

北北基高級中等學校 114 學年度學測模擬考(114-E2)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 實驗室近期發現一種繁殖迅速的細菌，每日的數量都以 57% 的增加幅度成長。已知研究人員於 8 月 1 日放入約 1000 隻的細菌到培養皿內培養，持續觀察細菌的數量直到 8 月 31 日(30 日後)，設最後培養皿內的細菌總數量為 x 隻，請問 x 的範圍為何？

- (1) $10^5 < x < 10^6$ (2) $10^6 < x < 10^7$ (3) $10^7 < x < 10^8$
 (4) $10^8 < x < 10^9$ (5) $10^9 < x < 10^{10}$

2. 已知 $\sqrt{23+8\sqrt{7}} = a+b$ ，其中 a 為正整數， $0 < b < 1$ ，請問 $\frac{3}{a+3b} = ?$

- (1) $4+\sqrt{7}$ (2) $8+2\sqrt{7}$ (3) 7 (4) $\sqrt{7}$ (5) $\frac{\sqrt{7}}{7}$

3. 設三次實係數多項式函數 $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ ，已知 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸相交於 $P(-1,0)$ 、 $Q(2,0)$ 兩點，且 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 M ，又直線 PM 與 $y = f(x)$ 另相交於 R 點，直線 QM 與 $y = f(x)$ 另相交於 S 點，請問 ΔMRS 的面積為何？

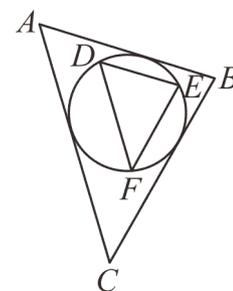
- (1) 2 (2) $\frac{5}{2}$ (3) 3 (4) 3 (5) 4

4. 設 a 、 b 、 c 均為正整數，且 $1 < a < b < c < 9$ ，若 $\frac{a}{5}$ ， $\frac{b}{10}$ ， $\frac{c}{15}$ 三數成等比，則公比為何？ (1) 2 (2) 1 (3) 0.5 (4) 0.25 (5) 0.125

5. 家政老師要將甲、乙、丙、丁、戊、己、庚、辛等 8 位學生平分成 4 組，每組 2 人進行料理比賽，基於秩序考量，甲同學不可以跟乙同學同組，且乙同學也不可以跟丙同學同組，還有丙同學也不可以跟丁同學同組，請問老師有多少種分組方法？

- (1) 54 種 (2) 63 種 (3) 76 種 (4) 82 種 (5) 95 種

6. 如右圖， ΔABC 與 ΔDEF 為相似三角形($\Delta ABC \sim \Delta DEF$)，圖中的圓為 ΔABC 的內切圓，同時也是 ΔDEF 的外接圓。



若 ΔABC 的三邊長長度分別為 $\overline{AB} = 5$ 、 $\overline{BC} = 6$ 、 $\overline{AC} = 7$ ，

試求 ΔDEF 三邊中最長的邊長長度為何？

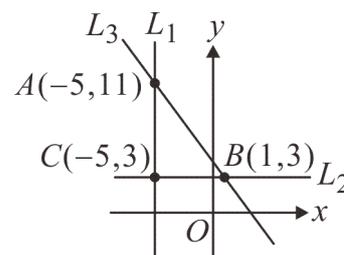
- (1) $\frac{7}{2}$ (2) $\frac{10}{3}$ (3) $\frac{15}{4}$ (4) $\frac{16}{5}$ (5) $\frac{25}{6}$

二、多選題(占 25 分)

7. 試選出在數線上與點 $\sqrt{120}$ 的距離大於 8，但與點 $\sqrt{5}$ 的距離小於 1 的點。

- (1) 點 $10^{\log 2}$ (2) 點 $\left(\frac{1}{3}\right)^{-1}$ (3) 點 100000^0 (4) 點 $\frac{1}{2-\sqrt{3}}$ (5) 點 $\pi - 1$

8. 右圖中，坐標平面上 L_1 、 L_2 、 L_3 三條直線圍成一個 ΔABC ，若此 ΔABC 的外接圓圓心為 O_1 ，內切圓圓心為 O_2 ，試選出正確的選項。(1) 直線 L_3 的斜率為 $-\frac{4}{3}$ (2) 滿足 ΔABC 內部



(包含邊界)的聯立不等式為
$$\begin{cases} x+5 \geq 0 \\ y-3 \geq 0 \\ 4x+3y-13 \geq 0 \end{cases} \quad (3) \triangle ABC \text{ 的外接圓方程式為}$$

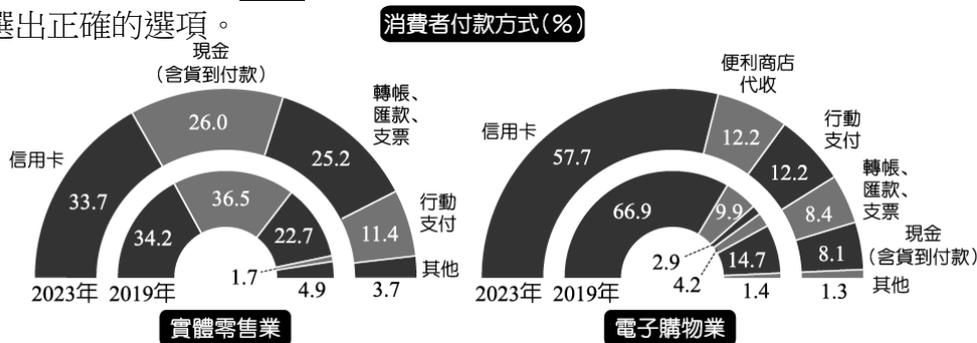
$(x+2)^2 + (y-7)^2 = 25$ (4) $\triangle ABC$ 的外接圓面積為內切圓面積的 $\frac{5}{2}$ 倍

(5) 過 O_1 、 O_2 的直線方程式為 $y = 2x + 10$

9. 已知兩實係數多項式函數 $f(x) = -x^2 - 4x + 2$ 與 $g(x) = x^3 + bx^2 + cx + d$ ，若 $y = f(x)$ 圖形的頂點坐標與 $y = g(x)$ 的對稱中心相同，且 $y = g(x)$ 圖形通過原點，試選出正確的選項。
- (1) $y = f(x)$ 圖形的頂點坐標為 $(-2, 6)$ (2) 不等式 $f(x) < 0$ 的解為 $-2 - \sqrt{6} < x < -2 + \sqrt{6}$ (3) $b + c + d = 11$ (4) $y = g(x)$ 在 $x = -2$ 附近的局部特徵(一次近似)近似於直線 $y = 5x$ (5) 方程式 $g(x) = 0$ 有 3 個整數解

10. 已知 $ABCDEF$ 為正六邊形，其中 A 點坐標為 $(0, 0)$ ， B 點坐標為 $(1, 0)$ ， C 點在第一象限，試選出正確的選項。
- (1) C 點坐標為 $(\frac{1}{2}, \frac{\sqrt{3}}{2})$ (2) 此正六邊形對角線長為 $\sqrt{3}$ 的有 12 條 (3) 在此正六邊形的六個頂點中隨機選取相異兩點，連接兩點所得線段長為 2 的機率為 $\frac{1}{5}$ (4) $\triangle ACE$ 的面積為 $\frac{3}{4}\sqrt{3}$ (5) 在此正六邊形的六個頂點中隨機選取相異三點，連接三點所得三角形面積的期望值為 $\frac{9}{10}\sqrt{3}$

11. 根據經濟部統計處西元 2024 年公布的「當前經濟情勢概況」的資料顯示，在實體零售業與電子購物業中，臺灣消費者付款方式(單位：%)如下。試選出正確的選項。



資料來源：經濟部統計處「批發、零售及餐飲業經營實況調查」

- (1) 2023年，不論在實體零售業或電子購物業，臺灣消費者使用「信用卡」付款方式的比率最高 (2) 2023年，在實體零售業或電子購物業中，臺灣消費者使用「信用卡」付款方式的比率約為 45.7% (3) 比較 2019 年與 2023 年的電子購物業中，臺灣消費者的付款方式，使用「現金 (含貨到付款)」的衰退幅度大於使用「信用卡」，其中

衰退幅度 =
$$\frac{2023\text{年付款方式}(\%) - 2019\text{年付款方式}(\%)}{2019\text{年付款方式}(\%)}$$
 (4) 從 2019 年到 2023 年的實體

零售業中，臺灣消費者使用「行動支付」付款方式的年平均成長率為
$$\left(\sqrt[4]{\frac{11.4}{1.7}} - 1 \right) \times 100\%$$

- (5) 假設在實體零售業中，臺灣消費者使用「行動支付」的付款方式，從 2019 年開始每年的成長率均相同，則到 2027 年時，使用「行動支付」的付款方式將會超過七成

三、選填題(占 30 分)

12. 設 $f(x)$ 為實係數多項式，且 $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 5， $f(-1) = -5$ 。若 $f(x)$ 除以 $x^2 - 1$ 的餘式為 $ax + b$ ，則數對 $(a, b) = \underline{\hspace{2cm}}$ 。
13. 由 4 個正整數組成一組數據 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 ，其平均數與中位數皆為 2，則此組數據的標準差最大可能值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
14. 「菌落」是指單個細菌菌體或孢子在固體培養基上生長繁殖後，所形成肉眼可見的一團細菌群落。依細菌種類不同，菌落表面及邊緣亦有不同的型態。經研究顯示，喝過的瓶裝水存放 5 天後，菌落數由一開始每毫升約有 730 個，激增至每毫升 11,600 個。假設該瓶裝水的菌落數每日皆變成前一天的 k 倍，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(四捨五入至小數點後第二位)
15. 已知 a 為 $x^2 - 4x + 1 = 0$ 的一個實數解，試求 $2a^4 - 9a^3 + 9a^2 - 12a - 3 + \frac{4}{a^2 + 1}$ 的值為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。
16. 設坐標平面上 $A(-1, 1)$ 、 $B(0, a)$ 兩點，若直線 AB 關於 $y = a$ 對稱的直線 L 與圓 $C : (x-3)^2 + y^2 = 1$ 有交點，則實數 a 的取值範圍是 $a \in \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)
17. 設 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對邊邊長分別為 a 、 b 、 c ，已知 $b^2 = ac$ 。若點 D 在 \overline{AC} 邊上，且滿足 $\overline{BD} = \overline{AC}$ 、 $\overline{AD} = 3\overline{CD}$ ，試求 $\cos \angle ABC = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

王先生參加一個 4 天 3 夜的度假活動，旅行社提供 3 間不同的單人小木屋 A 、 B 、 C 供住宿，參加旅客必須每天在不同的小木屋留宿。例如：王先生「第 1 天住 A 房、第 2 天住 B 房、第 3 天住 C 房」與「第 1 天住 A 房、第 2 天住 C 房、第 3 天住 B 房」視為不同的安排。試回答下列問題。

18. 試問王先生這 3 夜住宿順序的安排方式有幾種？(單選題，3 分)
(1) 3 種 (2) 4 種 (3) 6 種 (4) 9 種 (5) 12 種
19. 若王先生這 3 夜的住宿安排順序為「第 1 天住 A 房、第 2 天住 B 房、第 3 天住 C 房」，好朋友丁小姐和呂先生也對該行程有興趣，但兩人不得選擇王先生已選定的小木屋留宿，每人每晚均在不同的小木屋住宿，且每間小木屋每晚只能供 1 人住宿。則丁小姐和呂先生這 3 夜的住宿順序有幾種安排的方式？(非選擇題，4 分)
20. 結束旅程後，3 人對此行程非常滿意，決定再次參加此 4 天 3 夜的度假活動，若此次旅行社共安排 4 間不同的單人小木屋 D 、 E 、 F 、 G 供 3 人住宿，每人每晚均在不同的小木屋住宿，且每間小木屋每晚只能供 1 人住宿。此次 3 人一起進行 3 夜的住宿規劃，則 3 人的 3 夜住宿順序有幾種安排的方式？(非選擇題，8 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.6990} \approx 5$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ 。

RA2101 北北基高級中等學校 114 學年度學測模擬考(114-E2)

參考答案

選擇題：1.(4) 2.(5) 3.(3) 4.(2) 5.(2) 6.(4) 7.(1)(5) 8.(1)(3) 9.(1)(3)(5)

10.(3)(4) 11.(1)(3)(4)(5)

選填題：12. (5,0) 13. 1 14. 1.74 15. -2 16. $\left[1, \frac{7}{3}\right]$ 17. $\frac{13}{24}$

混合題：18.(3) 19. 2 種 20. 1056 種