

114 學年度全國高級中學學測模擬考(114-E1)

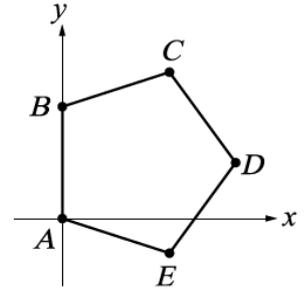
第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

- 不等式 $3 \leq |x+a| < 5$ 的解為兩個區間，若其中一個區間為 $[-4, -2)$ ，試問另一個區間為何？ (1) $(-12, -10]$ (2) $[-12, 10)$ (3) $(4, 6]$ (4) $[4, 6)$ (5) 條件不足
- 令 $a = \sqrt{2}, b = \sqrt[3]{3}, c = \sqrt[4]{6}$ ，試問 a, b, c 的大小關係為何？ (1) $a < b < c$ (2) $a < c < b$ (3) $c < b < a$ (4) $c < a < b$ (5) $b < a < c$

- 如右圖，坐標平面上正五邊形 $ABCDE$ 的 A 點在原點， B 點在 y 軸上。試問斜率最小的直線為何？



- (1) \vec{AB} (2) \vec{BC} (3) \vec{CD} (4) \vec{DE} (5) \vec{EA}

- 數線上有 $A(a), B(b), C(c), D(d)$ 四點，其中 $a < b < c < d$ ， $\overline{AB} : \overline{BD} = 1 : 2$ ， $\overline{AC} : \overline{CD} = 3 : 2$ ，若 $\overline{BC} = 4$ ，試問 \overline{AD} 之值為何？ (1) 6 (2) 9 (3) 12 (4) 15 (5) 18

- 已知 $f(x)$ 與 $g(x)$ 分別為實係數三次及二次多項式，若 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 的商式及餘式皆為 x ，試問 $f(x)$ 除以 x 的餘式為何？ (1) 1 (2) 0 (3) x (4) $g(x)$ (5) 條件不足

- 在坐標平面上有兩條距離為 1 且分別過點 $(6, 4)$ 及點 $(11, 9)$ 的平行直線，試問直線的斜率可能為何？ (1) -1 (2) $-\frac{3}{4}$ (3) 0 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{4}{3}$

二、多選題(占 30 分)

- 已知 $\log a = \sqrt{7+4\sqrt{3}}$ ，其中 a 是實數。試選出正確的選項。

- (1) $\log a$ 的整數部分為 3 (2) $\log a$ 的小數部分為 0.732 (3) a 的整數部分為 3 位數
 (4) $\log a^2 = 7+4\sqrt{3}$ (5) a^2 的整數部分的位數為 8

- 試選出多項式不等式 $(x^3+1)(x^2-2) < x(x^3+1)$ 的解。

- (1) $-\sqrt{3}$ (2) $-\sqrt{2}$ (3) -1 (4) $\sqrt{2}$ (5) $\sqrt{5}$

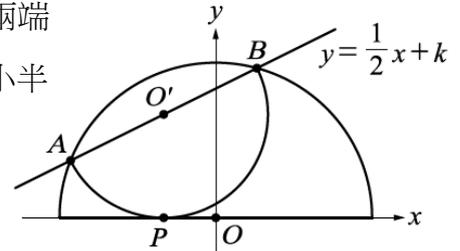
- 方程式 $(x+1)^2 - (y-2)^2 = 0$ 的圖形將坐標平面分成四個區域，試選出與原點 $(0, 0)$ 在同一個區域的選項。 (1) $(1, 2)$ (2) $(0, 2)$ (3) $(-1, 1)$ (4) $(-2, 2)$ (5) $(-2, 0)$

- 下列關於函數 $y = f(x) = (x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 1$ 圖形之敘述，試選出正確的選項。

- (1) $f(-0.999)$ 的近似值(四捨五入至整數)為 1 (2) $y=f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-1, 1)$
 (3) $y=f(x)$ 的圖形向上平移 1 單位後與 x 軸有 3 個交點 (4) $f(x) = (x-1)^3 + 3(x-1)^2 - 3$
 (5) $y=f(x)$ 在 $x=1$ 附近的一次近似為 $y=3x-6$

11. 已知 $f(x)$ 與 $g(x)$ 分別實係數為二次及一次多項式且 $f(x) - g(x) = x^2 - x - 2$ ，試選出正確的選項。
 (1) $f(x)$ 可能為 $2x^2$ (2) $g(x)$ 可能為 $2x$ (3) $y=f(x)$ 的圖形可能為開口向下的拋物線
 (4) $y=f(x)$ 與 $y=g(x)$ 的圖形可能沒有交點 (5) $y=f(x)$ 的圖形可能為恆在 x 軸上方的拋物線

12. 如右圖，坐標平面上有大小兩個半圓，其中大半圓的圓心為 $O(0,0)$ 且直徑落在 x 軸上，小半圓圓心為 O' 且直徑的兩端 A, B 為直線 $L: y = \frac{1}{2}x + k (k > 0)$ 與大半圓圓周的交點，小半圓的圓周與 x 軸相切於 P 點。試選出正確的選項。



- (1) 線段 AB 的中垂線必過原點 $O(0,0)$
 (2) 小半圓的圓心 O' 落在直線 $y = -2x$ 上
 (3) 原點 O 到直線 L 的距離為 $\frac{|k|}{\sqrt{5}}$ (4) 若大半圓的半徑為 2，則小半圓半徑為 $\sqrt{2}$
 (5) 若大半圓的半徑為 2，則 $k = \frac{10}{3}$

三、選填題(占 25 分)

13. 令 $x = 2 + \sqrt{3}$ ，則 $x^2 + x + 1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} =$ _____。

14. 有兩個正實數 a, b ，已知 $a^6 = b^3 = 5$ 。則 $(a^{\sqrt{3}} \times b^{\sqrt{3}})^{\sqrt{3}} =$ _____。(化為最簡根式)

15. 已知多項式 $ax^3 + bx^2 + 5x - 3$ 能被 $x^2 + x + 3$ 整除，則數對 $(a, b) =$ _____。

16. 設多項式函數 $f(x) = x^3 - 31x^2 + 320x + a$ ，其中 a 為實數。若 $f(11) = 10$ ，則 $f(12) =$ _____。

17. 在坐標平面上，設 $x^2 + y^2 - 4kx + 2ky + 5k^2 - 2k - 2 = 0$ 的圖形為圓心在 $(6, -3)$ 的圓，則此圓的半徑為 _____。(化為最簡根式)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

阿國在一樓向二樓的阿全拋球。假設阿國、球及其運動軌跡和阿全都在同一平面上。令 y 軸代表高度， x 軸為地面，阿國的位置為 $(-2,0)$ ，阿全的位置在 $(2,5)$ 。假設球由 $(-2,0)$ 被拋出並沿著拋物線軌跡直到地面才停止且最高點為 $(0,4)$ ，試回答下列問題。

18. 下列哪些點會落在球的軌跡上？(多選題，5 分)

- (1) $(-1,1)$ (2) $(-1,2)$ (3) $(-1,3)$ (4) $(1,1)$ (5) $(1,3)$

19. 試以 x (坐標)來表示軌跡上的動點 P 與阿全位置連線的斜率。(非選擇題，4 分)

20. 承 19.題，令 $t=2-x$ ，當 $-2 \leq x < 2$ ($0 < t \leq 4$) 時，軌跡上的動點 P 與阿全位置連線的斜率的最小值為何？(非選擇題，6 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$, $\sqrt{3} \approx 1.732$, $\sqrt{5} \approx 2.236$, $\sqrt{6} \approx 2.449$, $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$, $\log_{10} 3 \approx 0.4771$, $\log_{10} 5 \approx 0.6990$, $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$, $10^{0.4771} \approx 3$, $10^{0.6990} \approx 5$, $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RA1104 114 學年度全國高級中學學測模擬考(114-E1)

參考答案

選擇題：1.(1) 2.(4) 3.(3) 4.(4) 5.(2) 6.(5) 7.(1)(5) 8.(1)(2)(4) 9.(3)(5)
10.(1)(3)(4) 11.(2)(5) 12.(1)(2)

選填題：13.19 14. $5\sqrt{5}$ 15.(2,1) 16.14 17. $2\sqrt{2}$

混合題：18.(3)(5) 19. $\frac{-x^2-1}{x-2}$ 20. $-4+2\sqrt{5}$