

113 學年度全國高級中學學測模擬考(113-E1)

第壹部分：選擇題(占 85 分)

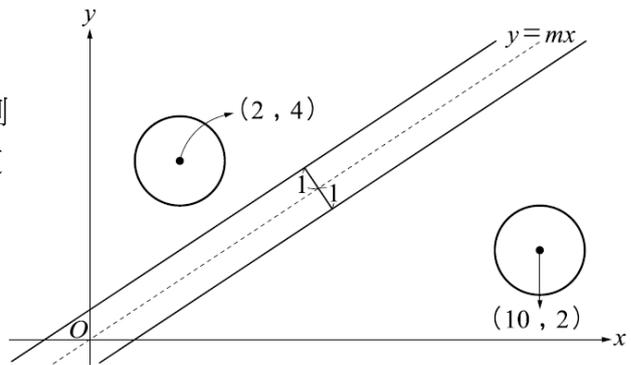


一、單選題(占 30 分)

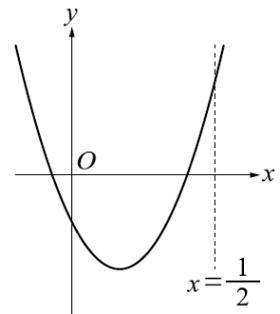
1. 試問有多少個整數 x 滿足 $|x+5|+x \leq 5$ (1) 0 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 無限多個
2. 已知實數 a, b 滿足 $b = \log a$ 且 $1 < a < 10$ 。設 $x = \frac{2a+b}{3}, y = \frac{a+3b}{4}, z = \frac{a+5b}{6}$ ，則 x, y, z 的大小關係為何？
(1) $z > y > x$ (2) $x > y > z$ (3) $x > z > y$ (4) $y > z > x$ (5) $y > x > z$
3. 已知 $3^{0.4} \approx 1.55, 3^{0.01} \approx 1.01$ ，則 $3^{\sqrt{2}}$ 最接近下列哪個選項？
(1) 2.6 (2) 3.5 (3) 4.7 (4) 5.1 (5) 5.7
4. 令多項式 $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 - 2)^2(x^2 - 3)^3(x^2 - 4)^4$ ，則多項式方程式 $f(x) = 0$ 的實數解將 x 軸分割成的 9 個開區間中，有多少個開區間可使 $f(x)$ 的值恆正？(註：不含端點的區間，我們稱為開區間，例如 $(2, 3)$ 代表 $2 < x < 3$ ， $(3, \infty)$ 代表 $x > 3$)
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個

5. 室內配置圖上有兩個半徑為 1 的圓形障礙物，其圓心分別為 $(2, 4)$ 和 $(10, 2)$ 。若室內設計師想要以直線 $L: y = mx (m > 0)$ 為中心，規劃一條寬度為 2 且不碰觸到圓形障礙物的通道(相切視為有碰觸)，則 m 可為下列哪個選項

- ? (1) $\frac{4}{3}$ (2) 1 (3) $\frac{3}{4}$ (4) $\frac{2}{3}$ (5) $\frac{2}{5}$



6. 右圖為 $y = ax^2 + bx + c$ 的圖形，虛線為 $x = \frac{1}{2}$ ，則下列哪一個選項的圖形可以代表 $ax + by + c = 0$ ？(選項中的虛線為直線 $y = x$)

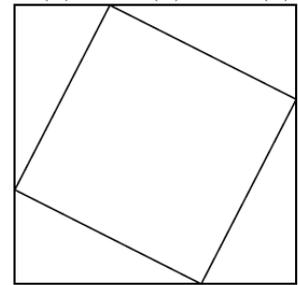


- (1) (2) (3)
- (4) (5)

二、多選題(占 30 分)

7. 若 2^n 與 3^{10} 有相同的位數，則 n 可為下列哪些數？ (1) 12 (2) 13 (3) 14 (4) 15 (5) 16

8. 如右圖，將一張面積為 3 的正方形色紙放置於一張面積為 5 的正方形色紙上，使得小正方形的頂點皆落在大正方形的邊上，此時大正方形被小正方形分割成 4 個全等的直角三角形以及 1 個正方形(小正方形)，試選出正確的選項。

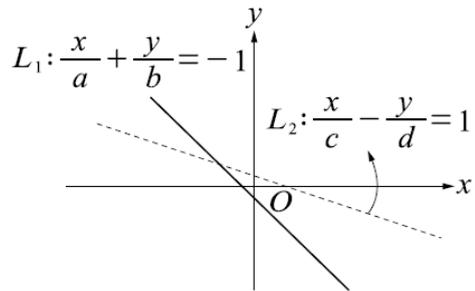


- (1) 三角形兩股的長度平方和為 3
 (2) 三角形兩股的長度和為 5 (3) 三角形兩股的長度乘積為 2
 (4) 三角形的面積為 1 (5) 三角形兩股長度相差 1

9. 如右圖，兩直線 L_1 、 L_2 的方程式分別為 $L_1: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = -1$

、 $L_2: \frac{x}{c} - \frac{y}{d} = 1$ 。試選出數值為正的選項。

- (1) a (2) c (3) ab (4) cd (5) $\frac{b}{a} + \frac{d}{c}$



10. 已知三次不等式 $2x^3 + 2(k-6)x^2 - (3k-16)x - 2k > 0$ 的解為 $x > 2$ ，試選出可能是 k 值的選項。(1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10

11. 關於滿足方程式 $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 6 = 0$ 的實數數對 (x, y) ，試選出正確的選項。

- (1) $x^2 + y^2$ 有最大值為 18 (2) $x^2 + y^2$ 有最小值為 $\sqrt{2}$
 (3) 恰有 34 組 (x, y) 使得 $x^2 + y^2$ 為整數 (4) $\frac{y}{x}$ 有最大值為 1 (5) $\frac{y}{x}$ 有最小值為 $2 - \sqrt{3}$

12. 令 $f(x) = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 2(x+1) + 1$ ，試選出正確的選項。

- (1) $f(-0.999)$ 的近似值(四捨五入至整數位)為 1 (2) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, 1)$
 (3) 不管 $y = f(x)$ 的圖形如何平移，圖形與 x 軸僅有一個交點
 (4) $f(x) = (x-1)^3 + 3(x-1)^2 + 2(x-1) + 1$ (5) $y = f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y = 2x - 1$

三、選填題(占 25 分)

13. 已知面積為 $11 + 6\sqrt{2}$ 的矩形，其周長的最小值為 m ，將 m 四捨五入至整數位後所得到的值為_____。

14. 若實係數三次多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + ax + a$ 除以 $x+1$ 與 $f(x)$ 除以 $x^2 + x + 1$ 有相同的餘式，則 $f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式為_____。

15. 將坐標平面上的直線 $ax + by = 0$ 向右平移 1 單位再向上平移 2 單位後，與原本的直線恰好重合，則兩平行直線 $ax + by + a = 0$ 與直線 $ax + by - b = 0$ 間的距離為_____。

(化為最簡分數)

16. 設 $f(x)$ 為首項係數為 1 的實係數三次多項式，若對所有實數 t 皆有關係式 $f(t-1) = -f(3-t)$ ，且 $f(2) = f(0)$ ，則 $f(4) =$ _____。

17. 坐標平面上有一圓 $C: (x-k)^2 + (y+k)^2 = k^2 (k \neq 0)$ ，且圓 C 上的點 (x, y) 皆滿足 $3x - 4y - 12 \leq 0$ ，則滿足條件的實數 k 最大為 _____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

給定坐標平面上點 $A(4, 8)$ ，點 $B(10, 6)$ ，點 $C(0, -4)$ 三點，及一動點 D ，試回答下列問題。

18. 若平面上有一直線 L ，直線 L 上的動點 $P(x, y)$ 皆滿足 $\overline{PA} = \overline{PC}$ ，則直線 L 的方程式為 _____。(選填題，4 分)

19. 若動點 D 滿足 $\overline{AD} \leq \overline{CD}$ ，則下列何者可能為動點 D 的坐標？(單選題，3 分)
(1) $(-1, 3)$ (2) $(-1, 2)$ (3) $(1, 2)$ (4) $(-10, 5)$ (5) $(-10, 4)$

20. 今欲以滿足 $\overline{AD} \leq \overline{BD}$ 之動點 D 為圓心，分別以 \overline{BD} 和 \overline{AD} 為半徑作圓，使得點 C 在兩圓之間(包含在圓上的情況)。試求在 $x \geq 0$ 且 $y \geq 0$ 時，動點 D 所形成的區域面積。
(非選擇題，8 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log 2 \approx 0.3010$, $\log 3 \approx 0.4771$, $\log 5 \approx 0.6990$, $\log 7 \approx 0.8451$, $\log 9 \approx 0.9542$ 。

RA1102 113 學年度全國高級中學學測模擬考(113-E1)

參考答案

選擇題：1. (5) 2. (2) 3. (3) 4. (5) 5. (4) 6. (1) 7. (3)(4)(5) 8. (1)(5)

9. (1)(2)(3)(5) 10. (2)(3) 11. (1)(5) 12. (1)(4)(5)

選填題：13. 18 14. -2 15. $\frac{\sqrt{5}}{5}$ 16. 24 17. 1

混合題：18. $x+3y-8=0$ 19. (1) 20. $\frac{25}{3}$