

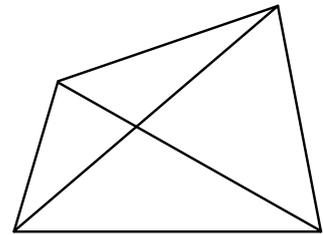


第二次聯合模擬考

第壹部分：選擇題(佔 65 分)

一、 單選題(占 30 分)

- 1.() 蟋蟀是會隨著周遭溫度改變體溫的變溫動物，當溫度升高時，蟋蟀翅膀的摩擦速度會變快，所以固定時間內的鳴叫次數也會增加。科學家發現將蟋蟀 13.5 秒內鳴叫的次數，加上 41 所得的數字，就是目前的華氏溫度，即 $f(t)=13.5t+41$ ，其中 t 為蟋蟀每秒鳴叫的次數， $f(t)$ 為目前的華氏溫度。例如： $t=2$ 時， $f(2)=13.5 \times 2+41=68$ ，即當蟋蟀每秒鳴叫 2 次時的華氏溫度為 68 度。若另有一個函數 $g(t)=at+b$ ，其中 t 為蟋蟀每秒鳴叫的次數， $g(t)$ 為目前的攝氏溫度。請問 $a+b$ 之值為下列哪一個選項？(已知攝氏溫度=(華氏溫度 -32) $\times\frac{5}{9}$) (1) 12.5 (2) 13.5 (3) 14.5 (4) 15.5 (5) 16.5
- 2.() 設 $f(x)=x^4-22x^2+36x+40$ ，且 $f(3-i)=0$ ，請問滿足 $f(x)<0$ 的整數解有幾個？(1) 3 個 (2) 4 個 (3) 5 個 (4) 6 個 (5) 7 個
- 3.() 若 $a+\log_3 5$ 、 $a+\log_9 5$ 、 $a+\log_{27} 5$ 三數成等比，則公比為下列哪一選項？(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{3}$ (3) 1 (4) 2 (5) 3
- 4.() 若 $S_n=1+(1+2)+(1+2+2^2)+\dots+(1+2+\dots+2^{n-1})$ 。則 S_{10} 之值為下列哪一選項？(1) 4073 (2) 4077 (3) 4080 (4) 4083 (5) 4086
- 5.() 使用 3 種不同的顏色塗圖(1)，每區域只能塗一色，規定相鄰區塊必須異色，且 3 種顏色都必須使用。求所有塗色的方法數有幾種？(1) 6 (2) 12 (3) 18 (4) 24 (5) 27



圖(1)

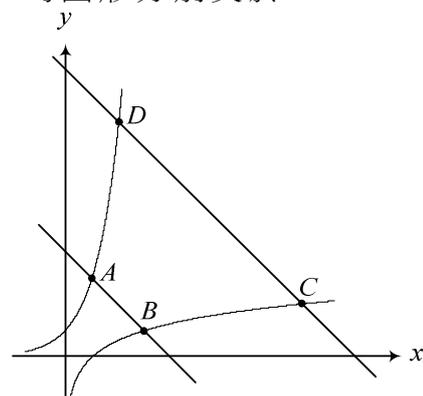
- 6.() 已知有一組二維數據 (x_i, y_i) ， $i=1,2,\dots,n$ 。滿足 $\mu_x=12$ ， $\mu_y=8$ ， $\sigma_x=3$ ， $\sigma_y=5$ 。若此二維數據的迴歸直線方程式為 $y-\mu_y=m(x-\mu_x)$ ，則斜率 m 的範圍為下列哪一選項？(1) $-1 \leq m \leq 1$ (2) $-3 \leq m \leq 3$ (3) $-5 \leq m \leq 5$ (4) $-\frac{3}{5} \leq m \leq \frac{3}{5}$ (5) $-\frac{5}{3} \leq m \leq \frac{5}{3}$

二、 多選題(占 35 分)

- 7.() 設 a, b, c, d, e 皆為正整數，多項式 $f(x)=x^3+ax^2+bx+26$ ， $g(x)=x^4+cx^3+dx^2+ex+65$ 。若 α, β 為兩相異整數，滿足 $f(\alpha)=f(\beta)=g(\alpha)=g(\beta)=0$ 。請選出正確的選項。(1) $f(x)=0$ 恰有 3 個整數解 (2) $g(x)=0$ 恰有 2 個整數解 (3) $g(x)=0$ 恰有 4 個整數解 (4) $\alpha+\beta=-14$ (5) $a=16$

8.() 如圖(2)，四個函數 $y=3^x$ ， $y=\log_3 x$ ， $y=4-x$ ， $y=11-x$ 的圖形分別交於 A ， B ， C ， D 四點。請選出正確的選項。

- (1) 四邊形 $ABCD$ 是等腰梯形
 (2) 四邊形 $ABCD$ 恰有一條對稱軸 $x+y=0$
 (3) 四邊形 $ABCD$ 的周長為 $9\sqrt{2}+12$
 (4) 四邊形 $ABCD$ 的面積為 $\frac{63}{2}$
 (5) 若 m_{AB} 表示 A ， B 兩點的斜率，則 $m_{AD} \times m_{BC} = 1$



圖(2)

9.() 將 8 個不同的獎品，依下列各種情況分配：

- 第一種情形：平分成四堆，共有 a 種分配方法。
 第二種情形：平分給甲、乙、丙、丁四人，共有 b 種分配方法。
 第三種情形：依 4 個、2 個、2 個分成三堆，共有 c 種分配方法。
 第四種情形：依甲分到 4 個，乙、丙二人各分得 2 個，共有 d 種分配方法。
 第五種情形：分給甲、乙、丙三人，只知道其中一人得 4 個，另二人各得 2 個，共有 e 種分配方法。

請選出正確的選項。

- (1) $a=630$ (2) $b=23a$ (3) $c=210$ (4) $d=2c$ (5) $e=3c$

10.() 有 4 張紅色紙牌，6 張白色紙牌，任意疊成一堆。今從上到下逐一取牌設取到第 k 張牌時恰為第 4 張紅色牌的機率為 P_k 。請選出正確的選項。

- (1) $P_3=0$ (2) $P_4=\frac{1}{210}$ (3) $P_{10}=\frac{2}{5}$ (4) $\sum_{k=4}^7 P_k = \frac{1}{3}$ (5) $\sum_{k=1}^{10} P_k = 1$

11.() 設 A 、 B 為樣本空間 S 中的事件， A' 、 B' 為餘事件，且 $P(A)=\frac{1}{3}$ ， $P(A \cup B)=\frac{3}{4}$ 。請選出正確的選項。

- (1) 若 A 、 B 為獨立事件，則 $P(B)=\frac{5}{12}$ (2) 若 A 、 B 為獨立事件，則 $P(A|B)=\frac{1}{3}$
 (3) 若 A 、 B 為獨立事件，則 $P(B|A)=\frac{5}{8}$ (4) 若 A 、 B 為互斥事件，則 $P(B)=\frac{5}{12}$
 (5) 若 A 、 B 為互斥事件，則 $P(B'|A)=1$

12.() 表(1)是小靜在 8 年級至 12 年級間，每學年數學成績與英文成績的成績統計：請根據這張表選出正確的選項。

- (1) 兩變量 X 、 Y 的相關係數為 $-\frac{\sqrt{10}}{4}$
 (2) 將兩變量 X 、 Y 標準化後得到新的變量 X' 、 Y' ，則 X' 、 Y' 的相關係數比 X 、 Y 的相關係數大
 (3) Y 、 Z 的相關係數與 Z 、 Y 的相關係數相同
 (4) 兩變量 Y 、 Z 為負相關
 (5) 由表(1)可知小靜的數學學習一直在退步

表(1)

年級(X)	數學成績(Y)	英文成績(Z)
8	85	93
9	80	93
10	79	84
11	77	80
12	79	82

13.() 關於下列各實數數列。請選出正確的選項。

(1) 數列 $\langle a_n \rangle$ 之前 n 項的和 $S_n = a_1 + a_2 + \cdots + a_n = 3n^2 - 5$ ，則 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列

(2) 數列 $\langle b_n \rangle$ 之前 n 項的和 $S_n = b_1 + b_2 + \cdots + b_n = n^2 + 2n$ ，則 $\langle b_n \rangle$ 為等差數列

(3) 數列 $\langle c_n \rangle$ 滿足 $c_1 = \sqrt{2}$ 且 $c_{n+1} = 2^n \cdot c_n$ ， n 為正整數，則 $c_n = 2^{\frac{n^2-n+1}{2}}$

(4) 數列 $\langle d_n \rangle$ 滿足 $d_1 = 3$ 且 $d_{n+1} = d_n + (3n+2)$ ， n 為正整數，則 $d_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{1}{2}n + 1$

(5) 數列 $\langle e_n \rangle$ 滿足 $e_1 = 3$ 且 $e_{n+1} = \frac{1}{2}e_n + 3$ ， n 為正整數，則 $e_n = 4 - \frac{1}{2^{n-1}}$

第貳部分：選填題(占 35 分)

A. 在數線上有四個點 $A(11)$ 、 $B(12)$ 、 $C(90)$ 、 $D(91)$ ，若點 $P(x)$ 到 A 、 B 兩點的距離和與點 $P(x)$ 到 C 、 D 兩點的距離和相等，即 $|x-11|+|x-12|=|x-90|+|x-91|$ ，則 x 之值為_____。

B. 已知 $x = \sqrt{2} + 1$ ，則 $\log_{\frac{1}{4}}(x^4 - x^3 - 2x^2 - 3x + 7)$ 之值為_____。(化為最簡分數)

C. 小冠買了一台最大只能計算到 50 位數的計算機。一日小冠閒來無事，用計算機去算 6 的 n 次連乘積，即 6^n 的值， n 為正整數。在計算機能計算的前提下(即 $6^n < 10^{50}$)，求 n 的最大值為_____。

D. 已知 a 為實數，高斯符號 $[a]$ 表示不大於 a 的最大整數，例如： $[2.3]=2$ ， $[4]=4$ 。則 $\sum_{k=1}^{105} [\sqrt{k}] =$ _____。

E. NBA 總冠軍戰採 7 戰 4 勝制(先獲得 4 場勝利者，即為總冠軍)。今有詹詹隊與柯柯隊爭奪總冠軍。已知兩隊實力相當，且前一戰勝負，不會影響下一戰的勝負。若比賽到第 7 戰才產生總冠軍隊，小亞猜測兩隊在前 4 戰的戰績各為 2 勝 2 敗，請問小亞猜對的機率為_____。(化為最簡分數)

F. 已知 a 、 b 、 c 為實數且這 3 個數的算數平均數為 μ ，標準差為 σ 。若加入 11、13、13、19 這 4 個數之後， a 、 b 、 c 、11、13、13、19 這 7 個數的算術平均數亦為 μ ，標準差亦為 σ ，則 $\mu + \sigma =$ _____。

G. 已知 $a_1, a_2, a_3 \in \{0, 1, 2, \dots, 9\}$ ，且 $a_1 \neq 0$ ，設 $a_1 a_2 a_3$ 為一個三位數，我們可以定義這個三位數 $a_1 a_2 a_3$ 的長度為 $\|a_1 a_2 a_3\| = |a_1 - a_2| + |a_2 - a_3|$ ，例如：385 的長度為 $\|385\| = |3 - 8| + |8 - 5| = 8$ ，則滿足 $\|a_1 a_2 a_3\| = 2$ 的三位數共有_____個。

RA267 全國公私立高級中學 105 學年度學科能力測驗第二次
聯合模擬考 參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(1) 2.(3) 3.(2) 4.(4) 5.(2) 6.(5) 7.(1)(4)(5) 8.(1)(4)(5)
9. (2)(3)(4) 10.(1)(2)(3)(5) 11.(2)(3)(4)(5) 12.(1)(3) 13.(2)(3)(4)

第貳部分：選填題

- A. 51 B. $-\frac{3}{2}$ C. 64 D. 675 E. $\frac{3}{5}$ F. 17 G. 62