



第一次聯合模擬考

第壹部分：選擇題(佔 65 分)

一、單選題(占 30 分)

- 1.( ) 滿足  $f(x) = 2x^4 - 5x^3 - 2x^2 + 4x - 1 < 0$  的整數有幾個？  
 (1) 1    (2) 2    (3) 3    (4) 4    (5) 5
- 2.( )  $f(x) = 3^{-\log_3 |x|}$  在下列哪個區間為遞增函數？  
 (1)  $0 < x < 1$     (2)  $1 < x < 2$     (3)  $2 < x < 3$     (4)  $3 < x < 4$     (5)  $4 < x < 5$
- 3.( ) 已知  $f(x) = x^2 - 53x + 196 + |x^2 - 53x + 196|$ ，則  $f(20) + f(14) = ?$   
 (1) -928    (2) -300    (3) 0    (4) 300    (5) 928
- 4.( ) 已知  $a$  為實數，函數  $y = \frac{2x+a}{4x^2-9}$  與  $y=1$  只有一個交點，則滿足此條件的  $a$  值有幾個？  
 (1) 0    (2) 1    (3) 2    (4) 3    (5) 4
- 5.( ) 若  $a、b$  是方程式  $2(\log x)^2 - 4\log x + 1 = 0$  的根，則  $(\log \frac{a}{b})^2$  的值為？  
 (1) 1    (2) 2    (3) 3    (4) 4    (5) 5
- 6.( ) 化簡  $\log_2(\sqrt{17+12\sqrt{2}} + \sqrt{17-12\sqrt{2}}) = ?$   
 (1)  $\log_2 3$     (2) 2    (3)  $\frac{1}{2}\log_2 17$     (4)  $\frac{5}{2}$     (5)  $\log_2 6$

二、多選題(占 35 分)

- 7.( ) 若對任意實數  $x$ ， $t^2 + 5t \leq |2x - 4| - |x + 2|$  恆成立，下列哪些  $t$  值滿足此條件？  
 (1) 0    (2) -1    (3)  $-\pi$     (4)  $-\frac{11}{3}$     (5)  $-\frac{17}{4}$
- 8.( ) 若  $a、b、c、d$  為滿足方程式  $x^4 - 7x^2 + x + 2 = 0$  的解，請選出正確的選項。  
 (1)  $a、b、c、d$  為四實根    (2)  $a、b、c、d$  為兩實根兩虛根  
 (3) 當  $-3 \leq x \leq 0$ ，則  $x^4 - 7x^2 + x + 2 = 0$  無實根  
 (4) 若  $f(x)$  是領導係數為 1 的四次多項式且滿足  $f(a) = f(b) = f(c) = f(d) = -1$ ，則  $f(x) = 0$  有兩實根兩虛根  
 (5) 若  $f(x)$  是領導係數為 1 的四次多項式且滿足  $f(a) = f(b) = f(c) = f(d) = -1$ ，則當  $1 \leq x \leq 2$ ， $f(x)$  恆負
- 9.( ) 已知  $a$  為實數且  $f(x) = a \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} + 3 \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} + 4 \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$ ，請選出正確的選項。  
 (1)  $f(x)$  為二次多項式    (2) 若  $a=4$ ，則  $y=f(x)$  有最小值為 3

(3) 若  $g(x) = \frac{a-2}{2}(x-2)(x-3) + (x-2) + 3$ ，則  $f(x) = g(x)$

(4) 存在  $g(x)$  為一次多項式，滿足  $g(1)=f(1)$ ， $g(2)=f(2)$ ， $g(3)=f(3)$

(5) 存在  $g(x)$  為三次多項式，滿足  $g(1)=f(1)$ ， $g(2)=f(2)$ ， $g(3)=f(3)$

10.( ) 設  $f(x) = 2^x$ ， $g(x) = 3^x$ ， $h(x) = \log_2 x$ ， $k(x) = \log_3 x$ ，請選出正確的選項。

(1)  $y=f(x)$  與  $y=h(x)$  兩圖形對稱於直線  $y=x$

(2) 當  $x > 1$  時，則  $y=k(x)$  恆大於  $y=h(x)$

(3)  $y=f(x)$  與  $y=k(x)$  兩圖形不相交

(4)  $y=g(x)$  與  $y=g(-x)$  兩圖形對稱於  $x$  軸

(5)  $y=f(-x)$  與  $y=-h(x)$  兩圖形的交點落在直線  $y=x$  上

11.( ) 設  $a = \frac{1}{7}$ ， $b = \log_{128} \frac{3}{2}$ ， $c = \log_2 \frac{2}{3}$ ，請選出正確的選項。

(1)  $a > b > c$       (2)  $14a + 7b + c = 2$

(3) 若將  $2^c$  化成小數，則  $2^c$  為循環小數

(4) 若將  $a = \frac{1}{7}$  化成小數，小數點後第 100 位的數字為 8

(5)  $\log 2^{-7b}$  的首數為 0

12.( ) 已知  $a$ 、 $b$  為任意正實數且  $a < b$ ，設數線上 6 個點  $A$ ， $B$ ， $P$ ， $Q$ ， $R$ ， $S$  的坐標分別為：

$A(a), B(b), P(\frac{5a+b}{6}), Q(\frac{a+b}{2}), R(\frac{-2a+7b}{5}), S(\frac{5a-2b}{3})$ ，

請選出正確的選項。

(1)  $A$ ， $B$ ， $P$ ， $Q$  四點在數線上由左而右為  $A$ ， $P$ ， $Q$ ， $B$

(2)  $A$ ， $B$ ， $P$ ， $S$  四點在數線上由左而右為  $A$ ， $P$ ， $S$ ， $B$

(3) 有 3 個點在  $A$ ， $B$  之間

(4) 在  $P$ ， $Q$ ， $R$ ， $S$  中， $S$  是最靠近  $A$  的點

(5) 數線上一點  $C(\sqrt{ab})$ ，則  $Q$  在  $C$  的右方

13.( ) 已知函數  $f(x) = \begin{cases} \log_2(1+x), & x \geq 0 \\ \log_{\frac{1}{2}}(1-x), & x < 0 \end{cases}$ ，請選出正確的選項。

(1) 函數  $y=f(x)$  為奇函數      (2) 函數  $y=f(x)$  對  $y$  軸對稱

(3) 對所有的實數  $x$ ，函數  $y=f(x) \geq 0$  恆成立

(4) 任意兩個實數  $a$ 、 $b$ ，當  $a+b \geq 0$ ，則  $f(a)+f(b) \geq 0$

(5)  $f(10)+f(-21) < 0$

### 第貳部分：選填題(占 35 分)

A. 已知集合  $A = \{x \mid |x-1| < 4\}$ ， $B = \{x \mid \log_2 x > \log_3 x\}$ ，則集合  $A$  與集合  $B$  的交集為  $\{x \mid a < x < b\}$ ，求  $a-b =$  \_\_\_\_\_。

- B. 若函數  $f(x) = \log_a(x^2 - 2ax + 1 - 2a^2)$  ( $a > 0, a \neq 1, x \in R$ ) 的最大值是 2，則  $a =$  \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)
- C. 若  $|x+3| \leq 1$ ， $|y-3| \leq 1$ ，則  $\frac{y+2}{x-1}$  的最小值為 \_\_\_\_\_。
- D. 已知  $f(x)$  是三次實係數多項式，若  $f(1-i) = 3$ ， $f(-1) = -2$ ， $f(0) = 5$ ，則  $f(1) =$  \_\_\_\_\_。
- E. 已知  $f(x)$ 、 $g(x)$  為實係數多項式，且  $f(x)$  為偶函數， $g(x)$  為奇函數，若  $f(x) + g(x) = x^2 + 10x + 8$ ，則  $g(10) =$  \_\_\_\_\_。
- F. 若正實數  $a$ 、 $b$  滿足  $\log_8 a + \log_4 b^2 = 5$  和  $\log_8 b + \log_4 a^2 = 7$ ，則  $\log_4 a + \log_8 b^2 =$  \_\_\_\_\_。
- G. 已知二次函數  $f(x)$  滿足對任意實數  $x$ ， $x^2 - 2x + 2 \leq f(x) \leq 2x^2 - 4x + 3$  恆成立。若  $f(11) = 181$ ，則  $f(16) =$  \_\_\_\_\_。

RA185 全國公私立高級中學 105 學年度學科能力測驗第一次  
聯合模擬考 參考答案

第壹部分：選擇題

1.(3) 2.(1) 3.(3) 4.(4) 5.(2) 6.(5) 7.(2)(3)(4) 8.(1)(5)  
9. (2)(3)(5) 10.(1)(3)(5) 11.(1)(2)(3)(4) 12.(1)(5) 13.(1)(4)(5)

第貳部分：選填題

A. -4 B.  $\frac{1}{2}$  C. -2 D. 6 E. 100 F. 5 G. 406