

全國公立高中 111 學年度第一次學測模擬考

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 有一圓 $C : x^2 + y^2 + x + y = 0$ 和一直線 $y = mx$ 交於 A 、 B 兩點，且 $\overline{AB} = \sqrt{2}$ ，則 m 的值為下列哪一個選項？(1) $-\frac{1}{2}$ (2) $-\frac{1}{4}$ (3) 1 (4) $\frac{1}{2}$ (5) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ 。
2. 對任何實數 x ，不等式 $-x^2 - 2x - 2 < mx + m < x^2 - 2x + 1$ 恆成立，則滿足此一條件的整數 m 值有多少個？(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 3 個 (4) 4 個 (5) 5 個。
3. 對某數 N 取一次 \log 後，其值為 x ，再對 x 取一次 \log 後，其值為 111，試問 N 是幾位數？(1) 111+1 位 (2) 10^{111} 位 (3) $10^{111} + 1$ 位 (4) $10^{10^{111}}$ 位 (5) $10^{10^{111}} + 1$ 位。
4. 已知 $f(x)$ 為二次函數，若 $f(x)$ 有最小值且 $|f(1)| = |f(3)| = |f(5)| = |f(7)| = 8$ ，則 $f(x-6)$ 有最小值為何？(1) -16 (2) -14 (3) -12 (4) -10 (5) -8。
5. 已知存在實數 k 使得滿足不等式 $(x-k)(x-6)(x-1)^2(x^2+2x+3) \leq 0$ 的整數解 x 有 10 個，若 k 的範圍為 $a < k \leq b$ 或 $c \leq k < d$ ，則 $a+b+c+d = ?$
(1) 20 (2) 22 (3) 24 (4) 26 (5) 28。
6. 已知多項式 $x \cdot f(x)$ 的圖形在 $x=2$ 附近的一次近似為 $y=3x-4$ ，則 $y=f(x)$ 的圖形在 $x=2$ 附近的一次近似為何？
(1) $y=x-1$ (2) $y=x-2$ (3) $y=3x-2$ (4) $y=3x-5$ (5) $y=8x-12$ 。

二、多選題(占 30 分)

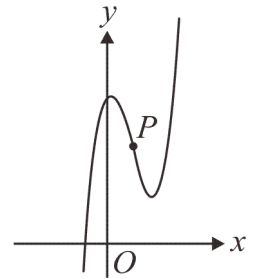
7. 下列關於實數的敘述哪些是正確的？
(1) $0.\overline{2} + 0.\overline{8} = 1$ (2) $\frac{1}{7}$ 的小數點後第 100 位數字為 5 (3) 5^{-100} 可化成有限小數
(4) 若 x 、 y 為實數且 $x < y$ ，則 $\frac{3x+2y}{6} < \frac{2x+3y}{6}$ (5) 若 x 、 y 為實數，則 $|x| + |y| \geq |x-y|$ 。
8. 有一方程式 $\Gamma : x^2 + y^2 + kx - ky - k - 1 = 0$ ，試選出正確的選項。
(1) Γ 的圖形必通過 $(1,0)$ 和 $(0,-1)$ (2) Γ 的圖形一定是圓 (3) Γ 圖形的面積的最小值為 $\frac{\pi}{2}$
(4) $x+y=0$ 可能為 Γ 的切線 (5) Γ 圖形的圓心必在 $y=-x$ 上。
9. 已知直線 L 的方程式為 $x+ky=2-k$ ， k 為實數，試選出正確的選項。
(1) 直線 L 的斜率為 $-\frac{1}{k}$ (2) 直線 L 的 x 截距為 $2-k$ (3) 不論 k 為何值， L 必過 $(2,-1)$
(4) 若 $x_0 + ky_0 > 2-k$ ，則不論 k 為何值，點 (x_0, y_0) 與點 $(3,-1)$ 在 L 的同側
(5) 若 L 與兩坐標軸所圍的三角形面積為 3，則滿足條件之直線 L 有三條。
10. 已知 $\triangle ABC$ 的垂心 H 坐標為 $(0,-1)$ ，且其中兩頂點 A 、 B 坐標分別為 $(5,2)$ 、 $(-3,2)$ ，若直線 $x-2y=k$ 與 $\triangle ABC$ 相交，試選出正確的選項。
(1) H 在 $\triangle ABC$ 內部 (2) $\triangle ABC$ 為鈍角三角形 (3) C 點在 y 軸上
(4) 滿足條件的 k 之最大值為 1 (5) 滿足條件之整數 k 有 13 個。

11. 已知圓 C 外一點 P 對圓作兩切線，若兩切線與 x 軸的交點坐標分別為 $A(-10, 0)$ 、 $B\left(\frac{1}{2}, 0\right)$ ，且 O 為圓 C 的圓心，直線 PO 的方程式為 $x - y = -3$ 。試選出正確的選項。

- (1) $\overline{PA} : \overline{PB} = 2 : 1$ (2) A 到直線 PO 的距離為 $\frac{13}{2}\sqrt{2}$
 (3) B 點關於直線 PO 的對稱點坐標為 $\left(-3, \frac{7}{2}\right)$ (4) P 點坐標為 $\left(\frac{7}{2}, 7\right)$
 (5) 若圓 C 恰為 $\triangle PAB$ 之內切圓，則圓心 O 的坐標為 $(-1, 2)$ 。

12. 已知 a 、 b 、 c 為實數，且三次函數 $y = f(x) = (x+1)(ax^2 + bx + c)$ 的圖形如圖所示，若 P 點為 $y = f(x)$ 的對稱中心。試選出正確的選項。

- (1) $c > 0$ (2) 若 $y = f(x)$ 的圖形在 $x = -1$ 的一次近似為 $y = mx + k$ ，則 $m > 0$ (3) 不等式 $ax^2 + bx + c \leq 0$ 無實數解 (4) $b > 0$
 (5) $y = ax^2 + bx + c$ 頂點的 x 坐標大於 $\frac{1}{2}$ 。



三、選填題(占 25 分)

13. $\sqrt{4 - \sqrt{25 - 4\sqrt{6}}}$ 的整數部分為 x ，小數部分為 y ，若 $\frac{1}{y}$ 的值為 $\sqrt{a} + \sqrt{b}$ ，其中 a 、 b 為整數，則 $a + b$ 的值為_____。

14. 有一圓和 $x - y + 1 = 0$ 相切且切點為 $(0, 1)$ ，又圓心在 $3x - 2y - 8 = 0$ 上，則此圓的圓心為_____。

15. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x - 1$ 的商式為 $g(x)$ ，餘式為 3； $g(x)$ 除以 $x - 2$ 的商式為 $h(x)$ ，餘式為 2； $h(x)$ 除以 $x - 3$ 的餘式為 1，則 $xf(x)$ 除以 $(x - 1)(x - 2)(x - 3)$ 的餘式為_____。

16. x 、 y 為實數， $x^2 + y^2 = 1$ ，則 $\frac{y}{x-2}$ 的最大值為_____。(化為最簡分數)

17. 已知三次函數 $y = f(x) = a(x-h)^3 + p(x-h) + k$ 滿足以下兩條件：

- (I) 若 $f(\alpha) = \beta$ ，則 $f(-2 - \alpha) = 4 - \beta$ 恆成立； (II) $y = f(x)$ 圖形恰通過兩個象限。
 則 $a + h + p + k =$ _____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-19 題為題組

小賴的媽媽家位於數線上 +10 的位置，小賴想買房子，房子的位置須滿足和媽媽家距離至少 2 單位且不超過 t 單位，其中 $t > 2$ ，則：

18. 若小賴房子的位置為 x ，下列哪一個選項是正確的？(單選題，5 分)

(1) $2 < x - 10 < t$ (2) $2 \leq x - 10 \leq t$ (3) $2 < |x - 10| < t$

(4) $2 \leq |x - 10| \leq t$ (5) $2 \leq |x - 10| < t$ 。

19. 承上題，若 $t = 5$ 且 x 為整數，則 x 的值有 _____ 個。(選填題，5 分)

20. 承 19. 題，若滿足不等式的整數解 x 有 4 個，則 t 的範圍為何？(非選擇題，5 分)

RA198 全國公私立高中 111 學年度第一次學測模擬考

參考答案

選擇題：1. (3) 2. (2) 3. (3) 4. (4) 5. (2) 6. (1) 7. (3)(4)(5) 8. (1)(2)(3)(5) 9. (2)(3)(4)
10. (1)(3) 11. (1)(3) 12. (1)(2)(3)(5)

選填題：13. 5 14. (2, -1) 15. $5x^2 - 8x + 6$ 16. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ 17. -1

混合題：18. (4) 19. 8 20. $3 \leq t < 4$