

# 中興大附中 107 年(106 學年度)高三上 第一次學測模擬考



## 一、單選題

- 設  $a$  為  $\sqrt{32}$  的小數部分，則下列哪一個選項是  $\sqrt{2}$  的小數部分？  
 (1)  $a$  (2)  $\frac{a}{4}$  (3)  $4a-1$  (4)  $\frac{a+1}{4}$  (5)  $4a-\frac{5}{4}$ 。
  - 請問二次函數  $f(x) = 8 \cdot \frac{(x-5)(x-7)}{(3-5)(3-7)} + 8 \cdot \frac{(x-3)(x-7)}{(5-3)(5-7)} + 24 \cdot \frac{(x-3)(x-5)}{(7-3)(7-5)}$  的最小值為何？  
 (1) 2 (2) 4 (3) 6 (4) 8 (5) 10。
  - 已知三次函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  ( $a \neq 0$ ) 的圖形如右：  
 則下列選項的值何者最小？  
 (1)  $a$  (2)  $f(-1)$  (3)  $a+b+c+d$   
 (4) 方程式  $f(x) = 0$  所有實根的和  
 (5) 方程式  $f(x) = 0$  所有虛根的乘積。
- 
- 若不等式  $(3x^2 - x + 1)(x^2 + ax + b) \leq 0$  的解為  $-1 \leq x \leq 3$ ，則  $a+b$  的值為何？  
 (1) -5 (2) -3 (3) 0 (4) 2 (5) 5。
  - 某個手機程式，每次點擊螢幕上的數  $a$  後，螢幕上的數會變成  $a^2$ 。  
 當一開始時螢幕上的數  $b$  為正且連續點擊螢幕三次後，螢幕上的數接近  $81^3$ 。  
 試問實數  $b$  最接近下列哪一個選項？ (1) 1.7 (2) 3 (3) 5.2 (4) 9 (5) 81。
  - 設  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$  皆為正實數，若  $\log_2 a = \log_3 b = 2^c = 3^d > 0$ ，  
 則下列選項何者正確？  
 (1)  $a > b > d > c$  (2)  $d > c > a > b$  (3)  $d > c > b > a$  (4)  $b > a > c > d$  (5)  $c > d > b > a$ 。
  - 有一地區最近流行 A 種病毒感染，若某人身上發現 5000 個 A 種病毒，且正以每小時增加 8% 的速率成長，根據醫生說明，人體中 A 種病毒達 1000 萬個時，若不就醫體溫便會急遽升高；則某人最快在幾小時後將發高燒？ (1) 90 (2) 100 (3) 110 (4) 120 (5) 130。

## 二、多選題

- 已知實數  $a$ 、 $b$ 、 $c$  滿足  $a < b < c$ ，則關於絕對值方程式  $|x-a| + |x-b| = |x-c|$  的實根下列哪些選項的敘述為真？  
 (1) 必恰有一個實根 (2) 必恰有二個實根 (3) 必恰有三個實根  
 (4) 在  $x < a$  的範圍內，必恰有一個實根 (5) 滿足此方程式的實根  $x$  必定小於  $c$ 。
- 對任意實數  $x > 0$ ，函數  $f(x) = x + \frac{2}{x}$  在  $x = a$  時有最小值  $b$ ，函數  $g(x) = \sqrt{x^2 + \frac{2}{x^2}}$  在  $x = c$  時有最小值  $d$ ，選出正確的選項：  
 (1)  $a = 2b$  (2)  $a = c^2$  (3)  $b = d$  (4)  $\log_a b = \log_c d$  (5) 函數  $f(x) + g(x)$  有最小值  $b + d$ 。
- 已知函數  $f(x) = x(x+1)(x-2) + 0.01$  的圖形與  $x$  軸交於  $A(a, 0)$ 、 $B(b, 0)$ 、 $C(c, 0)$  三點，若另一函數  $g(x) = -x(x+1)(x-2) + 0.01$ ，則下列敘述哪些正確？  
 (1)  $a + b + c > 0$  (2)  $abc > 0$  (3) 函數  $y = g(x)$  的圖形與  $x$  軸交於三點  
 (4) 方程式  $g(x) = 0$  恰有一正根 (5) 兩方程式  $g(x) = 0$  的根與  $f(x) = 0$  的根完全相同。

11. 已知實係數四次方程式  $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 4 = 0$ ，虛數  $i = \sqrt{-1}$ ，選出正確的選項：
- (1) 若整數  $\alpha$  是此方程式的一根，則  $\alpha$  是 4 的因數 (2) 若  $f(2+i) = 5$ ，則  $f(2-i) = 5$
- (3) 此方程式至少有一實根 (4) 沒有實數  $x$  滿足  $f(x) = x^5$
- (5) 若  $f(1) < 0$  且  $f(2) < 0$ ，則此方程式至少有二個實根。
12. 請問下面哪些選項是正確的？
- (1)  $(0.7)^{-3.1} < (0.7)^{-2.1}$  (2)  $\log_2 3 < \log_{20} 30$  (3)  $(0.2)^{0.2} < \log_{0.2} 0.2$
- (4)  $\log 12345 > 4$  (5)  $\log \sqrt{143} < \sqrt{(\log 11)(\log 13)}$ 。

### 三、選填題

- A. 設多項式  $ax^4 + bx^3 - 4x$  可被  $(x+2)^2$  整除，試求序對  $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- B. 多項式  $f(x)$  除以  $x^2 + x + 1$  得餘式  $x - 2$ ，又  $f(x)$  除以  $x - 2$  得餘式 14，今以  $f(x)$  除以  $(x-2)(x^2 + x + 1)$  可得餘式為  $px^2 + qx + r$ ，則序組  $(p, q, r) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- C.  $f(x)$  為二次多項式，已知  $f(-2) = f(3) = 0$ ，且  $6 < f(0) < 8$ ，若  $f(x)$  除以  $2x - 7$  的餘式為整數，則此餘式為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
- D. 若  $a$  為正整數且方程式  $5x^3 + (a+4)x^2 + ax + 1 = 0$  的根都是有理根，則  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- E. 設  $x$  為一正實數且滿足  $x^2 \cdot 3^x = 3^{18}$ ，若  $x$  落在連續正整數  $k$  與  $k+1$  之間，則  $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- F. 設  $a > 0$ ，已知二次函數  $f(x)$  的二次項係數為 3，圖形與  $x$  軸交於  $A(\log 24, 0)$ 、 $B(\log a, 0)$  兩點；另一個二次函數  $g(x)$  的二次項係數為 1，圖形與  $x$  軸交於  $B(\log a, 0)$ 、 $C(-\log 54, 0)$  兩點，若函數  $f(x) + g(x)$  的圖形與  $x$  軸交於一點，則  $a = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
- G. 若  $\log_a x = 2$ ， $\log_b x = 3$ ， $\log_c x = 4$ ，則  $\log_{abc} x = \underline{\hspace{2cm}}$ 。（化為最簡分數）
- H. 設  $a$ 、 $b$ 、 $x$  皆為正整數且滿足  $a \leq x \leq b$  及  $b - a = 3$ 。若用內插法從  $\log a$ 、 $\log b$  求得  $\log x$  的近似值為  $\log x \approx \frac{1}{3} \log a + \frac{2}{3} \log b = \frac{1}{3}(1 + 2 \log 3 - \log 2) + \frac{2}{3}(4 \log 2 + \log 3)$ ，則  $x$  的值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

**RA188** 中興大附中 107 年(106 學年度)高三上第一次學測模擬考 參考答案

一、 1. (4) 2. (3) 3. (1) 4. (1) 5. (3) 6. (4) 7. (2)

二、 8. (2)(4)(5) 9. (2)(4) 10. (1)(3)(4) 11. (2)(5) 12. (3)(4)

三、 A. (1,3) B. (2,3,0) C. -3 D. 7 E. 13 F. 4 G.  $\frac{12}{13}$  H. 47