

全國公立高中 114 學年度第二次學測模擬考(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

- 在坐標平面上有相異四點，其極坐標分別為 $A[4, 80^\circ]$ 、 $B[10, 130^\circ]$ 、 $C[2, 160^\circ]$ 、 $D[3, 260^\circ]$ 。
若 m_1 、 m_2 、 m_3 、 m_4 分別為直線 AC 、 AD 、 BA 、 BC 的斜率。試選出正確的選項。
(1) $m_1 > m_2 > m_3 > m_4$ (2) $m_1 > m_2 > m_4 > m_3$ (3) $m_2 > m_1 > m_3 > m_4$
(4) $m_2 > m_1 > m_4 > m_3$ (5) $m_2 > m_3 > m_1 > m_4$
- 有 55 筆數據如表(1)，試問此 55 筆數據的算術平均數為何？

表 (1)

數據	1^2	2^2	3^2	4^2	5^2	6^2	7^2	8^2	9^2	10^2
筆數	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1

- (1) 19 (2) 20 (3) 21 (4) 22 (5) 23
- 已知實係數三次多項式 $f(x)$ 的最高次項係數為 2。若函數 $y = f(x)$ 的圖形通過 $(1, 2)$ ，且 $y = f(x)$ 在 $x = 2$ 的一次近似直線為 $y = 9x - 11$ 。試問 $f(3)$ 之值為何？
(1) 20 (2) 22 (3) 24 (4) 26 (5) 28
- 甲、乙、丙三人要在排成一列的 7 張椅子中選座，若甲不坐最左邊的三張椅子，且都不與乙、丙相鄰。而乙、丙兩人要相鄰而坐。試問此三人有幾種不同的坐法？
(1) 22 (2) 25 (3) 28 (4) 31 (5) 34
- 坐標平面上正八邊形的其中一邊落在斜率為 $\frac{1}{\sqrt{3}}$ 的直線上，若此正八邊形每個邊所在直線的斜率最大值為 α 、最小值為 β ，試問 $(1 - \alpha)(1 + \beta)$ 之值為何？
($\tan 75^\circ = 2 + \sqrt{3}$)
(1) -2 (2) $-\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (3) $\sqrt{3}$ (4) $\sqrt{6} - \sqrt{2}$ (5) 2
- 有個暴風半徑為 300 公里的颱風以每小時 12 公里的速度向西前進；在某時間觀測到一艘船位於颱風中心的西 θ 南 500 公里處，其中 $0^\circ < \theta < 90^\circ$ 且 $\sin \theta = 0.6$ ，並以每小時 9 公里的速度向北方航行。假設颱風與船的前進方向與速度均不變，則可預估在 n 小時後，此船會位於暴風圈內。試問 n 的最小整數值為何？ (1) 11 (2) 14 (3) 17 (4) 20 (5) 23

二、多選題(占 30 分)

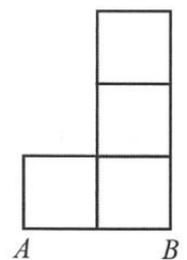
- 若 $f(x)$ 為首項係數為 1 的多項式函數， $g(x)$ 為二次多項式函數。若 $f(x)$ 除以 $g(x)$ 得商式為 $3 - x$ 且餘式為 $2x - 5$ ，又 $g(1) = 2$ 。試選出正確的選項。
(1) $y = g(x)$ 的圖形為開口向上的拋物線 (2) 方程式 $g(x) = 0$ 有相異兩實根
(3) $f(x)$ 除以 $(x - 1)$ 的餘式為 2 (4) $f(x)$ 除以 $(3 - x)(1 - x)$ 的餘式為 1
(5) 若 $f(2) = 6$ ，則 $f(4) = 8$
- 試問下列哪些選項不等式解的所有範圍，可以找到實數 a 、 b 表示成 $|x - a| < b$ 的形式？
(1) $(x - 1)(x - 2) < 3$ (2) $(x - 1)(x - 2)(x - 3) < -6$ (3) $(x - 1)^{114}(x - 2)^{2025}(x - 3) < 0$
(4) $(x - 1)(x - 2)^{114}(x - 3)^{2025} < 0$ (5) $(x - 1)(x - 2)^{114}(x - 3)^{2025} \leq 0$
- 怡美對班上 40 位同學進行數 A 科目某次模擬考級分 (x) 與學測級分 (y) 的數據分析，透過最小平方方法得到學測級分 (y) 對模擬考級分 (x) 的迴歸直線方程式為 $y = \frac{4}{3}x + 1$ ，又怡美將兩份成績各別標準化後得到模擬考標準化分數 (x') 與學測標準化分數 (y') 並透過最小平方方法得到學測標準化分數 (y') 對模擬考標準化分數 (x') 的迴歸直線方程式為 $y' = \frac{4}{5}x'$ ，試選出正確的選項。(1) 該次模擬考級分 (x) 與學測級分 (y) 的相關係數為 0.75

- (2) 該次模擬考標準化分數(x')與學測標準化分數(y')的相關係數為 0.8
 (3) 該次模擬考級分(x)的標準差小於學測級分(y)的標準差
 (4) 若 40 位同學模擬考級分及學測級分分別為 x_1, x_2, \dots, x_{40} 及 y_1, y_2, \dots, y_{40} ，則 $x_1+x_2+\dots+x_{40} < y_1+y_2+\dots+y_{40}$ (5) 若 40 位同學模擬考及學測標準化分數分別為 $x'_1, x'_2, \dots, x'_{40}$ 及 $y'_1, y'_2, \dots, y'_{40}$ ，則 $(x'_1)^2+(x'_2)^2+\dots+(x'_{40})^2 < (y'_1)^2+(y'_2)^2+\dots+(y'_{40})^2$
10. 已知數列 $\langle a_n \rangle$ 是等比數列，公比 $r < 0$ ；數列 $\langle b_n \rangle$ 是等差數列。若 $a_1 = b_1 > 0$ ， $a_3 = b_3$ 。試選出一定正確的選項。(1) $a_2 \neq b_2$ (2) $a_5 \neq b_5$
 (3) 若 $a_3 < a_1$ ，則 $b_1 > b_2 > b_3 > \dots > b_k > b_{k+1} \dots$ (k 為正整數)
 (4) 若 $a_3 < a_1$ ，則 $|a_1 - a_3| < |a_2 - a_4|$ (5) 若 $a_3 > a_1$ ，則 $|a_5 - a_3| < |b_5 - b_3|$
11. 已知紅色箱子內有編號 1, 2, 3 號的球各一顆；白色箱子內有編號 1 到 6 號的球各一顆；黃色箱子內有編號 1 到 9 號的球各一顆，且每顆球的大小形狀都相同。玩家只要先付 10 元後，就可以從上述紅、白、黃色箱子內各取一球。若取出的三球號碼都相同，即為「中三星」，可獲得 100 元的獎金；若取出的三球號碼只有兩種不同的號碼，即為「中二星」，可獲得 20 元的獎金；若取出的三球號碼都不同，則沒有獎金。試選出正確的選項。(1) 玩一次，「中三星」的機率為 $\frac{1}{54}$ (2) 玩一次，取到的三球有 1 號、4 號、5 號的機率為 $\frac{1}{162}$ (3) 玩一次，取到的三球只有 1 號、2 號兩種不同號碼的機率為 $\frac{1}{54}$ (4) 玩一次，「中二星」的機率為 $\frac{1}{3}$ (5) 玩一次，損失的期望值不超過 2 元
12. 坐標平面上的圓 $C: (x-h)^2 + (y+k)^2 = 25$ ，若在 x 軸上滿足在圓 C 內部及圓上點的 x 坐標範圍可表示為 $|x-a| \leq b$ ，在 y 軸上滿足在圓 C 內部及圓上點的 y 坐標可以表示為 $|y+c| \leq d$ ，其中 a, b, c, d 皆為實數。設 Ω 為平面上同時滿足 $|x-a| \leq b$ 且 $|y+c| \leq d$ 的點 (x, y) 形成的封閉區域。試選出正確的選項。
 (1) 若 $(h, k) = (3, 4)$ ，則數對 $(b, d) = (4, 3)$ (2) 若 $(h, k) = (3, 4)$ ，則 Ω 面積為 48
 (3) 若 $(h, k) = (3, 4)$ ，則包含 Ω 的最小圓為圓 C (4) 若 $(h, k) = (3.5, 4.5)$ ，則 Ω 面積大於 48
 (5) 若 $(h, k) = (3.5, 4.5)$ ，則包含 Ω 的最小圓為圓 C

三、選填題(占 25 分)

13. 過年期間，柏翰的爸媽提供 5 個外觀相同的紅包讓柏翰以抽獎方式決定壓歲錢數，其中 200 元 3 包、1000 元 1 包、2000 元 1 包。抽獎的規則如下：「每次抽一包，若第一次抽到非 200 元的紅包，那麼抽一次就停止，這一次的紅包金額即為壓歲錢數；若第一次抽到 200 元的紅包，則第一次不放回並再抽第二次，這兩次的紅包金額總和即為「壓歲錢數」。則柏翰今年壓歲錢數的期望值為_____元。

14. 街道圖如圖(1)，各小方格為邊長 4 公分的正方形。由 A 點走到 B 點，只准向右、向上或向下走，且道路不重複經過。若由 A 點到 B 點之任一條路徑被選擇的機會相等，則路徑長的期望值為_____公分。



圖(1)

15. 「裁剪平均值」是統計學上將數據中最高及最低的資料剔除後再計算出算術平均值的一種方法。某次比賽共有 10 個裁判給分，計算得算術平均數為 84 分、標準差 8 分；使用「裁剪」方式計算時，剔除最高分 90 分及最低分 70 分後，則剩下 8 位裁判的標準差為_____分。
16. 圓內接四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 7$ 、 $\overline{AC} = 8$ 且 $\triangle DBC$ 為直角三角形，則 $\overline{DA} =$ _____。(化為最簡分數)
17. 直角 $\triangle ABC$ ， $\angle ABC = 90^\circ$ ， $\cos A = \frac{7}{8}$ ， D 一點在斜邊 \overline{AC} 上， $\overline{AD} = 6$ ， $\cos \angle ABD = \frac{11}{16}$ ，則 \overline{AC} 的長度為_____。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

坐標平面上，直線 $L: x - 2y = 9$ 。今以點 $A(4, 5)$ 為圓心，半徑為 r 畫圓 Γ 。已知圓 Γ 和直線 L 交於 B 、 C 兩點， B 點在 C 點的左下方，且 $\overline{BC} = 10$ 。若 P 點在圓 Γ 上， $\overline{PB} > \overline{PC}$ ， $\triangle PBC$ 的面積為 $25\sqrt{5}$ 。根據上述條件，試回答下列問題。

18. 試問 A 點到直線 L 的距離為何？(單選題，3 分)

- (1) $\frac{3}{\sqrt{5}}$ (2) $\frac{9}{\sqrt{5}}$ (3) $\frac{12}{\sqrt{5}}$ (4) $\frac{15}{\sqrt{5}}$ (5) $\frac{18}{\sqrt{5}}$

19. 試求 $\overline{PB} \times \overline{PC}$ 之值。(非選擇題，6 分)

20. 試求 P 點坐標。(非選擇題，6 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.6990} \approx 5$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RA2100 全國公私立高中 114 學年度第二次學測模擬考(南一)

參考答案

選擇題：1.(3) 2.(4) 3.(3) 4.(1) 5.(5) 6.(2) 7.(2)(4) 8.(1)(3) 9.(2)(3)(4)

10.(1)(3)(5) 11.(1)(4)(5) 12.(2)(3)

選填題：13.1230 14.21 15. $5\sqrt{2}$ 16. $\frac{11\sqrt{3}}{3}$ 17. $\frac{64}{7}$

混合題：18.(4) 19. $50\sqrt{14}$ 20. $P(2+2\sqrt{10}, 9+\sqrt{10})$