

# 全國公私立高中 114 學年度第一次學測模擬考(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)

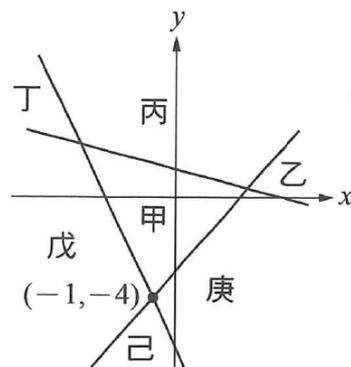


## 一、單選題(占 30 分)

- 設  $x$  為實數，則滿足  $|x-1|+2x=17$  的  $x$  有幾個？  
(1) 1 個 (2) 2 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 0 個
- 現在有  $A$ 、 $B$  兩種物質，其半衰期依序為  $m$ 、 $n$  年，也就是說  $A$  經過  $x$  年後，其質量為原來的  $0.5^{\frac{x}{m}}$  倍， $B$  經過  $x$  年後，其質量為原來的  $0.5^{\frac{x}{n}}$  倍。若西元 2000 年時  $A$  的質量為  $B$  的一半，到了 2100 年時  $A$  的質量為  $B$  的 4 倍，則到了西元 2300 年時  $A$  的質量為  $B$  的幾倍？  
(1) 16 (2) 32 (3) 64 (4) 128 (5) 256

- 若圓  $C: x^2 + y^2 = 3 + m$  上恰有 2 個點與直線  $L: 3x - 4y = 10$  的距離為 1，則滿足條件的整數  $m$  有幾個？  
(1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7

- 圖(1)中，三直線方程式分別為  $ax + y = 1$ ， $bx + cy = 2$ ， $x - y = d$ ，其中  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  為實數。若三條直線將坐標平面分成甲、乙、丙、丁、戊、己、庚七個區域(不含邊界)



。試選出  $\begin{cases} ax + y < 1 \\ bx + cy > 2 \\ x - y > d \end{cases}$  所表示的區域。(1) 甲 (2) 乙

- (3) 戊 (4) 己 (5) 庚

- 坐標平面上，已知三次函數  $y = f(x) = ax^3 + bx + 8$  圖形通過點  $A(2, 6)$ ，且由  $y = f(x)$  的圖形在  $x = 2$  附近的一次近似可推得  $f(2.002) \approx 6.030$ ，則由  $y = f(x)$  的圖形在  $x = -2$  附近的一次近似可推得  $f(-2.001)$  的近似值最接近下列哪一個選項？  
(1) 9.970 (2) 9.985 (3) 10 (4) 10.015 (5) 10.030
- 已知  $a$  為實數且符合  $|7x - 50| < a$  的  $x$  的整數解有 5 個，則  $a$  的最大範圍為下列哪一個選項？  
(1)  $a > 15$  (2)  $a \geq 16$  (3)  $15 < a \leq 20$  (4)  $15 < a < 20$  (5)  $16 \leq a \leq 20$

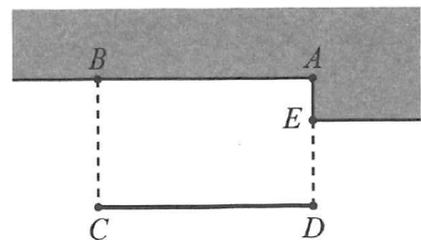
## 二、多選題(占 30 分)

- 在坐標平面上，設  $L_1$  與  $L_2$  相交於  $(0, 4)$ ，且  $L_1$  的斜率為 2。若  $L_1$ 、 $L_2$  與  $x$  軸所圍的三角形面積為 10，試選出  $L_2$  可能的斜率。  
(1)  $-\frac{3}{4}$  (2)  $-\frac{4}{3}$  (3)  $-\frac{1}{2}$  (4)  $\frac{1}{2}$  (5)  $\frac{4}{7}$
- 設  $a$  為實數且  $f(x) = ax^3 - 4x^2 - 7x + 1$  為三次多項式，已知  $f(2) = 3$ ，試選出正確的選項。  
(1)  $a = 2$  (2)  $f(x) - 3$  可被  $2x + 1$  整除 (3)  $f(-1) = 0$   
(4) 滿足  $f(x) < 0$  的最大整數  $x$  為  $-2$  (5) 滿足  $f(x) > 0$  的最小整數  $x$  為 2
- 已知二次函數  $y = ax^2 + b$  圖形通過點  $A(1, 10)$ ，且與直線  $y = -8x$  只有一個交點  $B$ ，試選出正確的選項。  
(1)  $a + b = -10$  (2)  $ab = 16$  (3)  $b$  可能為  $-8$   
(4)  $B$  點坐標可能為  $(2, -16)$  (5)  $B$  點坐標可能為  $(-\frac{1}{2}, 4)$
- 設圓  $\Omega: (x-10)^2 + (y-13)^2 = k$  的圓心為  $A$  點，圓  $\Lambda: (x-a)^2 + (y-b)^2 = h$  的圓心為  $B$  點，圓  $\Omega$  與圓  $\Lambda$  恰相交於  $C$ 、 $D$  兩點， $\overline{AB}$  與  $\overline{CD}$  相交於  $E$ ，四邊形  $ACBD$  為正方形， $\overline{CD}$  的方程式為  $x + 2y = 21$ 。試選出正確的選項。  
(1)  $\overline{CD} = 6\sqrt{5}$  (2)  $k = 45$   
(3)  $\overline{AB}$  方程式為  $x + 2y = 33$  (4)  $E$  點坐標為  $(7, 7)$  (5) 圓  $\Lambda$  的方程式為  $(x-1)^2 + (y-4)^2 = 90$

11. 一位工程師負責安裝公司的監控系統，為了確保系統覆蓋範圍準確，他需要確定一個無線訊號發射器的位置。已知坐標平面上有三個監控點的位置：工廠  $A(2,1)$ ，倉庫  $B(3,4)$ ，辦公室  $C(3,1)$ 。若無線訊號發射器的位置為  $P$ ，且與兩個監控點  $A$ 、 $B$  的距離皆為  $\sqrt{5}$  單位，則  $\overline{PC}$  的長度可能為何？(1)  $\sqrt{2}$  (2)  $\sqrt{5}$  (3)  $2\sqrt{2}$  (4)  $\sqrt{10}$  (5) 5
12. 坐標平面中，已知直角三角形  $ABC$  中， $B$  點坐標為  $(-3,-4)$ ， $C$  點坐標為  $(3,4)$ ，請問  $A$  點的  $x$  坐標為下列哪些選項時，會使得  $A$  點的  $y$  坐標恰有兩個解？  
(1)  $-6$  (2)  $-4.5$  (3)  $1$  (4)  $3$  (5)  $5$

### 三、選填題(占 25 分)

13. 已知  $a, b$  為有理數，且  $a\sqrt{3+2\sqrt{2}} + b\sqrt{11-6\sqrt{2}} = 8\sqrt{17+12\sqrt{2}}$ ，則數對  $(a,b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 多項式  $f(x)$  除以  $x^3 + 2x^2 + 4x - 7$  的餘式為  $2x^2 + 5x + 3$ ， $f(x)$  除以  $x^3 + 5x^2 + 4x + 2$  的餘式為  $5x^2 + 2x + 1$ ，若  $f(x)$  除以  $x^2 - 1$  的餘式為  $ax + b$ ，則實數數對  $(a,b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
15. 設  $\log x = 2.54$ ， $\log y = 1.21$ ，若  $n$  為正整數且  $(\frac{x}{y^2})^n$  的整數部分為 10 位數，則滿足條件的正整數  $n$  有          種可能。
16. 小淳要在河邊圍出一塊面積為 48 平方公尺的矩形土地  $ABCD$ ，如圖(2)所示，其中  $\overline{AE} = 1$  公尺， $\overline{BC}$  與  $\overline{DE}$  段柵欄的施工費用是每公尺 3 千元， $\overline{CD}$  段柵欄的施工費用是每公尺 2 千元，其餘線段均未設柵欄，則施工費用最低需要          千元。



圖(2)

17. 坐標平面上，給定兩點  $A(0,0)$  與  $D(3,1)$ ，設點  $B$  在  $x$  軸正向上，點  $C$  在  $y$  軸正向上，且  $\overline{BD} \perp \overline{CD}$ ，則  $\triangle ABC$  面積的最大值為         。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

某城市的地鐵正在計劃一條新路線，設計團隊希望列車在啟動和減速過程中平穩運行。為此，他們採用貝茲曲線模型來控制列車的速​​度變化，使列車在啟動和減速時更加舒適。假設列車的速​​度  $v(x)$  (單位：公尺／秒) 隨時間  $x$  (單位：秒) 變化，且速​​度  $v(x)$  可以用下面的三次

$$\text{貝茲曲線模型描述： } v(x) = \left(1 - \frac{x}{3}\right)^3 P_0 + 3\left(1 - \frac{x}{3}\right)^2 \left(\frac{x}{3}\right) P_1 + 3\left(1 - \frac{x}{3}\right) \left(\frac{x}{3}\right)^2 P_2 + \left(\frac{x}{3}\right)^3 P_3, 0 \leq x \leq 3$$

其中  $P_0 = 0$  為初始速​​度， $P_1 = 15$  為第 1 控制速​​度， $P_2 = 45$  為第 2 控制速​​度， $P_3 = 60$  為最高速​​度。請根據以上模型回答下列問題。

18. 在  $x = 1.5$  時的速​​度為多少公尺／秒？(單選題，3 分)

- (1) 15 (2) 25 (3) 30 (4) 40 (5) 45

19. 試化簡  $v(x)$  成以降冪排列的多項式。(非選擇題，5 分)

20. 試求  $v(x)$  在對稱中心附近之一次近似直線。(非選擇題，7 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ,  $10^{0.4771} \approx 3$ ,  $10^{0.6990} \approx 5$ ,  $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RA1103 全國公私立高中 114 學年度第一次學測模擬考(南一)

參考答案

選擇題：1. (1) 2. (5) 3. (5) 4. (4) 5. (2) 6. (3) 7. (2)(5) 8. (2)(3) 9. (2)(5)

10. (1)(4) 11. (1)(3) 12. (1)(4)

選填題：13. (18,2) 14. (3,7) 15. 9 16. 45 17.  $\frac{25}{6}$

混合題：18. (3) 19.  $-\frac{10}{9}x^3 + 5x^2 + 15x$  20.  $y = \frac{45}{2}x - \frac{15}{4}$