

108 學年度全國高級中學學測模擬考 (108-E1)試題



第壹部分：選擇題（占 65 分）

一、單選題（占 35 分）

1. 已知 a 為實數且 $0 < a < 1$ ，則下列各數中哪一個數最小？
(1) a^2 (2) a^3 (3) $\log_2 a$ (4) $\log_3 a$ (5) 2^a 。
2. 設 $a = \sqrt{37 - 20\sqrt{3}} + \sqrt{21 + 12\sqrt{3}}$ ，則 a 是下列哪一個方程式的根？
(1) $x^2 - 12x + 33 = 0$ (2) $x^2 - 64 = 0$ (3) $x^2 - 12x + 31 = 0$ (4) $x^2 - 10x + 13 = 0$
(5) $x^2 - 14x + 46 = 0$ 。
3. 不等式 $|x - 4| + |x + 2| < 10$ 有幾個整數解？
(1) 9 個 (2) 11 個 (3) 13 個 (4) 15 個 (5) 17 個。
4. 已知數線上三點 $A(2)$ 、 $B(4)$ 、 $C(x)$ ，且 $2 < x < 4$ ，若 $\overline{AC} : \overline{BC} = \overline{AB} : \overline{AC}$ ，則 x 之值為何？
(1) $1 + \sqrt{3}$ (2) $1 + \sqrt{5}$ (3) $2\sqrt{3} - 1$ (4) $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{5} + 3}{2}$ 。
5. $f(x)$ 是三次實係數多項式，
若 $f(x)$ 除以 $x^2 + x - 2$ 的餘式是 $2x - 1$ ，且 $f(x)$ 除以 $x^2 + x$ 的餘式是 3，
則 $f(x)$ 除以 $x^2 - 2$ 的餘式為何？
(1) 1 (2) $2x + 1$ (3) $3x - 1$ (4) $4x - 1$ (5) $4x - 3$ 。
6. 設 a 、 b 為實數，函數 $f(x) = \log_3 x$ 的圖形上有兩點 $A(a, f(a))$ 、 $B(b, f(b))$ ，
已知 $a - b = 1$ 且 $f(a) - f(b) = 2$ ，則 a 之值為何？
(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{9}$ (3) $\frac{8}{7}$ (4) $\frac{4}{3}$ (5) $\frac{9}{8}$ 。
7. 設 a 、 b 為實數，已知二次函數 $y = a(x + 2)^2 + b$ 的圖形與 x 軸交於 A 、 B 兩點且 $\overline{AB} = 6$ ，
若二次函數 $y = a(x + 2)^2 + 2b$ 的圖形與 x 軸交於 C 、 D 兩點，則 \overline{CD} 之長為何？
(1) 4 (2) $\sqrt{37}$ (3) $\sqrt{61}$ (4) $6\sqrt{2}$ (5) 8。

二、多選題（占 30 分）

8. 設 $a = 9^6 - 5^6$ ，則下列哪些質數是 a 的因數？(1) 7 (2) 11 (3) 23 (4) 31 (5) 61。
9. 下列選項中哪些選項的敘述是正確的？
(1) 函數 $f(x) = x^3$ 的圖形對稱於 $(0, 0)$
(2) 函數 $f(x) = x^3 - x$ 的圖形對稱於 $(0, 0)$
(3) 函數 $f(x) = |x|$ 的圖形對稱於 y 軸
(4) 函數 $f(x) = 2^x$ 與 $g(x) = 2^{-x}$ 的圖形對稱於 x 軸
(5) 函數 $f(x) = 2^{-x}$ 與 $g(x) = -\log_2 x$ 的圖形對稱於直線 $y = x$ 。

10. 設 $a > 0$ 、 $b > 0$ ，已知 $(x, y) = (1, -2)$ 與 $(x, y) = (-2, 1)$ 都是方程式 $a^x b^y = 2$ 的解，則下列選項中哪些 (x, y) 也是方程 $a^x b^y = 2$ 的解？
 (1) $(x, y) = (\log 2, -\log 20)$ (2) $(x, y) = (3, -4)$ (3) $(x, y) = (0, 1)$
 (4) $(x, y) = \left(\frac{1}{2}, -4\right)$ (5) $(x, y) = (-99, 100)$ 。
11. 下列哪些多項式不等式的實數解是 $-1 < x < 3$ ？
 (1) $(x+1)(x-3) < 0$ (2) $x^2(x+1)(x-3) < 0$ (3) $(x+1)^3(x-3) < 0$
 (4) $(x+1)(x-3)(x^2 - x + 1) < 0$ (5) $(x+1)(x-3)(x^3 + 4) < 0$ 。
12. 已知三次實係數多項式 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$

$$= \frac{(x-1)(x-2)(x-3)}{(4-1)(4-2)(4-3)} + \frac{(x-1)(x-2)(x-4)}{(3-1)(3-2)(3-4)} - 3 \cdot \frac{(x-1)(x-3)(x-4)}{(2-1)(2-3)(2-4)}$$

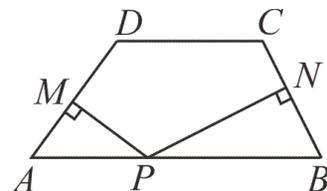
$$+ 7 \cdot \frac{(x-2)(x-3)(x-4)}{(1-2)(1-3)(1-4)}$$
，下列哪些選項正確？
 (1) $f(1) = 7$ (2) $a > 0$ (3) $b + c = -38$ (4) $8a + b = 1$
 (5) 方程式 $f(x) = 0$ 有三個相異實根。
13. 設 $f(x) = ax^3 + bx + c$ ，其中 a 、 b 、 c 為有理數，若 $f(2-i) = 0$ ，則下列哪些選項正確？
 (1) $ab < 0$ (2) $ac < 0$ (3) 若 $a > 0$ ，則 $f(-3) > 0$ (4) 若 a 是整數，則 c 也是整數
 (5) 若 b 是整數，則 c 也是整數。

第貳部分：選填題（占 35 分）

- A. 設多項式函數 $f(x) = 24x^4 + 48x^3 + 36x^2 + 19x + 4$ ，則 $f(-1.5)$ 的值为_____。
- B. 設 n 為正整數，且 $\log_3(n+20) - \log_3 n \leq \frac{1}{2}$ ，則 n 的最小值为_____。
- C. 設芮氏規模 x 的地震，震央所釋放出來的能量 $f(x)$ 可表為 $f(x) = a \cdot b^x$ ，其中 a 、 b 為常數。已知芮氏規模 6 的地震震央所釋放出來的能量是芮氏規模 4 的地震震央所釋放出來的能量的 1000 倍，則芮氏規模 8.1 的地震震央所釋放出來的能量是芮氏規模 7.3 的地震震內所釋放出來的能量的_____倍。（請利用參考公式所附對數表，四捨五入取至整數位）
- D. 設二次函數 $f(x) = ax^2 + 2bx + \left(16 + 13a - a^2\right)$ ，其中 a 、 b 為常數，若在 $x = 2$ 時 $f(x)$ 有最小值 -6 ，則 $a =$ _____。
- E. 已知 x 、 y 均為正數，若 $2x + y = 16$ ，則 $\log_{0.5} x + \log_{0.5} y$ 的最小值为_____。

- F. 已知 α 、 β 為方程式 $x^2 - kx + 2 = 0$ 的兩相異實根，其中 k 是實數；
 若二次函數 $f(x) = 4x^2 + (\alpha^2 + \beta^2)x + \alpha^2\beta^2$ 的圖形與 x 軸恰有一個交點，
 則 $k^2 =$ _____。

- G. 如右圖，四邊形 $ABCD$ 中，已知 $\overline{AB} \parallel \overline{CD}$
 且 $\overline{AB} = 10$ 、 $\overline{AD} = 5$ 、 $\overline{CD} = 5$ 、 $\overline{BC} = 2\sqrt{5}$ 。
 設 P 點是 \overline{AB} 上的一任意點，
 作 $\overline{PM} \perp \overleftrightarrow{AD}$ 於 M ， $\overline{PN} \perp \overleftrightarrow{BC}$ 於 N ，
 則 $\triangle AMP$ 與 $\triangle BNP$ 面積總和的最小值為 _____。
 (化為最簡分數)



RA193 108 學年度全國高級中學學測模擬考(108-E1)

選擇題：1. (3) 2. (2) 3. (1) 4. (2) 5. (1) 6. (5) 7. (4) 8. (1)(5) 9. (1)(2)(3)(5)
10. (1)(2) 11. (1)(3)(4) 12. (1)(4)(5) 13. (1)(3)(4)

選填題：A. 16 B. 28 C. 16 D. 11 E. -5 F. 12 G. $\frac{120}{11}$