

# 中興大附中 107 年(106 學年度)高三上 第一次學測模擬考



## 一、單選題

- 設  $a$  為  $\sqrt{32}$  的小數部分，則下列哪一個選項是  $\sqrt{2}$  的小數部分？  
 (1)  $a$  (2)  $\frac{a}{4}$  (3)  $4a-1$  (4)  $\frac{a+1}{4}$  (5)  $4a-\frac{5}{4}$ 。
  - 請問二次函數  $f(x) = 8 \cdot \frac{(x-5)(x-7)}{(3-5)(3-7)} + 8 \cdot \frac{(x-3)(x-7)}{(5-3)(5-7)} + 24 \cdot \frac{(x-3)(x-5)}{(7-3)(7-5)}$  的最小值為何？  
 (1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10。
  - 已知三次函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) 的圖形如右：  
 則下列選項的值何者最小？  
 (1)  $a$  (2)  $f(-1)$  (3)  $a+b+c+d$   
 (4) 方程式  $f(x) = 0$  所有實根的和  
 (5) 方程式  $f(x) = 0$  所有虛根的乘積。
- 
- 若不等式  $(3x^2 - x + 1)(x^2 + ax + b) \leq 0$  的解為  $-1 \leq x \leq 3$ ，則  $a+b$  的值為何？  
 (1) -5 (2) -3 (3) 0 (4) 2 (5) 5。
  - 某個手機程式，每次點擊螢幕上的數  $a$  後，螢幕上的數會變成  $a^2$ 。  
 當一開始時螢幕上的數  $b$  為正且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近  $81^3$ 。  
 試問實數  $b$  最接近下列哪一個選項？ (1) 1.7 (2) 3 (3) 5.2 (4) 9 (5) 81。
  - 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  皆為正實數，若  $\log_2 a = \log_3 b = 2^c = 3^d > 0$ ，  
 則下列選項何者正確？  
 (1)  $a > b > d > c$  (2)  $d > c > a > b$  (3)  $d > c > b > a$  (4)  $b > a > c > d$  (5)  $c > d > b > a$ 。
  - 有一地區最近流行 A 種病毒感染，若某人身上發現 5000 個 A 種病毒，且正以每小時增加 8% 的速率成長，根據醫生說明，人體中 A 種病毒達 1000 萬個時，若不就醫體溫便會急遽升高；則某人最快在幾小時後將發高燒？ (1) 90 (2) 100 (3) 110 (4) 120 (5) 130。

## 二、多選題

- 已知實數  $a$ 、 $b$ 、 $c$  滿足  $a < b < c$ ，則關於絕對值方程式  $|x-a| + |x-b| = |x-c|$  的實根下列哪些選項的敘述為真？  
 (1) 必恰有一個實根 (2) 必恰有二個實根 (3) 必恰有三個實根  
 (4) 在  $x < a$  的範圍內，必恰有一個實根 (5) 滿足此方程式的實根  $x$  必定小於  $c$ 。
- 對任意實數  $x > 0$ ，函數  $f(x) = x + \frac{2}{x}$  在  $x = a$  時有最小值  $b$ ，函數  $g(x) = \sqrt{x^2 + \frac{2}{x^2}}$  在  $x = c$  時有最小值  $d$ ，選出正確的選項：  
 (1)  $a = 2b$  (2)  $a = c^2$  (3)  $b = d$  (4)  $\log_a b = \log_c d$  (5) 函數  $f(x) + g(x)$  有最小值  $b + d$ 。
- 已知函數  $f(x) = x(x+1)(x-2) + 0.01$  的圖形與  $x$  軸交於  $A(a, 0)$ 、 $B(b, 0)$ 、 $C(c, 0)$  三點，若另一函數  $g(x) = -x(x+1)(x-2) + 0.01$ ，則下列敘述哪些正確？  
 (1)  $a + b + c > 0$  (2)  $abc > 0$  (3) 函數  $y = g(x)$  的圖形與  $x$  軸交於三點  
 (4) 方程式  $g(x) = 0$  恰有一正根 (5) 兩方程式  $g(x) = 0$  的根與  $f(x) = 0$  的根完全相同。

11. 已知實係數四次方程式  $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 4 = 0$ ，虛數  $i = \sqrt{-1}$ ，選出正確的選項：
- (1) 若整數  $\alpha$  是此方程式的一根，則  $\alpha$  是 4 的因數 (2) 若  $f(2+i) = 5$ ，則  $f(2-i) = 5$
- (3) 此方程式至少有一實根 (4) 沒有實數  $x$  滿足  $f(x) = x^5$
- (5) 若  $f(1) < 0$  且  $f(2) < 0$ ，則此方程式至少有二個實根。
12. 請問下面哪些選項是正確的？
- (1)  $(0.7)^{-3.1} < (0.7)^{-2.1}$  (2)  $\log_2 3 < \log_{20} 30$  (3)  $(0.2)^{0.2} < \log_{0.2} 0.2$
- (4)  $\log 12345 > 4$  (5)  $\log \sqrt{143} < \sqrt{(\log 11)(\log 13)}$ 。

### 三、選填題

A. 設多項式  $ax^4 + bx^3 - 4x$  可被  $(x+2)^2$  整除，試求序對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

B. 多項式  $f(x)$  除以  $x^2 + x + 1$  得餘式  $x - 2$ ，又  $f(x)$  除以  $x - 2$  得餘式 14，今以  $f(x)$  除以  $(x-2)(x^2 + x + 1)$  可得餘式為  $px^2 + qx + r$ ，則序組  $(p, q, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

C.  $f(x)$  為二次多項式，已知  $f(-2) = f(3) = 0$ ，且  $6 < f(0) < 8$ ，若  $f(x)$  除以  $2x - 7$  的餘式為整數，則此餘式為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

D. 若  $a$  為正整數且方程式  $5x^3 + (a+4)x^2 + ax + 1 = 0$  的根都是有理根，則  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

E. 設  $x$  為一正實數且滿足  $x^2 \cdot 3^x = 3^{18}$ ，若  $x$  落在連續正整數  $k$  與  $k+1$  之間，則  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

F. 設  $a > 0$ ，已知二次函數  $f(x)$  的二次項係數為 3，圖形與  $x$  軸交於  $A(\log 24, 0)$ 、 $B(\log a, 0)$  兩點；另一個二次函數  $g(x)$  的二次項係數為 1，圖形與  $x$  軸交於  $B(\log a, 0)$ 、 $C(-\log 54, 0)$  兩點，若函數  $f(x) + g(x)$  的圖形與  $x$  軸交於一點，則  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

G. 若  $\log_a x = 2$ ， $\log_b x = 3$ ， $\log_c x = 4$ ，則  $\log_{abc} x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）

H. 設  $a$ 、 $b$ 、 $x$  皆為正整數且滿足  $a \leq x \leq b$  及  $b - a = 3$ 。若用內插法從  $\log a$ 、 $\log b$  求得  $\log x$  的近似值為  $\log x \approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b = \frac{1}{3}(1 + 2 \log 3 - \log 2) + \frac{2}{3}(4 \log 2 + \log 3)$ ，則  $x$  的值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

**RA188 中興大附中 107 年(106 學年度)高三上第一次學測模擬考 參考答案**

一、 1. (4) 2. (3) 3. (1) 4. (1) 5. (3) 6. (4) 7. (2)

二、 8. (2)(4)(5) 9. (2)(4) 10. (1)(3)(4) 11. (2)(5) 12. (3)(4)

三、 A. (1,3) B. (2,3,0) C. -3 D. 7 E. 13 F. 4 G.  $\frac{12}{13}$  H. 47