

臺中一中 105 學年度學科能力測驗模擬試題數學科



RA269

第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 25 分）

說明：第 1 題至第 5 題，每題有 5 個選項，其中只有一個是正確或最適當的選項，請畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題答對者，得 5 分；答錯、未作答或畫記多於一個選項者，該題以零分計算。

- 滿足方程式 $|x-2|+|x-3|+|x-4|=6$ 的實數解有幾個？
 (1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 超過 3 個
- 當 (x, y) 在直線 $2x+y=3$ 上變動時，若 $K=4^x+2^y$ ，則 K 的最小值最接近下列哪一個整數？
 (1) 3 (2) 4 (3) 5 (4) 6 (5) 7
- 方程式 $9^x=1000 \cdot 4^x$ 在下列哪兩個連續整數間有實數解？
 (1) 6 和 7 之間 (2) 7 和 8 之間 (3) 8 和 9 之間
 (4) 9 和 10 之間 (5) 10 和 11 之間
- 表(1)為常用對數表 $\log_{10} N$ 的一部分：

表(1)

N	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	0000	0043	0086	0128	0170	0212	0253	0294	0334	0374
11	0414	0453	0492	0531	0569	0607	0645	0682	0719	0755
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
20	3010	3032	3054	3075	3096	3118	3139	3160	3181	3201
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30	4771	4786	4800	4814	4829	4843	4857	4871	4886	4900

請問 $10^{4.304}$ 的值最接近下列哪一個選項？

- (1) 13405 (2) 20137 (3) 25103 (4) 32156 (5) 33589
- 設 k 為實數，若二次函數 $y=kx^2+3x+k-1$ 的圖形恆在直線 $y=x-3$ 的下方，則 k 值的最大可能範圍為何？
 (1) $k < 0$ (2) $k > -1+\sqrt{2}$ (3) $k < -1-\sqrt{2}$
 (4) $-1-\sqrt{2} < k < 0$ (5) $k < -1-\sqrt{2}$ 或 $k > -1+\sqrt{2}$

二、多選題（占 35 分）

說明：第 6 題至第 12 題，每題有 5 個選項，其中至少有一個是正確的選項，請將正確選項畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」。各題之選項獨立判定，所有選項均答對者，得 5 分；答錯 1 個選項者，得 3 分；答錯 2 個選項者，得 1 分；答錯多於 2 個選項或所有選項均未作答者，該題以零分計算。

6. $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + d$ ，其中 a, b, c, d 是整數且 $f(1+i) = 0$ ，下列敘述哪些是正確的？
- (1) $f(1-i) = 0$
 - (2) 若 $f(x) = 0$ 有一有理根 α ，則此有理根 α 必為整數
 - (3) 若 $f(1) = f(2) = 0$ ，則對所有實數 x ， $f(x)$ 恆大於或等於 0
 - (4) 若 $f(1) = 18$ ， $f(2) = -6$ ，則 $f(x) = 0$ 必有兩相異實根
 - (5) 若 $f(1) = 18$ ， $f(2) = -6$ ，則 $f(0) > 0$
7. 將正偶數以括號分群如下， (2) ， $(4, 6)$ ， $(8, 10, 12)$ ， $(14, 16, 18, 20)$ ， \dots ， (a_n, \dots, b_n) ，第 n 群第 1 個數為 a_n ，最後 1 個數為 b_n ，且第 n 群數字總和為 S_n ，則下列敘述哪些是正確的？
- (1) $a_{10} = 92$
 - (2) $b_{10} = 110$
 - (3) $a_{15} = 210$
 - (4) $b_{15} = 240$
 - (5) $S_{15} = 3375$
8. 有一組二維數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, n$ 。已知 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = 2x + 3$ ，且 x 的標準差 $\sigma_x = 5$ ， y 的標準差 $\sigma_y = 12$ 。另有一組二維數據 (u_i, v_i) ，滿足 $u_i = \frac{x_i - \mu_x}{\sigma_x}$ ， $v_i = \frac{y_i - \mu_y}{\sigma_y}$ ， $i = 1, 2, \dots, n$ ，其中 μ_x 為 x 的算術平均數， μ_y 為 y 的算術平均數。若 x 與 y 的相關係數為 r_{xy} ， u 與 v 的相關係數為 r_{uv} ，則下列選項哪些是正確的？
- (1) $0.7 < r_{xy} < 0.9$
 - (2) $r_{xy} = r_{uv}$
 - (3) $\mu_y = 2 \cdot \mu_x + 3$
 - (4) 令 σ_u 為 u 的標準差， σ_v 為 v 的標準差，則 $\sigma_u < \sigma_v$
 - (5) v 對 u 的迴歸直線方程式為 $v = \frac{5}{6}u$
9. 已知正實數 a_1, a_2, a_3, a_4 成等比且滿足 $1 < a_1 < 2$ 及 $a_3 = \frac{1}{4}$ ，定義 $b_n = \log_2 a_n$ ，則下列選項哪些是正確的？
- (1) b_1, b_2, b_3, b_4 成等差
 - (2) $b_1 > b_2$
 - (3) $b_2 < -1$
 - (4) $b_4 > -\frac{7}{2}$
 - (5) $b_2 + b_4 = -4$
10. 某種細胞開始時有 2 個，一小時後共分裂成 4 個並死去 1 個，再過一小時後共分裂成 6 個並死去 1 個，再過一小時後，共分裂成 10 個並死去 1 個，按此規律進行下去，設 n 小時後細胞的存活數為 a_n ，則下列選項哪些是正確的？
- (1) $2^{19} < a_{20} < 2^{20}$
 - (2) $2^{20} < a_{20} < 2^{21}$
 - (3) $2^{20} < a_{21} < 2^{21}$
 - (4) $2^{21} < a_{21} < 2^{22}$
 - (5) $\frac{a_{21} + 1}{a_{20} + 1} = 2$

11. 設數列 $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列，其中 $S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \cdots + a_n$ ，已知 $a_3 = 13$ ， $S_{18} > 0$ 且 $S_{19} < 0$ ，則下列敘述哪些正確？
- (1) 公差可能為 $-\frac{12}{7}$ (2) 公差可能為 $-\frac{67}{35}$
- (3) $S_7 > S_8$ (4) $S_9 > S_{10}$ (5) $\frac{S_{13}}{a_{13}} < \frac{S_{14}}{a_{14}}$
12. 設 $f(x)$ 是實係數 3 次多項式， $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 餘式為 5， $f(x)$ 除以 $(x-2)$ 餘式為 -6， $f(x)$ 除以 $(x-3)$ 餘式為 8，令
- $$g(x) = \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)} \cdot 8 + \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} \cdot (-6) + \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} \cdot 5$$
- ，且 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $r(x)$ ，下列敘述哪些正確？
- (1) $r(4) = g(4)$ (2) 方程式 $f(x) = g(x)$ 恰有三相異實根
- (3) 方程式 $f(x) = x$ 恰有三相異實根
- (4) 若 $f(x) = 10x^3 + ax^2 + bx + c$ ，則 $f(4) = 107$ (5) $f(6) < f(7)$

第貳部分：選填題（占 40 分）

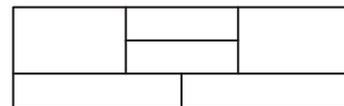
說明：1. 第 A 至 H 題，將答案畫記在答案卡之「選擇（填）題答案區」所標示的列號 (13-38)。

2. 每題完全答對得 5 分，答錯不倒扣，未完全答對不給分。

- A. 設實數 x, y 滿足 $19^x = 8$ ， $152^y = 16$ ，則 $\frac{3y-4x}{xy}$ 的值 = _____。
- B. 小明說真話的機率為 $\frac{9}{10}$ ，小英說真話的機率只有 $\frac{1}{2}$ ，今有一袋內裝 4 紅球、8 綠球。現自此袋中任取一球，如果小明、小英二人均說紅球，那麼此球確實為紅球之機率為 _____。(化為最簡分數)
- C. x^8 除以 $(x-1)^3$ 的餘式為 $g(x)$ ， $g(x)$ 除以 $7x^2 - 15x + 1$ 的餘式為 $r(x)$ ，則 $r(x) =$ _____。
- D. 有紅、黃、白 3 種顏色的卡片，每種顏色各有 5 張，均分別寫有 A、B、C、D、E 等字母。從這 15 張卡片中任選 4 張，則這 4 張卡片的字母皆不同且紅、黃、白三種顏色皆有的機率為 _____。(化為最簡分數)

E. 從 1、2、3、4、5、6、7 這七個數字中選出四個排成四位數，數字不許重複，則這些四位數中，3 的倍數有 _____ 個。

F. 一城市造了一個花圃，花圃分成 6 個部分，如圖(1)所示，每一部分只能栽種一種顏色的花，且相鄰部分不能栽種同樣顏色的花，這塊花圃的 6 個部分都要種滿花，現在有 5 種顏色的花可供選擇，則共有 _____ 種不同的栽種方式。



圖(1)

G. 設多項式 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ ，其中 a, b, c 是實數且滿足 $xf(x-1)=(x-3)f(x)$ ，則 $f(5)=$ _____。

H. 設某銀行存款的年利率為 5%，小維每年存入 1 萬元，若以複利計算、每年複利一次，且他從不提款，則 40 年後在他存入第 41 次的前一刻，依四捨五入法取到萬位，他銀行的錢約有 _____ 萬元。

x	1.04	1.05	7.03	7.04	7.05	7.06
$\log x$	0.0170	0.0212	0.8470	0.8476	0.8482	0.8488

RA269 (臺中一中 105 學年度學科能力測驗模擬試題)

選擇題：1. (3) 2. (4) 3. (3) 4. (2) 5. (3) 6. (1)(2)(4)(5) 7. (1)(2)(4) 8. (1)(2)(3)(5)
9. (1)(2)(4)(5) 10. (2)(4) 11. (2)(4)(5) 12. (1)(2)(3)(4)

選填題：A. -3 B. $\frac{9}{11}$ C. $12x+17$ D. $\frac{12}{91}$ E. 264 F. 1200 G. 120 H. 127