數學考科詳解

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
(5)	(2)	(3)	(5)	(4)	(1)	(3)(4)(5)
8.	9.	10.	11.	12.		
(1)(5)	(1)(2)(3)(5)	(2)(3)	(1)(5)	(1)(4)(5)		

第壹部分、選擇（填）題

一、單選題

1. (5)

出處：第一冊〈數與式〉

目標：能正確使用代數討論不等式的解

解析：①當 $x\geq -5$ 時

$|x+5|+x\leq 5\Rightarrow (x+5)+x\leq 5\Rightarrow x\leq 0$

所以在 $x\geq -5$ 的情況下，$x=-5$，-4，-3，-2，-1，0

②當 $x<-5$ 時

$|x+5|+x\leq 5\Rightarrow -(x+5)+x\leq 5\Rightarrow -5\leq 5$

所以在 $x<-5$ 的情況下，負整數皆滿足不等式

由①、②可知有無限多個整數滿足不等式

故選(5)。

2. (2)

出處：第一冊〈數與式〉

目標：能識別分點公式之代數式並連結至數線上的點

解析：令 A，B，X，Y，Z 分別代表實數線上位置為 a，b，x，y，z 的點

因為 $1<a<10$

所以 $\log 1<\log a<\log 10\Rightarrow 0<b<1$，則 $b<a$

點 X 的坐標為 $x=\dfrac{2a+b}{3}=\dfrac{8a+4b}{12}$，

點 Y 的坐標為 $y=\dfrac{a+3b}{4}=\dfrac{3a+9b}{12}$，

點 Z 的坐標為 $z=\dfrac{a+5b}{6}=\dfrac{2a+10b}{12}$

由分點公式知，

$\overline{BX}=\dfrac{8}{12}\overline{AB}$，$\overline{BY}=\dfrac{3}{12}\overline{AB}$，$\overline{BZ}=\dfrac{2}{12}\overline{AB}$

則 $x>y>z$

故選(2)。

3. (3)

出處：第一冊〈指數、對數〉

目標：理解實數指數的意涵

解析：因為 $\sqrt{2}\approx 1.414$

所以 $3^{\sqrt{2}}\approx 3^{1.414}\approx 3^{1.41}=3^{1}\times 3^{0.4}\times 3^{0.01}$

$=3\times 1.55\times 1.01=4.6965\approx 4.7$

故選(3)。

4. (5)

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：解多項式不等式

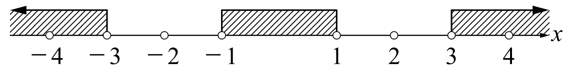
解析：x 軸被實數解 $x=\pm 1$，± 2，± 3，± 4 分割成開區間

$(-\infty,-4)$，$(-4,-3)$，$(-3,-2)$，$(-2,-1)$，$(-1,1)$，$(1,2)$，$(2,3)$，$(3,4)$，$(4,\infty)$

多項式不等式 $f(x)>0$ 的解相當於

$(x-1)(x+1)(x-3)(x+3)>0$ 且 $x\neq\pm 2$，± 4

如下圖所示



因此 $f(x)$ 在 $(-\infty,-4)$，$(-4,-3)$，$(-1,1)$，$(3,4)$，$(4,\infty)$，5 個開區間上的值恆正，故選(5)。

5. (4)

出處：第一冊〈多項式函數〉、第一冊〈直線與圓〉

目標：能正確使用點到直線距離公式列出關係式

解析：設點 $M_1(2,4)$，點 $M_2(10,2)$

L：$y=mx\Rightarrow mx-y=0$

若兩圓不碰觸到通道

則 $d(M_1,L)>2$ 且 $d(M_2,L)>2$

①當 $d(M_1,L)>2$ 時

$\dfrac{|2m-4|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}>2\Rightarrow |m-2|>\sqrt{m^2+1}$

$\Rightarrow m^2-4m+4>m^2+1\Rightarrow 4m<3\Rightarrow m<\dfrac{3}{4}$

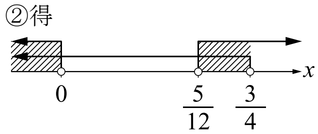
②當 $d(M_2,L)>2$ 時

$\dfrac{|10m-2|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}>2\Rightarrow |5m-1|>\sqrt{m^2+1}$

$\Rightarrow 25m^2-10m+1>m^2+1\Rightarrow m(12m-5)>0$

$\Rightarrow m>\dfrac{5}{12}$ 或 $m<0$ (不合)$\Rightarrow m>\dfrac{5}{12}$

由①、②得



則 $\dfrac{5}{12}<m<\dfrac{3}{4}$，故選(4)。

6. (1)

出處：第一冊〈多項式函數〉、第一冊〈直線與圓〉

目標：能理解一次及二次多項式其係數在圖形上的意義

解析：將二次函數配方可得

$y=ax^2+bx+c$

$=a\left(x+\dfrac{b}{2a}\right)^2-\dfrac{b^2-4ac}{4a}$　$(a\neq 0)$

$\Rightarrow$圖形頂點的 x 坐標為 $-\dfrac{b}{2a}$

將直線 $ax+by+c=0$ 寫成函數形式

$\Rightarrow y=\dfrac{-a}{b}x+\dfrac{-c}{b}$

$\Rightarrow$直線斜率為 $\dfrac{-a}{b}$，y 截距為 $\dfrac{-c}{b}$

二次函數圖形開口向上$\Rightarrow a>0$

與 y 軸交於 $(0,c)\Rightarrow c<0$

頂點在第四象限$\Rightarrow \dfrac{-b}{2a}>0\Rightarrow b<0$

拋物線頂點在 $x=\dfrac{1}{2}$ 左側$\Rightarrow 0<\dfrac{-b}{2a}<\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \dfrac{-2a}{b}>2\Rightarrow \dfrac{-a}{b}>1$

$\therefore$直線為斜率 $\dfrac{-a}{b}$ 大於 1，截距 $\dfrac{-c}{b}<0$ 的直線

故選(1)。

二、多選題

7. (3)(4)(5)

出處：第一冊〈指數、對數〉

目標：理解對數與位數的關係

解析：$3^{10}=(10^{\log 3})^{10}=10^{10\log 3}\approx 10^{4.771}\Rightarrow 3^{10}$ 為 5 位數

$2^n=(10^{\log 2})^n=10^{n\log 2}\approx 10^{0.301n}$

因為有相同位數

所以 $4\leq 0.301n<5$

$\Rightarrow \dfrac{4}{0.301}\leq n<\dfrac{5}{0.301}$

$\Rightarrow 13.28\cdots\cdots\leq n\leq 16.61\cdots\cdots$

$\Rightarrow n$ 可為 14，15，16

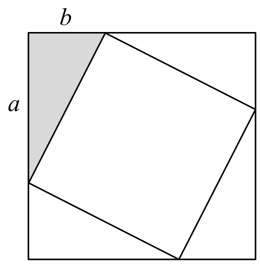
故選(3)(4)(5)。

8. (1)(5)

出處：第一冊〈數與式〉

目標：能夠正確利用乘法公式簡化運算

解析：設兩股為 a 和 b (其中 $a\geq b$)



大正方形的邊長為 $\sqrt{5}$，小正方形的邊長為 $\sqrt{3}$

(1) ○：$a^2+b^2=$小正方形邊長的平方$=3$

(2) ╳：$a+b=$大正方形的邊長$=\sqrt{5}$

(3) ╳：由乘法公式知

$(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$

$\Rightarrow 2ab=(a+b)^2-(a^2+b^2)=(\sqrt{5})^2-3=2$

$\Rightarrow ab=1$

(4) ╳：三角形的面積為 $\dfrac{1}{2}ab=\dfrac{1}{2}$

(5) ○：由乘法公式知

$(a-b)^2=(a+b)^2-4ab=5-4=1$

$\Rightarrow a-b=1$

故選(1)(5)。

9. (1)(2)(3)(5)

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：截距式與斜率的關係

解析：將 L_1，L_2 的直線方程式改寫成截距式

$\Rightarrow L_1：\dfrac{x}{-a}+\dfrac{y}{-b}=1$，$L_2：\dfrac{x}{c}+\dfrac{y}{-d}=1$

$\Rightarrow L_1$ 的 x 截距$=-a$，y 截距$=-b$，L_2 的 x 截距$=c$，y 截距$=-d$

(或令 $y=0$ 得到 x 截距，令 $x=0$ 得到 y 截距)

由題圖可知，$-a<0$，$-b<0$，$c>0$，$-d>0$

$\Rightarrow a>0$，$b>0$，$c>0$，$d<0\Rightarrow ab>0$，$cd<0$

又 L_1 的斜率為 $-\dfrac{b}{a}$，L_2 的斜率為 $\dfrac{d}{c}$

由題圖可知，$\dfrac{d}{c}>-\dfrac{b}{a}\Rightarrow\dfrac{b}{a}+\dfrac{d}{c}>0$

故選(1)(2)(3)(5)。

10. (2)(3)

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：三次不等式及二次函數恆正的判別

解析：依題意 $x=2$ 代入函數 $2x^3+2(k-6)x^2-(3k-16)x-2k$ 的值為 0

由因式定理知 $x-2$ 為 $2x^3+2(k-6)x^2-(3k-16)x-2k$ 的因式

即 $2x^3+2(k-6)x^2-(3k-16)x-2k$

$=(x-2)(2x^2+2(k-4)x+k)$

又因為不等式的解為 $x>2$

表示 $2x^2+2(k-4)x+k=0$ 恆正

判別式 $D=b^2-4ac<0$

$\Rightarrow[2(k-4)]^2-4\times2\times k=4k^2-40k+64<0$

$\Rightarrow k^2-10k+16<0\Rightarrow(k-2)(k-8)<0$

$\Rightarrow 2<k<8$

故選(2)(3)。

11. (1)(5)

出處：第一冊〈多項式函數〉、第一冊〈直線與圓〉

目標：圓的標準式及其幾何意義

解析：將 $x^2+y^2-4x-4y+6=0$ 配方後可得

$(x-2)^2+(y-2)^2=(\sqrt{2})^2$

則方程式的圖形為圓心位於 $A(2,2)$ 且半徑 r 為 $\sqrt{2}$ 的圓

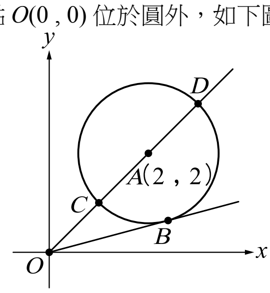
設 (x,y) 為圓上一點

則 x^2+y^2 為 (x,y) 與原點 $O(0,0)$ 距離的平方

$\dfrac{y}{x}$ 為 (x,y) 與原點 $O(0,0)$ 連線的斜率

$\overline{OA}=\sqrt{(2-0)^2+(2-0)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}>r$

可知原點 $O(0,0)$ 位於圓外，如下圖所示



(1) ○：x^2+y^2 的最大值為

$\overline{OD}^2=(\overline{OA}+r)^2$

$=(2\sqrt{2}+\sqrt{2})^2=18$

(2) ╳：x^2+y^2 的最小值為

$\overline{OC}^2=(\overline{OA}-r)^2$

$=(2\sqrt{2}-\sqrt{2})^2=2$

(3) ╳：由上圖可知，x^2+y^2 的最大值為 $\overline{OD}^2=18$，

最小值為 $\overline{OC}^2=2$

即 $2\leq x^2+y^2\leq 18$

當 $x^2+y^2=2$ 時，(x,y) 為點 C

$x^2+y^2=18$ 時，(x,y) 為點 D

$x^2+y^2=3$，4，……，17 時，$\overline{CD}$ 左右各有 1 點滿足條件

故共有 $1+1+15\times2=32$ 組

(4) ╳：設過原點 $O(0,0)$ 及圓上一點 B 的直線為

$L：y-mx=0$ (即兩點間的斜率為 m)

當圓與 L 相交

$\Rightarrow d(A\,,L)\le$ 半徑 $\Rightarrow \dfrac{|2-2m|}{\sqrt{1+m^2}}\le\sqrt{2}$

$\Rightarrow 4m^2-8m+4\le 2m^2+2\Rightarrow m^2-4m+1\le 0$

$\Rightarrow 2-\sqrt{3}\le m\le 2+\sqrt{3}$，故 $\dfrac{y}{x}$ 有最大值 $2+\sqrt{3}$

(5) ○：由(4)可知，$\dfrac{y}{x}$ 有最小值 $2-\sqrt{3}$

故選(1)(5)。

12. (1)(4)(5)

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：三次函數圖形的特徵

解析：(1) ○：$y=(x+1)^3-3(x+1)^2+2(x+1)+1$ 的圖形在 $x=-1$ 附近的一次近似為 $y=2x+3$，因此 $f(-0.999)\approx 2\times(-0.999)+3=1.002$

$\Rightarrow f(-0.999)$ 的近似值為 1

(2) ╳：$y=(x+1)^3-3(x+1)^2+2(x+1)+1$ 的圖形是 $y=x^3-3x^2+2x+1$ 向左平移 1 單位得到的，而 $y=x^3-3x^2+2x+1=(x-1)^3-(x-1)+1$ 的圖形是 $y=x^3-x$ 向右平移 1 單位，再向上平移 1 單位得到的，因此 $y=f(x)$ 的圖形是由 $y=x^3-x$ 的圖形向上平移 1 單位得到的，換句話說 $y=f(x)=x^3-x+1$，因此圖形的對稱中心為 $(0\,,1)$

(3) ╳：由(2)可知，$y=f(x)$ 的圖形可由 $y=x^3-x$ 的圖形平移得到，又 $x^3-x=x(x+1)(x-1)$ 與 x 軸有 3 個交點，所以將 $y=f(x)$ 適當平移 (對稱中心移至原點 $O(0\,,0)$ 後)，圖形與 x 軸超過 1 個交點

(4) ○：由(2)可知，$f(x)=x^3-x+1$ 連續利用綜合除法可得 $f(x)=(x-1)^3+3(x-1)^2+2(x-1)+1$

(5) ○：由(4)可知，$y=f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=2(x-1)+1=2x-1$

故選(1)(4)(5)。

三、選填題

13. 18

出處：第一冊〈數與式〉

目標：能拆解雙重根號並正確使用算幾不等式

解析：設矩形邊長為 a，b，面積為 ab

矩形周長為

$2(a+b)=4\times\dfrac{a+b}{2}\ge 4\sqrt{ab}=4\sqrt{11+6\sqrt{2}}$

$=4(3+\sqrt{2})=12+4\sqrt{2}$

由算幾不等式可知 $m=12+4\sqrt{2}\approx 17.656$

故 17.656 四捨五入至整數位為 18。

14. -2

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：能夠利用餘式定理及除法原理操作多項式的除法

解析：x^3+ax^2+ax+a 除以 x^2+x+1 的餘式為 1

x^3+ax^2+ax+a 除以 $x+1$ 的餘式為 $a-1$

因為兩餘式相等，所以 $a-1=1\Rightarrow a=2$

故由餘式定理知，$f(x)$ 除以 $x+2$ 的餘式等於 $-8+4a-2a+a=3a-8=-2$。

15. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：理解斜率與直線圖形的關係及兩平行線距離公式

解析：直線 $ax+by=0$ 的斜率為 $\dfrac{-a}{b}$

向右平移 1 單位再向上平移 2 單位後能夠與原直線重合，代表直線的斜率為 2

$\Rightarrow \dfrac{-a}{b}=2\Rightarrow a=-2b$

故兩平行直線之間的距離為

$\dfrac{|a+b|}{\sqrt{a^2+b^2}}=\dfrac{|-b|}{\sqrt{5b^2}}$

$=\dfrac{|b|}{|b|\sqrt{5}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$。

16. 24

出處：第一冊〈多項式函數〉

目標：利用三次函數圖形的對稱性以及因式定理解題

解析：$f(t-1)=-f(3-t)$

$\Rightarrow f(1+(t-2))=-f(1-(t-2))$

$y=f(x)$ 函數圖形的對稱中心的 x 坐標為 1

$t=2$ 代入得 $f(1)=-f(1)\Rightarrow f(1)=0$

又因為 $f(0)=f(2)$ 且 $t=1$ 代入可得

$f(0)=-f(2)\Rightarrow f(0)=f(2)=0$

由因式定理可知 $f(x)=x(x-1)(x-2)$

$\Rightarrow f(4)=4\times 3\times 2=24$。

17. 1

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：能正確列出圓在直線的某一側的條件

解析：由題目可知圓 C 的圓心為 $(k\,,-k)$，半徑為 $|k|$

設直線 L：$3x-4y-12=0$

滿足條件的圓 C 完全落在直線 L 的左邊

即表示直線 L 與圓 C 相切或不相交以及圓 C 的圓心在直線 L 的左邊

①當直線 L 與圓 C 相切或不相交時

$\dfrac{|3k+4k-12|}{\sqrt{3^2+(-4)^2}}\ge|k|\Rightarrow|7k-12|\ge 5|k|$

$\Rightarrow k^2-7k+6\ge 0$

$\Rightarrow (k-6)(k-1)\ge 0$

$\Rightarrow k\ge 6$ 或 $k\le 1$

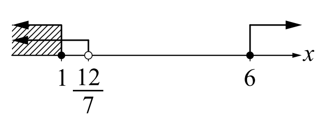
②圓 C 的圓心在直線 L 的左邊時

$3k+4k-12<0$

$\Rightarrow 7k<12$

$\Rightarrow k<\dfrac{12}{7}$

由①、②得



則 $k\le 1$ 且 $k\ne 0$ (已知)

故實數 k 最大值為 1。

第貳部分、混合題或非選擇題

18. $x+3y-8=0$

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：能理解平面上到給定線段兩端點距離相等的點即為線段中垂線上的點及兩點間距離公式

解析：因為 $\overline{PA}=\overline{PC}$，所以直線 L 是 $\overline{AC}$ 的中垂線

又 $\overline{AC}$ 的中點坐標為 $\left(\dfrac{4+0}{2},\dfrac{8+(-4)}{2}\right)=(2,2)$，

$\overline{AC}$ 的斜率為 $\dfrac{8-(-4)}{4-0}=3$

故直線 L 通過 $(2,2)$ 且斜率為 $\dfrac{-1}{3}$

$\Rightarrow y-2=\dfrac{-1}{3}(x-2)\Rightarrow y=\dfrac{-1}{3}x+\dfrac{8}{3}$

$\Rightarrow x+3y-8=0$。

〈另解〉

$\overline{PA}=\overline{PC}$

$\Rightarrow \sqrt{(x-4)^2+(y-8)^2}=\sqrt{(x-0)^2+(y+4)^2}$

$\Rightarrow (x-4)^2+(y-8)^2=(x-0)^2+(y+4)^2$

$\Rightarrow x^2-8x+16+y^2-16y+64=x^2+y^2+8y+16$

$\Rightarrow 8x+24y-64=0$

$\Rightarrow x+3y-8=0$。

19. (1)

出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：能正確地將幾何問題轉化成代數問題

解析：由第 18. 題可知，

若動點 D 在 $L：x+3y-8=0$ 上，則 $\overline{AD}=\overline{CD}$

因此 $L：x+3y-8=0$ 將平面分成 $\overline{AD}>\overline{CD}$ 與 $\overline{AD}<\overline{CD}$ 兩個區域

若動點 D 滿足坐標平面上 $\overline{AD}\le\overline{CD}$

則動點 D 與點 A 同一區域或在直線 L 上

又點 A 坐標 $(4,8)$ 代入 $x+3y-8$ 得 $4+3\times8-8=20>0$

$\Rightarrow$滿足 $\overline{AD}\le\overline{CD}$ 的動點 D 其坐標亦滿足 $x+3y-8\ge0$

(1) ○：$(-1)+3\times3-8=0$

(2) ╳：$(-1)+3\times2-8=-3<0$

(3) ╳：$1+3\times2-8=-1<0$

(4) ╳：$(-10)+3\times5-8=-3<0$

(5) ╳：$(-10)+3\times4-8=-6<0$

故選(1)。

20. $\dfrac{25}{3}$

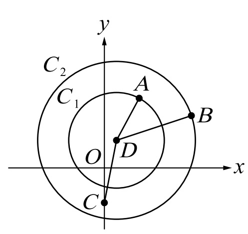
出處：第一冊〈直線與圓〉

目標：能正確判斷二元一次聯立不等式之解區域

解析：設 C_1 為以動點 D 為圓心且 $\overline{AD}$ 為半徑的圓，C_2 為以動點 D 為圓心且 $\overline{BD}$ 為半徑的圓

則點 C 落在 C_1，C_2 之間 $\Rightarrow \overline{AD}\le\overline{CD}\le\overline{BD}$

略圖如下



為求出滿足 $\overline{AD}\le\overline{CD}$ 及 $\overline{CD}\le\overline{BD}$ 的區域

我們先求得 $\overline{AC}$ 及 $\overline{BC}$ 的中垂線

①由第 18. 題可知

$\overline{AC}$ 的中垂線為 $x+3y-8=0$

② $\overline{BC}$ 的中點坐標為 $\left(\dfrac{10+0}{2},\dfrac{6-4}{2}\right)=(5,1)$，

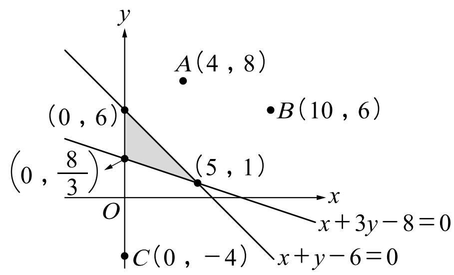
$\overline{BC}$ 的斜率為 $\dfrac{6+4}{10-0}=1$

故 $\overline{BC}$ 的中垂線通過 $(5,1)$ 且斜率為 -1

$\Rightarrow y-1=-(x-5)$

$\Rightarrow x+y-6=0$

如下圖



滿足 $\overline{AD}\le\overline{CD}$ 的動點 D 所在區域與 $x+3y-8\ge0$ 之解區域相同

滿足 $\overline{CD}\le\overline{BD}$ 的動點 D 所在區域與 $x+y-6\le0$ 之解區域相同

故可能之動點 D 滿足 $\begin{cases}x+3y-8\ge0\\x+y-6\le0\end{cases}$

在 $x\ge0$ 且 $y\ge0$ 時，

動點 D 所形成之區域為三角形

三角形頂點為 $\left(0,\dfrac{8}{3}\right)$，$(0,6)$，$(5,1)$

故所求面積為 $\dfrac{1}{2}\times5\times\left(6-\dfrac{8}{3}\right)=\dfrac{25}{3}$。

〈另解〉

設動點 D 坐標為 (x,y)

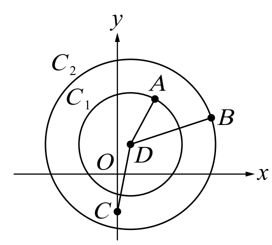
C_1 為以動點 D 為圓心且 $\overline{AD}$ 為半徑的圓

C_2 為以動點 D 為圓心且 $\overline{BD}$ 為半徑的圓

則點 C 落在 C_1，C_2 之間

$\Rightarrow \overline{AD}\le\overline{CD}\le\overline{BD}$

略圖如下



需求出 $\overline{AD}\le\overline{CD}$ 及 $\overline{CD}\le\overline{BD}$ 的區域

① $\overline{AD}\le\overline{CD}$

$\Rightarrow \sqrt{(x-4)^2+(y-8)^2}\le\sqrt{(x-0)^2+(y+4)^2}$

$\Rightarrow (x-4)^2+(y-8)^2\le(x-0)^2+(y+4)^2$

$\Rightarrow x^2-8x+16+y^2-16y+64\le x^2+y^2+8y+16$

$\Rightarrow 8x+24y-64\ge0$

$\Rightarrow x+3y-8\ge0$

② $\overline{CD} \le \overline{BD}$

$\Rightarrow \sqrt{(x-0)^2+(y+4)^2} \le \sqrt{(x-10)^2+(y-6)^2}$

$\Rightarrow (x-0)^2+(y+4)^2 \le (x-10)^2+(y-6)^2$

$\Rightarrow x^2+y^2+8y+16 \le x^2-20x+100+y^2-12y+36$

$\Rightarrow 20x+20y-120 \le 0 \Rightarrow x+y-6 \le 0$

由①、②得可能之動點 D 滿足 $\begin{cases} x+3y-8 \ge 0 \\ x+y-6 \le 0 \end{cases}$

在 $x \ge 0$ 且 $y \ge 0$ 時，動點 D 所形成之區域為三角形

三角形頂點為 $\left(0\,,\dfrac{8}{3}\right)$，$(0\,,6)$，$(5\,,1)$

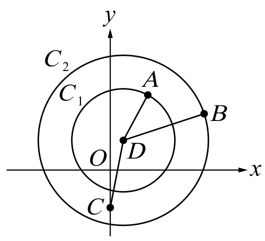
故所求面積為 $\dfrac{1}{2}\times 5\times\left(6-\dfrac{8}{3}\right)=\dfrac{25}{3}$ 。

◎評分原則

設 C_1 為以動點 D 為圓心且 $\overline{AD}$ 為半徑的圓，C_2 為以動點 D 為圓心且 $\overline{BD}$ 為半徑的圓

則點 C 落在 C_1，C_2 之間 $\Rightarrow \overline{AD} \le \overline{CD} \le \overline{BD}$ (1 分)

略圖如下



為求出滿足 $\overline{AD} \le \overline{CD}$ 及 $\overline{CD} \le \overline{BD}$ 的區域

我們先求得 $\overline{AC}$ 及 $\overline{BC}$ 的中垂線

①由第 18. 題可知

$\overline{AC}$ 的中垂線為 $x+3y-8=0$ (2 分)

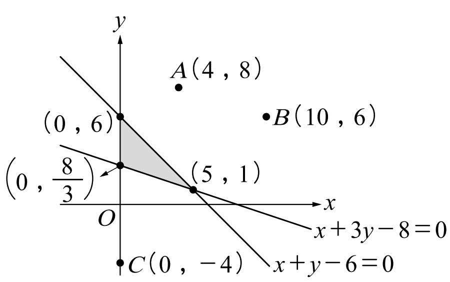
② $\overline{BC}$ 的中點坐標為 $\left(\dfrac{10+0}{2}\,,\dfrac{6-4}{2}\right)=(5\,,1)$，

$\overline{BC}$ 的斜率為 $\dfrac{6+4}{10-0}=1$

故 $\overline{BC}$ 的中垂線通過 $(5\,,1)$ 且斜率為 -1

$\Rightarrow y-1=-(x-5) \Rightarrow x+y-6=0$ (2 分)

如下圖



滿足 $\overline{AD} \le \overline{CD}$ 的動點 D 所在區域與 $x+3y-8 \ge 0$ 之解區域相同

滿足 $\overline{CD} \le \overline{BD}$ 的動點 D 所在區域與 $x+y-6 \le 0$ 之解區域相同

故可能之動點 D 滿足 $\begin{cases} x+3y-8 \ge 0 \\ x+y-6 \le 0 \end{cases}$ (2 分)

在 $x \ge 0$ 且 $y \ge 0$ 時，動點 D 所形成之區域為三角形

三角形頂點為 $\left(0\,,\dfrac{8}{3}\right)$，$(0\,,6)$，$(5\,,1)$

故所求面積為 $\dfrac{1}{2}\times 5\times\left(6-\dfrac{8}{3}\right)=\dfrac{25}{3}$ 。 (1 分)

〈另解〉

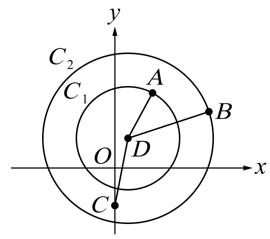
設動點 D 坐標為 $(x\,,y)$

C_1 為以動點 D 為圓心且 $\overline{AD}$ 為半徑的圓

C_2 為以動點 D 為圓心且 $\overline{BD}$ 為半徑的圓

則點 C 落在 C_1，C_2 之間 $\Rightarrow \overline{AD} \le \overline{CD} \le \overline{BD}$ (1 分)

略圖如下



需求出 $\overline{AD} \le \overline{CD}$ 及 $\overline{CD} \le \overline{BD}$ 的區域

① $\overline{AD} \le \overline{CD}$

$\Rightarrow \sqrt{(x-4)^2+(y-8)^2} \le \sqrt{(x-0)^2+(y+4)^2}$

$\Rightarrow (x-4)^2+(y-8)^2 \le (x-0)^2+(y+4)^2$

$\Rightarrow x^2-8x+16+y^2-16y+64 \le x^2+y^2+8y+16$

$\Rightarrow 8x+24y-64 \ge 0$

$\Rightarrow x+3y-8 \ge 0$ (3 分)

② $\overline{CD} \le \overline{BD}$

$\Rightarrow \sqrt{(x-0)^2+(y+4)^2} \le \sqrt{(x-10)^2+(y-6)^2}$

$\Rightarrow (x-0)^2+(y+4)^2 \le (x-10)^2+(y-6)^2$

$\Rightarrow x^2+y^2+8y+16 \le x^2-20x+100+y^2-12y+36$

$\Rightarrow 20x+20y-120 \le 0$

$\Rightarrow x+y-6 \le 0$ (3 分)

由①、②得

可能之動點 D 滿足 $\begin{cases} x+3y-8 \ge 0 \\ x+y-6 \le 0 \end{cases}$

在 $x \ge 0$ 且 $y \ge 0$ 時，動點 D 所形成之區域為三角形

三角形頂點為 $\left(0\,,\dfrac{8}{3}\right)$，$(0\,,6)$，$(5\,,1)$

故所求面積為 $\dfrac{1}{2}\times 5\times\left(6-\dfrac{8}{3}\right)=\dfrac{25}{3}$ 。 (1 分)