

106 學年度臺中一中第一次校內複習考



RA275

第壹部分：選擇題(占 55 分)

一、 單選題(占 25 分)

1. 設 n 為大於 1 的正整數，若 $f(n) = \log_n(2.5n)$ ，則下列哪一個選項的值最大？
 (1) $f(2016)$ (2) $f(2017)$ (3) $f(2018)$ (4) $f(2019)$ (5) $f(2020)$
2. 已知以下各選項資料的 y 對 x 之迴歸直線（最適合直線）皆相同且皆為負相關，請選出相關係數最大的選項。
 (1) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 4 & 7 & 13 \\ \hline y & 12 & 8 & 4 \end{array}$ (2) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 4 & 7 & 13 \\ \hline y & 14 & 5 & 5 \end{array}$ (3) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 4 & 7 & 13 \\ \hline y & 10 & 11 & 3 \end{array}$
 (4) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 4 & 7 & 13 \\ \hline y & 8 & 14 & 2 \end{array}$ (5) $\begin{array}{c|c|c|c} x & 4 & 7 & 13 \\ \hline y & 6 & 17 & 1 \end{array}$
3. 有一箱子中裝有編號為 1、2、3、4、5、6 且大小相同的 6 顆球，從箱子中一次取出 2 顆球，記下號碼後並放回箱子中。如果兩球號碼之乘積為 4 的倍數，則獲得獎品。若有 3 個人參與此遊戲，且每個人只取一次，則恰好有 2 人獲得獎品的機率為 p 。關於 p 值的範圍，試選出正確的選項。
 (1) $0.22 \leq p < 0.33$ (2) $0.33 \leq p < 0.44$ (3) $0.44 \leq p < 0.55$
 (4) $0.55 \leq p < 0.66$ (5) $0.66 \leq p < 0.77$
4. 今有四正整數 a, b, c, d ，若 a, b, c 成等比數列， b, c, d 成等差數列，且 $a + d = 32$ ， $b + c = 24$ ，請問此四數乘積 $abcd$ 為下列哪一個選項之值。
 (1) 6480 (2) 6280 (3) 6080 (4) 5880 (5) 5680
5. 現有 6 萬元要存入銀行，按日依複利計息，可分三天或四天存入如表 (1)，則哪一個方案在第 10 天的本利和是最少的？（所有方案的日利率均相同且為正數）
 (1) 甲 (2) 乙 (3) 丙
 (4) 丁 (5) 戊

存入金額	第一天	第二天	第三天	第四天
甲方案	1 萬元	2 萬元	3 萬元	
乙方案	3 萬元	2 萬元	1 萬元	
丙方案	2 萬元	2 萬元	2 萬元	
丁方案	1 萬元	1 萬元	2 萬元	2 萬元
戊方案	2 萬元	2 萬元	1 萬元	1 萬元

表(1)

二、 多選題(占 30 分)

6. 設多項式 $f(x) = (x^2 - 2x)^{100}$ ，下列哪些選項的敘述正確？
 (1) $f(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 1 (2) $f(x)$ 除以 $(x-1)^2$ 的餘式為 1
 (3) $f(x)$ 除以 $(x-1)^3$ 的餘式為 x (4) $f(x)$ 除以 $(x-1)^4$ 的餘式為 $1-100(x-1)^2$
 (5) $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 3^{100}

7. 袋子中有紅球 8 個、白球 4 個，每球被取到的機會均等。今逐次取出一球，直到取完為止，取後不放回，則下列敘述哪些正確？

(1) 第二次取到紅球之機率為 $\frac{2}{3}$ (2) 第三次取到白球之機率為 $\frac{1}{3}$

(3) 白球先取完的機率為 $\frac{1}{3}$ (4) 紅球先取完的機率為 $\frac{2}{3}$

(5) 在第四次時，取到第二個白球之機率為 $\frac{5}{12}$

8. 將由左至右的六個位置分別填入 0 或 1 或 2 或 3 的數字，成為「四元字串」，例 231023 是一個四元字串。對於兩個四元字串 $a = a_1a_2a_3a_4a_5a_6$ 與 $b = b_1b_2b_3b_4b_5b_6$ ，定義 a 與 b 的距離為滿足 $a_i \neq b_i$ 的下標 i 的個數。例如 231023 與 031013 的距離為 2（因為它們的第一及第五個位置的數字不相同），則下列敘述哪些正確？

(1) 123123 與 021021 的距離為 4 (2) 231023 與 222222 的距離為 2

(3) 與 231023 的距離為 1 的四元字串有 6 個

(4) 與 231023 的距離為 2 的四元字串有 135 個

(5) 所有四元字串與 231023 的距離總和為 2946

9. 設 $f(x)$ 為二次實係數多項式函數，且滿足
$$\begin{cases} 2 \leq f(105) \leq 6 \\ 3 \leq f(106) \leq 13 \\ 2 \leq f(107) \leq 8 \end{cases}$$

由 Lagrange 插值多項式之公式可以假設

$f(x) = a(x-105)(x-106) + b(x-106)(x-107) + c(x-105)(x-107)$ ，則下列選項哪些正確？

(1) $a = \frac{f(107)}{2}$ (2) $1 \leq b \leq 3$ (3) $c - f(106) = 0$

(4) $f(108)$ 之最大值為 21 (5) $f(108)$ 之最小值為 -31

10. 已知正整數數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $\forall n \in N, a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ，則下列選項哪些正確？

(1) 若 $a_1 = 1$ 且 $a_2 = 1$ ，則 $a_{10} = 34$ (2) 若 $a_1 = 1$ 且 $a_2 = 3$ ，則 $a_{10} = 123$

(3) 若 $a_{11} = 157$ ，則 $a_1 = 3$ (4) 若 $a_{10} = 11a_5$ ，則 $a_1 = a_2$

(5) 設 p, q, r 為正整數且 $p < q < r$ ，若三數 a_p, a_q, a_r 成等差數列（公差為正），則 $p + r - 2q = -3$

11. 請問下列哪些選項，可以找到實數 a ，使得選項裡面所有的數都同時滿足不等式

$$(2^x - 8) \left(\left(\frac{1}{5} \right)^x - \frac{1}{\sqrt[4]{5}} \right) \left(\left(\frac{1}{3} \right)^{-x} - 3^a \right) > 0 ?$$

(1) -1, 1 (2) 1, 2, 3, ... (所有正整數) (3) 2, 1, 0, -1, ... (所有小於 3 的整數)

(4) $\frac{1}{3}, 2017$ (5) 1, 4

第貳部分：選填題(占 45 分)

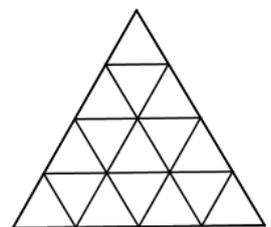
A. 設 $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3x - 1$ ，若 $f(2 - \sqrt{2}) = a + b\sqrt{2}$ 且 a, b 為整數，則 $a + b =$ _____。

B. 歐美有許多國家的法庭設有陪審團制度，假設被選中參加一項刑案審判的陪審團，不論被告有罪或無罪，都有 90% 的機會做出正確的判決；另外，當地警方執法嚴謹，在接受法庭審判的被告當中有 98% 是真正有罪的。試問：若已知陪審團判某被告有罪，則該名被告真的有罪的機率為_____（化為最簡分數）

C. 已知數列 $\langle \log_2(a_n) \rangle$ 為等差數列，且 $a_1 \cdot a_{106} = 1$ 。若 $f(x) = \frac{3}{1+x^3}$ ，則 $\sum_{k=1}^{106} f(a_k)$ 之值為_____。

D. 牛頓冷卻定律描述一個物體在常溫 $a^\circ\text{C}$ 環境下的溫度變化，如果物體的初始溫度為 $b^\circ\text{C}$ ，則經過 t 小時後的溫度 $f(t)^\circ\text{C}$ 將滿足 $f(t) - a = (b - a)\left(\frac{1}{2}\right)^{kt}$ ，其中 k 為與物體性質有關的常數。某冬天早晨警局接到報案，在街頭發現一具流浪漢的屍體，早上 4 點時測量其體溫為 13°C ，經 2 小時後，其體溫已降為 11°C 。假設戶外溫度維持在 10°C ，且人體正常體溫為 37°C ，已知其體溫變化滿足牛頓冷卻定律，則截至早上 4 點為止，流浪漢已死亡_____小時。

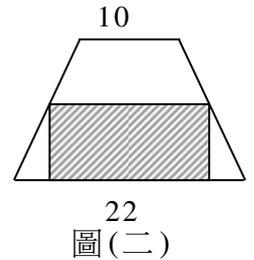
E. 如圖(一)，有 16 間小三角形的房間，甲、乙兩人被隨機地分別安置在不同的三角形的房間。求他們在不相鄰（指沒有公共邊）房間的機率為_____。



圖(一)

F. 設 $f(x) = x^3 - 7$ ， $g(x) = x^3 + 6x - 3$ ，若已知方程式 $f(x) = 0$ 之三根分別為 α 、 β 、 γ ，則 $g(\alpha) + g(\beta) + g(\gamma) =$ _____。

G.等腰梯形的上底長為 10，下底長為 22，高為 12，其內接矩形（如圖(二)，有一邊在下底）的最大面積為_____平方單位。



H.某次模擬考試，自然組數學一科，第二類組學生 100 人平均成績為 70 分，標準差為 4 分，第三類組學生 900 人平均成績為 80 分，標準差為 5 分，設這兩類組學生 1000 人之標準差為 σ 分。若 $n < \sigma < n+1$ ，則正整數 $n =$ _____。

I.數列 $\langle a_n \rangle$ 共有 13 項， $a_1 = 0$ ， $a_{13} = 6$ ，且 $|a_{k+1} - a_k| = 1$ ， $k = 1, 2, 3, \dots, 11, 12$ ，求滿足這些條件的不同數列之個數為_____。

RA275 106 學年度臺中一中第一次校內複習考
參考答案

第壹部分：選擇題

- 1.(1) 2.(5) 3.(1) 4.(1) 5.(4) 6.(1)(2)(4)(5) 7.(1)(2) 8. (1)(4)
9.(1)(2)(4)(5) 10.(2)(3)(5) 11.(1)(3)

第貳部分：選填題

- A. 18 B. $\frac{441}{442}$ C. 159 D. 4 E. 0.85 F. 12 G. 121 H. 5 I. 220