

111 學年度全國高級中學學測模擬考(111-E1)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



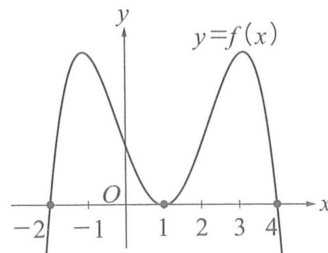
一、單選題(占 30 分)

- 某一疾病發病的人數呈上升趨勢，經統計發現以每兩天上升10%的速度增加，已知週一、週二這兩天發病的人數共1000人，若依此上升的比例發展，則接下來的週三到週六這四天共有多少人發病？請選出最接近的答案。

(1)2000人 (2)2152人 (3)2262人 (4)2310人 (5)4526人。
- 學者韋斯特提出一城市規模、基礎設施、公司數量有如下關係：若城市規模要擴大為 a 倍，則其基礎設施只要擴大為 $a^{0.85}$ 倍，但公司數量可擴大為 $a^{1.15}$ 倍。已知一城市想要將公司數量擴大為10倍，則基礎設施要擴大為幾倍？

(1)5.25倍 (2)5.37倍 (3)5.50倍 (4)5.62倍 (5)5.75倍。
- 四次函數 $y = f(x)$ 的圖形如右，則不等式 $f(x) > 0$ 的所有整數解的乘積為何？

(1)-48 (2)-8 (3)-6
(4)4 (5)0。



- 若 n 為自然數，且 3^n 為49位數，符合上述條件的 n 值有兩個，則這兩個 n 值的總和為何？

(1)199 (2)201 (3)203 (4)205 (5)207。
- 若過點 $(-2,1)$ 的圓與兩坐標軸均相切，則圓心到直線 $3x - 4y + 21 = 0$ 的距離為何？

(1) $\frac{11}{5}$ (2) $\frac{12}{5}$ (3) $\frac{13}{5}$ (4) $\frac{14}{5}$ (5)3。
- 設 m 是實數，若方程式 $x^2 + y^2 + 2mx + 2(m+1)y + 3m^2 + m = 0$ 的圖形為一圓且圓心在第四象限，已知 m 的範圍為 $\alpha < m < \beta$ ，則 $\alpha + \beta = ?$

(1) $\frac{1-\sqrt{5}}{2}$ (2) $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$ (3)1 (4)0 (5)-1。

二、多選題(占 30 分)

- 下列選項中的不等式，何者正確？

(1) $\frac{81}{100} > \frac{80}{99}$ (2) $\frac{7^{100} + 1}{7^{81} + 1} > \frac{7^{99} + 1}{7^{80} + 1}$ (3) $0.4\bar{9} < 0.5$
(4)對所有實數 x ， $|x+1| - |x-3| > -2$ 恆成立 (5)若 $a < b$ ，則 $\frac{2a+5b}{7} < \frac{2a+b}{3}$ 。
- 下列有關二次函數 $\Gamma: y = \frac{x^2}{2}$ 與圓 $C: x^2 + (y-4)^2 = r^2$ (其中 $r > 0$)兩圖形的敘述，何者正確？

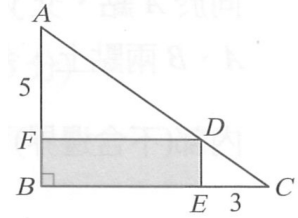
(1)當 $r = \sqrt{23}$ 時， Γ 與 C 有4個交點 (2) Γ 與 C 的交點個數可能有0, 1, 2, 3, 4個
(3)當 Γ 與 C 有3個交點時，此時 r 值只有一個 (4)當 Γ 與 C 有2個交點時，此時 r 值只有一個
(5)當 Γ 與 C 有2個交點且 Γ 不通過圓 C 內部時，此時交點的 y 坐標是整數。
- 下列有關三次函數 $y = f(x) = 4x^3 + (k-3)x - (k+1)$ (常數 $k > 0$)的敘述，何者正確？

(1)若 $y = f(x)$ 在 $x = 0$ 附近的一次近似圖形為直線 L ，則直線 L 的斜率為 $k - 3$
(2)承(1)，直線 L 必過點 $(1, -4)$ (3) $f(x)$ 可被 $x - 1$ 整除
(4) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸可能會有3個交點 (5)不等式 $f(x) > 0$ 的解為 $x < 1$ 。

10. 設 $a = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$ ，下列選項何者正確？

- (1) a 等於 1.618 (2) $\sqrt{a+1}$ 可化簡成 a (3) 可利用尺規作圖在數線上描出 a 的位置
 (4) $a < \frac{1}{a}$ (5) $\log a$ 是正數。

11. 如圖，矩形 $FBED$ 為直角 $\triangle ABC$ 的內接矩形， $\overline{AF} = 5$ 、 $\overline{EC} = 3$ ，請問下列何者正確？



- (1) $\triangle AFD \sim \triangle DEC$ (2) 矩形 $FBED$ 的面積是定值
 (3) 矩形 $FBED$ 的周長是定值 (4) $\triangle ABC$ 面積的最小值是 15
 (5) $\triangle ABC$ 的面積有最小值時， $\overline{FD} = 5$ 。

12. 已知 $\triangle ABC$ 的其中兩條高落在直線 $L_1: x+y=7$ 、 $L_2: 2x-y=11$ 上，又頂點 A 的坐標為 $(9,0)$ ，頂點 B 在第一象限，請問下列何者正確？

- (1) 直線 L_2 通過頂點 A (2) \overleftrightarrow{AB} 方程式為 $3x-2y=27$ (3) \overleftrightarrow{AC} 方程式為 $x-y=9$
 (4) B 點坐標為 $(4,3)$ (5) $\triangle ABC$ 的垂心坐標為 $(6,1)$ ，其中垂心為三角形三高的交點。

三、選填題(占 25 分)

13. 已知直線 L 過點 $A(0,4)$ ，且將圓： $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 4 = 0$ 分成大、小兩弓形，當 L 的斜率改變時，兩弓形的面積亦隨之改變。當直線 L 的斜率為 _____ 時，小弓形的面積為最小。(化為最簡分數)

14. 將地面看成坐標平面，有一拋物線形道路符合二次函數 $f(x) = x^2 - 2x - 3$ ，其圖形交 x 軸負向於 A 點、交 y 軸於 B 點，又 C 點為 $y = f(x)$ 圖形對稱軸上的動點。有甲、乙兩人分別在 A 、 B 兩點上，今兩人相約在 C 點見面，當兩人走到 C 點的距離和是最小時，此時

$\angle ACB$ 的內部(不含邊界)可用二元一次不等式 $\begin{cases} x+ay+b < 0 \\ x+cy+d < 0 \end{cases}$ 表示，則

$a+b+c+d =$ _____。

15. 化簡 $\frac{2023^2}{2022} - \frac{2022^2}{2023} - \frac{1}{2022 \times 2023} =$ _____。

16. 不等式 $|x| > x^2 - 6$ 的解為 _____。

17. 設三次多項式 $f(x)$ 除以 $(x-2)^2$ 的餘式是 2、除以 $x+2$ 的餘式也是 2，又 $f(x)$ 的常數項是 -6，則 $f(x)$ 的所有係數和為 _____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-19 題為題組

某製造公司採接單製造方式營運，因受疫情影響及產業競爭下，導致營運出現每月虧損 500 萬元，公司調查資料如下：每月接單生產數量 x (萬個) 與總成本 C (千萬元) 的關係，如下表。

x (萬個)	1	2	3
C (千萬元)	3	5	13
當 $0 \leq x \leq 5$ 時， C 恰為 x 的三次函數；點 $(1,3)$ 為三次函數 C 的對稱中心。			

根據上述，試回答下列問題。

18. 當 $0 \leq x \leq 5$ 時， $C = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，試求 a 、 b 、 c 、 d 值。(非選擇題，6 分)

19.(1) 若公司停止接單(即 $x = 0$) 時，就無收入，而總成本就只剩固定成本(指無關生產量但必須花費的成本，如行政費……等)，請問公司每月虧損多少元？(2 分)

(2) 若老闆堅持繼續營運，照顧員工生計，但公司接單方式有以下兩個方案：

方案 A：繼續接單(每月虧損 500 萬元) 方案 B：停止接單。

請問哪一個方案對公司較好(虧損少)？(請詳細說明理由)(非選擇題，2 分)

20.(承 18. 題) 下列哪些函數的圖形可經適當平移後和 $C = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 的圖形重合？

(1) $x^3 + x + 3$ (2) $x^3 + x$ (3) $x^3 - x$ (4) $x^3 - x - 3$ (5) $-x^3 - x - 3$ 。(多選題，5 分)

RA197 111 學年度全國高級中學學測模擬考(111-E1)

參考答案

選擇題：1. (4) 2. (3) 3. (5) 4. (3) 5. (4) 6. (1) 7. (1)(2) 8. (3)(5) 9. (1)(2)(3)
10. (2)(3)(5) 11. (1)(2) 12. (3)(5)

選填題：13. $\frac{1}{2}$ 14. -2 15. 3 16. $-3 < x < 3$ 17. -1

混合題：18. $a=1, b=-3, c=4, d=1$ 19. (1)1千萬元 (2)方案 A 20. (1)(2)