) -6 (3) -5 (4) -4 (5) 1
- 設 x 為實數，已知 $\max\{|x-3|, |x+3|\} \leq 15$ (即 $|x-3|$ 與 $|x+3|$ 較大者小於等於 15)，試求其解 x 的最大範圍所對應的區間長度為下列哪一選項？
(1) 30 (2) 24 (3) 15 (4) 12 (5) 6

二、多選題(占 30 分)

- 設 $a = 2^{\frac{1}{3}}, b = 3^{\frac{1}{2}}, c = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}, d = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}$ 。試選出下列正確的選項。
(1) $b > a > c > d$ (2) $0 < a < b < 1$ (3) $0 < d < c < 1$ (4) $ad > bc$ (5) $ac + bd = 2$
- 已知直線 $L: 3x + 2y = 26$ 與直線 $M: 2x - 3y = 39$ 。今以原點 O 為圓心， r 為半徑畫圓 A 。試問 r 的值可以為下列哪些選項，使得圓 A 和直線 L 交兩點，並且圓 A 和直線 M 不相交？ (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9
- 設坐標平面上有二圓 $C_1: x^2 + y^2 + 6x - 6y + 14 = 0$ ， $C_2: x^2 + y^2 - 8x - 12y + 43 = 0$ 。欲在 x 軸與 y 軸上分別找出二點 $P(a,0), Q(0,b)$ ，使得 P 點到二圓的距離之和 d_1 與 Q 點到二圓的距離之和 d_2 皆為最小，試選出下列正確的選項。
(1) $a = -\frac{2}{3}$ (2) $b = 4$ (3) $d_1 = \sqrt{130}$ (4) $d_2 = \sqrt{58} - 5$ (5) $d_1 + d_2 > 5$
- 下列哪些選項中的不等式的解包含所有的正整數？ (1) $x^2 - 2024x < 0$ (2) $x^2 + 2x - 3 > 0$
(3) $8x^2 - 8x + 1 > 0$ (4) $x^2 - 6x + 9 > 0$ (5) $x^2 - 5x + 7 > 0$
- 設 a, b, c 為質數，已知 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形和 x 軸交於 $(\alpha, 0), (\beta, 0)$ 兩點，其中 $\alpha < \beta$ 。若 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 5$ 無解，且 x 的不等式 $ax^2 + bx + c > -5$ 的解為 $\gamma < x < \delta$ 。試選出正確的選項。
(1) $a > 0$ (2) x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 1$ 可能無解 (3) x 的不等式 $ax^2 + bx + c > 0$ 可能無解 (4) $\alpha < \gamma < \delta < \beta$ (5) $\gamma < \alpha < \beta < \delta$
- 若 x, y, z 均為實數，滿足 $\sqrt{x^2 - 20x + 100} + \sqrt{y^2 - 60y + 900} + \sqrt{z^2 - 100z + 2500} = 5$ ，則 $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{y^2 - 2yz + z^2}$ 的值可能為下列哪些選項？
(1) 25 (2) 35 (3) 45 (4) 55 (5) 65

三、選填題(占 30 分)

12. 化簡 $\frac{1}{\sqrt{3.5-\sqrt{8.25}}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)

13. 設圓 C 通過 $O(0, 0)$, $P(0, 3)$, $Q(\frac{-3}{2}, 0)$ 三點, 則過點 P 的切線斜率 $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
(化為最簡分數)

14. $\triangle ABC$, $A(7, 15)$, $B(-3, -5)$, $C(12, 5)$ 。 D, E, F 三點分別在 $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$ 的邊上, 已知四邊形 $ADEF$ 是平行四邊形, 且 $\overline{AD} : \overline{DE} = 1 : 2$, 則 E 點坐標為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 坐標平面上有 $A(-4, m)$, $B(n, r)$ 兩點, 若線段 \overline{AB} 和直線 L 交於點 $P(4, 3)$, 又 A, B 兩點到直線 L 的投影點分別為 $C(0, 1)$, $D(10, 6)$, 則數對 $(m, n, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 三次函數 $y = f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x - 1$ 圖形的對稱中心為 P 點。 $y = f(x)$ 的圖形上有 $A(-2, 0)$, B, C, D 四點, 且 $ABCD$ 是菱形, 兩對角線 \overline{AC} , \overline{BD} 交於 P 點, 則菱形 $ABCD$ 的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 某一城市在坐標平面 $0 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 6$ 的長方形範圍內, 設有三處派出所 A, B, C , 其坐標分別為 $A(2, 4)$, $B(9, 5)$, $C(6, 2)$ 。若規定在此長方形區域內(含邊界)的任一位置 $D(x, y)$ 發生案件, 則由距離案發地點 D 最近的派出所管轄處理, 若與案發地點 D 最近的派出所所有二個以上時, 則由這些派出所共同處理。試問 C 派出所的管轄面積大小為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 平方單位。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

已知 $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ 圖形的對稱中心為 $A(2, 3)$ ， $y = g(x)$ 的圖形是以 $A(2, 3)$ 為頂點的拋物線， $y = h(x)$ 的圖形是過點 $A(2, 3)$ 且斜率為 m 的直線。根據上述條件，試回答下列問題。

18. $y = f(x) + h(x)$ 圖形的對稱中心為下列哪一個選項？(單選題，3 分)

- (1) $(0, 0)$ (2) $(2, 3)$ (3) $(2, 6)$ (4) $(4, 3)$ (5) $(4, 6)$

19. 若 $y = g(x) + h(x)$ 的圖形是以 $B(3, 4)$ 為頂點的拋物線，試求 m 之值。(非選擇題，4 分)

20. 承 19 題，若 $f(x)$ 除以 $(g(x) - h(x))$ 的餘式為 $x + 1$ ，試求 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 的一次近似直線。(非選擇題，8 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2, 10^{0.4771} \approx 3, 10^{0.6990} \approx 5, 10^{0.8451} \approx 7$

RA1101 全國公私立高中 113 學年度第一次學測模擬考(南一)

參考答案

選擇題：1. (4) 2. (3) 3. (3) 4. (1) 5. (2) 6. (1)(3)(5) 7. (4)(5) 8. (1)(4)(5)

9. (3)(5) 10. (2)(5) 11. (2)(3)

選填題：12. $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{3}}{4}$ 13. $-\frac{1}{2}$ 14. (9, 3) 15. (9, 16, -6) 16. 30 17. $\frac{283}{12}$

混合題：18. (3) 19. $m = -4$ 20. $y = -3x + 9$