

# 全國公立高中 112 學年度第一次學測模擬考(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 設  $x$  與  $y$  皆為實數，且  $(x+1)^2 + (y-2)^2 = 9$ ，若  $\sqrt{(x-2)^2 + (y-6)^2}$  的最大值為  $M$ ，最小值為  $m$ ，則  $\frac{M}{m}$  的值為下列何者？ (1)  $\frac{5}{3}$  (2) 2 (3)  $\frac{5}{2}$  (4)  $\frac{8}{3}$  (5) 4
2. 設  $a = 28^x = 42^y = 63^z$ ，其中  $x, y, z$  皆為實數，且  $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 3$ ，則  $a$  為下列何者？  
(1) 42 (2) 84 (3) 126 (4) 252 (5) 294
3. 設  $p, q$  為正實數。若坐標平面上的點  $(10p, \frac{q}{1000})$  在函數  $y = 10^x$  的圖形上，則點  $(p, \log q)$  會在直線  $y = 8x^2$  的圖形上，試問  $q$  是幾位數？  
(1) 15 (2) 16 (3) 17 (4) 18 (5) 19
4. 設  $f(x)$  是三次實係數多項式，且滿足  $f(x+1) - f(x) = 12x^2 + 28x + 28$ ，且  $f(0) = 2$ ，試求  $f(x)$  除以  $x-1$  的餘式為何？ (1) 50 (2) 40 (3) 30 (4) 28 (5) 26
5. 設  $f(x)$  是三次實係數多項式，若  $f(-\frac{1}{2}x+1) > 0$ ，解為  $-2 < x < -1$  或  $x > 1$ ，若  $f(3x-2) < 0$ ，解為  $\frac{b}{a} < x < \frac{d}{c}$  或  $x > \frac{f}{e}$ ，其中每個分數皆為最簡分數，則  $a-b+c-d+e-f$  的值為下列何者？ (1) -4 (2) -1 (3) 0 (4) 2 (5) 5
6. 設  $m$  為實數，若圓  $x^2 + y^2 + 8x - 10y + 16 = 0$  與直線  $y + 4 = m(x - 6)$  在坐標平面上的兩個交點位於不同的象限(位於  $x$  軸或  $y$  軸的交點不屬於任何象限)，試求  $m$  的範圍。  
(1)  $-1 < m < 0$  (2)  $-1 < m < -\frac{2}{5}$  (3)  $-2 < m < -1$  (4)  $-2 < m < -\frac{2}{5}$  (5)  $-4 < m < -3$

二、多選題(占 30 分)

7. 已知  $x = 2 - \sqrt{3}$ ，試選出正確的選項。  
(1)  $x^2 + x^{-2} = 2$  (2)  $x + x^{-1} = 4$  (3)  $x^{\frac{3}{2}} + x^{-\frac{3}{2}} = 6$  (4)  $x^2 + x^{-2} = 14$  (5)  $x^3 + x^{-3} = 52$
8. 設多項式  $f(x) = x^3 + 2x^2 - 2x + k$ ， $g(x) = x^2 + ax + 1$ ，其中  $k, a$  為整數。已知  $g(x)$  整除  $f(x)$ ，且方程式  $g(x) = 0$  與  $x$  軸有兩相異交點。試選出正確的選項。  
(1)  $g(x) = 0$  的頂點為  $(-\frac{3}{2}, -\frac{5}{4})$  (2)  $f(0) = 1$  (3)  $f(x) = 0$  的對稱中心的  $x$  坐標為  $\frac{2}{3}$   
(4) 多項式  $f(x)$  可分解為  $(x-1)(x^2 - 3x + 1)$   
(5)  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸的交點的  $x$  坐標為一正數、兩負數
9. 若方程式  $f(x) = (x+1)(x+2)(x+k) + 28 = 0$ ，有整數根，且  $k$  為整數，則  $k$  的值為下列何者？ (1) -22 (2) -19 (3) -17 (4) -14 (5) -11
10. 設  $f(x)$  為二次實係數多項式函數且  $f(x) = 0$  沒有實根。試選出正確的選項。  
(1)  $f(0) > 0$  (2)  $f(111)f(112) > 0$  (3) 若  $f(x) - 1 = 0$  有實根，則  $f(x) - 2 = 0$  有實根  
(4) 因  $f(x) = 0$  沒有實根，則  $f(x - 113) = 0$  沒有實根  
(5) 若  $f(x) - 1 = 0$  有兩相異實根，則  $f(x - 110) - \frac{1}{2} = 0$  有實根

11. 已知圓  $C: x^2 + y^2 - 6x - 10y + 30 = 0$  與點  $P(4, 0)$ ，若有一直線  $L$  通過  $P$  點且與圓  $C$  有相異兩交點，則該直線  $L$  的斜率  $m$ ，可能為下列何者？

- (1)  $-14$  (2)  $\frac{5-2\sqrt{11}}{3}$  (3)  $0$  (4)  $\sqrt{3}$  (5)  $2\pi$

12. 坐標平面上有一圓，其圓心為  $A(a, b)$ ，此圓與兩坐標軸皆相切，圓心落在  $x + y = 0$  上，且此圓與  $L_1: x - y = -4 - 2\sqrt{2}$  與  $L_2: x - y = -4 + 2\sqrt{2}$  均相切，試選出正確的選項。

- (1) 圓心在第四象限 (2) 此圓與  $x$  軸切於  $(-1, 0)$  (3) 此圓的面積為  $4\pi$   
(4) 此圓上的點到  $S(1, 6)$  的最遠距離為  $7$   
(5) 若此圓方程式為  $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2$  為半徑，其中  $P(x, y)$  是圓上一點，則  $\frac{y-6}{x}$  的最小值為  $1$

### 三、選填題(占 25 分)

13. 試求  $3 \times (2.99)^3 - 23 \times (2.99)^2 + 52 \times (2.99) - 28$  的近似值(四捨五入到小數點以下第二位) 為\_\_\_\_\_。

14. 物理理論——蟲洞，指的是連接兩個不同時空點的捷徑。比如一張 A4 紙對角的距離約 35 公分，但把紙對折、兩角對齊後，他們的距離就是零。理論上，若能將宇宙的時空也這樣的對折，就能產生捷徑，讓太空旅行不再漫長。蟻人與黃蜂女發現在一張描繪宇宙的直角坐標系的紙上摺疊一次，將使得  $A(-1, 2)$  與  $B(1, -2)$  重合，則若  $C(-5, 0)$  會與  $D$  點重合，則  $D$  點坐標為\_\_\_\_\_。

15. 設多項式  $f(x)$  滿足  $f(x+1) - f(x) = 4x - 1$  且  $f(0) = 4$ ，若滿足上述兩條件之最低次實係數多項式為  $f(x) = ax^m + bx^n + c$ ，則  $am + bn + c =$ \_\_\_\_\_。

16. 已知  $x > 0$ ，若  $10^{\log(2x)} + 10^{\log(\frac{1}{2x})}$  的最小值為  $a$ ，此時發生在  $x = t$  時，求實數數對  $(a, t)$  =\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

17. 已知圓  $C: x^2 + y^2 - 4x - 16y + 51 = 0$ ，且有一點  $A$  落在圓  $C$  的圓心與原點之間的連線上。若今以點  $A$  為圓心，做一圓  $K$  過原點且與圓  $C$  外切，則圓  $K$  的半徑為\_\_\_\_\_。(化為最簡根式)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

有一砲塔放置在一高地，其砲彈預估高度的數  $h(t)$  (公尺) 為時間  $t$  (秒) 的二次多項式，在  $t=0$  時， $h(0)=45$ ，此時砲彈正在砲管內，發射後，在  $t=9$  時， $h(9)=36$ ，在  $t=15$  時， $h(15)=0$ ，預估擊中目標，其中  $0 \leq t \leq 15$ ，則：

18. 試求在  $0 \leq t \leq 15$  時，砲彈的高度函數為  $h(t) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。  
(化為最簡分數)(選填題，3 分)
19. 試求該砲彈在飛行的過程中，最高可達多少公尺？(非選擇題，6 分)
20. 若該砲彈在飛行的過程中，誤擊中高度在 21(公尺)的友軍，試問從發射開始到誤射友軍，歷時多少秒？(非選擇題，6 分)

RA199 國公私立高中 112 學年度第一次學測模擬考(南一)

參考答案

選擇題：1. (5) 2. (1) 3. (5) 4. (3) 5. (2) 6. (3) 7. (2)(4)(5) 8. (1)(5) 9. (4)(5)  
10. (2)(3)(4) 11. (1)(5) 12. (3)(4)

選填題：13. 2.05 14. (-3, -4) 15. 5 16.  $(2, \frac{1}{2})$  17.  $\frac{\sqrt{17}}{2}$

混合題：18.  $h(t) = \frac{-1}{3}t^2 + 2t + 45$  19. 當  $t = 3$ ，最高是 48(公尺) 20. 12