

# 全國公私立高中 113 學年度第一次學測模擬考(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 25 分)

1. 若  $a, b, c$  均為正整數，滿足  $\sqrt{61+2\sqrt{5a}} = b + \sqrt{5c}$ ，試選出正確的選項。  
(1)  $a$  是奇數 (2)  $b$  是 3 的倍數 (3)  $c$  是偶數 (4)  $\sqrt{a+b}$  是有理數 (5)  $\sqrt{c}$  是有理數
2. 若  $f(x) = 36(3x-1)^6 - 65(3x-1)^5 - 40(3x-1)^4 + 25(3x-1)^3 - 44(3x-1)^2 + 57x - 18$ ，則  $f(\frac{13}{12})$  之值最接近下列哪一個選項？ (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
3. 直角坐標平面上有四點，分別為  $O(0,0), A(5,0), B(7,3), C(3,5)$ 。今有一點  $P(m,n)$  在第一象限，滿足  $\angle APO = 90^\circ$ ，且  $\overline{PB} = \overline{PC}$ ，則  $m+2n$  之值為下列哪一個選項？  
(1) 4 (2) 6 (3) 8 (4) 10 (5) 12
4. 平面上有  $A(2,6), B(4,1)$  兩點及直線  $L: kx - y + k^2 + 2k + 1 = 0$ ， $k$  為常數。欲使  $A, B$  兩點都不在直線  $L$  上，且  $A$  點在直線  $L$  的下方半平面，而  $B$  點在直線  $L$  的上方半平面，則  $k$  的最小範圍為  $\alpha < k < \beta$ 。試選出  $\alpha + \beta$  的值為下列哪一個選項？  
(1) -11 (2) -6 (3) -5 (4) -4 (5) 1
5. 設  $x$  為實數，已知  $\max\{|x-3|, |x+3|\} \leq 15$  (即  $|x-3|$  與  $|x+3|$  較大者小於等於 15)，試求其解  $x$  的最大範圍所對應的區間長度為下列哪一選項？  
(1) 30 (2) 24 (3) 15 (4) 12 (5) 6

二、多選題(占 30 分)

6. 設  $a = 2^{\frac{1}{3}}, b = 3^{\frac{1}{2}}, c = (\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}}, d = (\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}$ 。試選出下列正確的選項。  
(1)  $b > a > c > d$  (2)  $0 < a < b < 1$  (3)  $0 < d < c < 1$  (4)  $ad > bc$  (5)  $ac + bd = 2$
7. 已知直線  $L: 3x + 2y = 26$  與直線  $M: 2x - 3y = 39$ 。今以原點  $O$  為圓心， $r$  為半徑畫圓  $A$ 。試問  $r$  的值可以為下列哪些選項，使得圓  $A$  和直線  $L$  交兩點，並且圓  $A$  和直線  $M$  不相交？ (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9
8. 設坐標平面上有二圓  $C_1: x^2 + y^2 + 6x - 6y + 14 = 0$ ， $C_2: x^2 + y^2 - 8x - 12y + 43 = 0$ 。欲在  $x$  軸與  $y$  軸上分別找出二點  $P(a,0), Q(0,b)$ ，使得  $P$  點到二圓的距離之和  $d_1$  與  $Q$  點到二圓的距離之和  $d_2$  皆為最小，試選出下列正確的選項。  
(1)  $a = -\frac{2}{3}$  (2)  $b = 4$  (3)  $d_1 = \sqrt{130}$  (4)  $d_2 = \sqrt{58} - 5$  (5)  $d_1 + d_2 > 5$
9. 下列哪些選項中的不等式的解包含所有的正整數？ (1)  $x^2 - 2024x < 0$  (2)  $x^2 + 2x - 3 > 0$   
(3)  $8x^2 - 8x + 1 > 0$  (4)  $x^2 - 6x + 9 > 0$  (5)  $x^2 - 5x + 7 > 0$
10. 設  $a, b, c$  為質數，已知  $y = ax^2 + bx + c$  的圖形和  $x$  軸交於  $(\alpha, 0), (\beta, 0)$  兩點，其中  $\alpha < \beta$ 。若  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 5$  無解，且  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > -5$  的解為  $\gamma < x < \delta$ 。試選出正確的選項。  
(1)  $a > 0$  (2)  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 1$  可能無解 (3)  $x$  的不等式  $ax^2 + bx + c > 0$  可能無解 (4)  $\alpha < \gamma < \delta < \beta$  (5)  $\gamma < \alpha < \beta < \delta$
11. 若  $x, y, z$  均為實數，滿足  $\sqrt{x^2 - 20x + 100} + \sqrt{y^2 - 60y + 900} + \sqrt{z^2 - 100z + 2500} = 5$ ，則  $\sqrt{x^2 - 2xy + y^2} + \sqrt{y^2 - 2yz + z^2}$  的值可能為下列哪些選項？  
(1) 25 (2) 35 (3) 45 (4) 55 (5) 65

三、選填題(占 30 分)

12. 化簡  $\frac{1}{\sqrt{3.5-\sqrt{8.25}}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡根式)

13. 設圓  $C$  通過  $O(0, 0)$ ,  $P(0, 3)$ ,  $Q(\frac{-3}{2}, 0)$  三點, 則過點  $P$  的切線斜率  $m = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
(化為最簡分數)

14.  $\triangle ABC$ ,  $A(7, 15)$ ,  $B(-3, -5)$ ,  $C(12, 5)$ 。  $D, E, F$  三點分別在  $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{CA}$  的邊上, 已知四邊形  $ADEF$  是平行四邊形, 且  $\overline{AD} : \overline{DE} = 1 : 2$ , 則  $E$  點坐標為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 坐標平面上有  $A(-4, m)$ ,  $B(n, r)$  兩點, 若線段  $\overline{AB}$  和直線  $L$  交於點  $P(4, 3)$ , 又  $A, B$  兩點到直線  $L$  的投影點分別為  $C(0, 1)$ ,  $D(10, 6)$ , 則數對  $(m, n, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

16. 三次函數  $y = f(x) = \frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x - 1$  圖形的對稱中心為  $P$  點。  $y = f(x)$  的圖形上有  $A(-2, 0)$ ,  $B, C, D$  四點, 且  $ABCD$  是菱形, 兩對角線  $\overline{AC}$ ,  $\overline{BD}$  交於  $P$  點, 則菱形  $ABCD$  的面積為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

17. 某一城市在坐標平面  $0 \leq x \leq 10$ ,  $0 \leq y \leq 6$  的長方形範圍內, 設有三處派出所  $A, B, C$ , 其坐標分別為  $A(2, 4)$ ,  $B(9, 5)$ ,  $C(6, 2)$ 。若規定在此長方形區域內(含邊界)的任一位置  $D(x, y)$  發生案件, 則由距離案發地點  $D$  最近的派出所管轄處理, 若與案發地點  $D$  最近的派出所所有二個以上時, 則由這些派出所共同處理。試問  $C$  派出所的管轄面積大小為  $\underline{\hspace{2cm}}$  平方單位。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

已知  $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$  圖形的對稱中心為  $A(2, 3)$ ， $y = g(x)$  的圖形是以  $A(2, 3)$  為頂點的拋物線， $y = h(x)$  的圖形是過點  $A(2, 3)$  且斜率為  $m$  的直線。根據上述條件，試回答下列問題。

18.  $y = f(x) + h(x)$  圖形的對稱中心為下列哪一個選項？(單選題，3 分)

- (1)  $(0, 0)$  (2)  $(2, 3)$  (3)  $(2, 6)$  (4)  $(4, 3)$  (5)  $(4, 6)$

19. 若  $y = g(x) + h(x)$  的圖形是以  $B(3, 4)$  為頂點的拋物線，試求  $m$  之值。(非選擇題，4 分)

20. 承 19 題，若  $f(x)$  除以  $(g(x) - h(x))$  的餘式為  $x + 1$ ，試求  $y = f(x)$  在  $x = 2$  的一次近似直線。(非選擇題，8 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2, 10^{0.4771} \approx 3, 10^{0.6990} \approx 5, 10^{0.8451} \approx 7$

RA1101 全國公私立高中 113 學年度第一次學測模擬考(南一)

參考答案

選擇題：1. (4) 2. (3) 3. (3) 4. (1) 5. (2) 6. (1)(3)(5) 7. (4)(5) 8. (1)(4)(5)

9. (3)(5) 10. (2)(5) 11. (2)(3)

選填題：12.  $\frac{\sqrt{11}+\sqrt{3}}{4}$  13.  $-\frac{1}{2}$  14. (9, 3) 15. (9, 16, -6) 16. 30 17.  $\frac{283}{12}$

混合題：18. (3) 19.  $m = -4$  20.  $y = -3x + 9$