

# 全國公私立高級中學 107 學年度第二次學科能力測驗

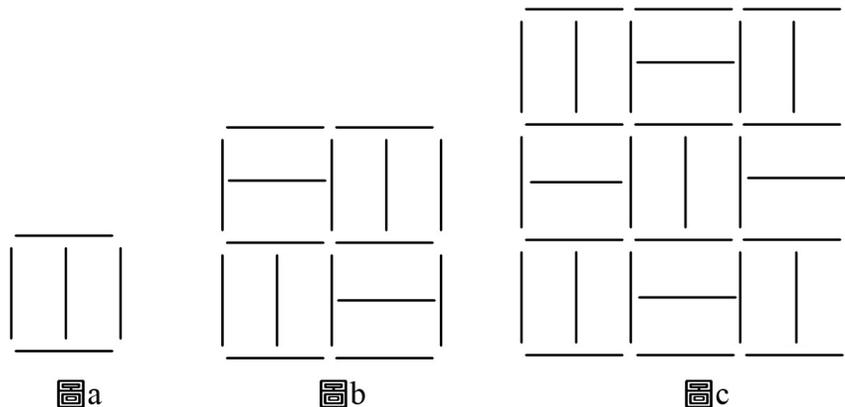


RA279

## 第壹部分：選擇題（占 60 分）

### 一、單選題（占 35 分）

1. 如下圖所示，小宇拿了許多一樣長的鐵棒排列出下面圖形。圖 a 使用了 5 根，圖 b 使用了 16 根。依此規則排列，第十張圖會使用幾根鐵棒？



- (1) 300    (2) 320    (3) 340    (4) 350    (5) 280

2. 化簡下列算式  $\frac{2^{\frac{1}{2}}}{2^{-\sqrt{2}} \times \sqrt{2}^2 \times 2^{-2}} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-1+\sqrt{2}} =$

- (1) 4    (2) 8    (3) 16    (4)  $\frac{1}{2}$     (5)  $\frac{1}{4}$

3. 多項式函數  $f(x) = (x-4)^3 + 8$ ， $g(x) = 2x$ ，下列對於  $f(x^2) - g(x^2) = 0$  根的敘述哪一個選項正確？

- (1) 三實根，三虛根    (2) 六相異正根    (3) 三正根，三負根  
 (4) 兩正根，兩負根，兩虛根    (5) 兩實根，四虛根

4. 判斷下列那個函數的圖形會經過座標平面的四個象限？

- (1)  $f(x) = 2^x - 2$     (2)  $g(x) = \sqrt{2}x$     (3)  $h(x) = 3 + \log_3 x$   
 (4)  $p(x) = x^2(x-1)(x+1)$     (5)  $q(x) = 3^x - 2^x$

5. 已知實數  $a, b, c$  滿足  $a < b < c$ ，下列選項何者正確？

- (1)  $a^2 < b^2$     (2)  $b - a < c - b$     (3)  $ab < ac$   
 (4)  $\frac{a+2b}{3} < \frac{a+c}{2}$     (5) 若  $n$  為正奇數， $a^n < b^n < c^n$

6. 玩具店老闆包裝了 10 個玩具福袋，每個售價 100 元。有 1 袋裝有「高級模型」，有 3 袋裝有「便宜玩具」，其他 6 袋裝有「玩具汽車」。小智帶著 300 元想要試手氣，他隨機購買了一個福袋，每袋被選取的機率均相同。若抽到「高級模型」或「玩具汽車」，則停止購買；若抽中「便宜玩具」，則再購買下一個福袋，直到抽中「高級模型」或是「玩具汽車」或是錢花完為止。求小智抽中「高級模型」的機率。

- (1)  $\frac{17}{120}$     (2)  $\frac{1}{3}$     (3)  $\frac{139}{1000}$     (4)  $\frac{17}{125}$     (5)  $\frac{7}{60}$

7. 2018 年三月，民眾因聽網路消息，到大賣場搶購衛生紙。某家賣場統計前 5 天的全臺銷售量如下表所示：

$x$ (第 $x$ 天)	1	2	3	4	5
$y$ (銷售量(條))	1920	960	3840	7680	15360

由於第4天、第5天銷售量恰為前一天的2倍，賣場主任想要預測之後的銷售量，他

令  $z = \log_2 \frac{y}{30}$  整理初下表：

$x$ (第 $x$ 天)	1	2	3	4	5
$z$	6	5	7	8	9

並算出  $z$  對  $x$  的迴歸直線為  $z = 0.9x + 4.3$ ，利用此迴歸直線預估第6天的銷售量  $y$  為：

- (1)  $2^{10}$  (2)  $2^{9.7}$  (3)  $2^{9.7} \times 30$  (4)  $2^{9.7} \times \log_2 30$  (5)  $2^{9.7} \times \log_{30} 2$

## 二、多選題 (占 25 分)

8. 某次數學考試有 20 題。將考生數學成績由高至低排列，並且算出數學成績前 30% 學生的各題答對率，及數學成績後 30% 學生的各題答對率。其中 5 題的結果表列如下。根據此表格可以計算：鑑別度 = (前 30% 的學生的答對率) - (後 30% 的學生的答對率)。例如題號 A 的鑑別度為  $0.92 - 0.45 = 0.47$ 。下列選項那些正確？

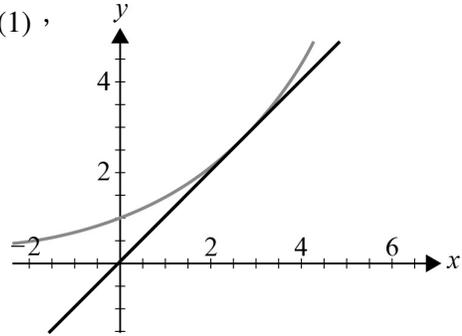
題號	A	B	C	D	E
全體學生答對率	0.74	0.83	0.41	0.19	$x$
前30%學生答對率	0.92	0.96	0.79	0.40	$y$
後30%學生答對率	0.45	0.71	0.11	0.03	$z$

- (1) ABCD 四題中，題號 D 鑑別度最低 (2) ABCD 四題中，題號 C 鑑別度最高  
 (3) 若題號 E 的鑑別度為 0.4，則  $y \geq 0.4$  (4) 若題號 E 的鑑別度為 0.4，則  $0.4 \geq z$   
 (5) 若題號 E 的鑑別度為 0.4，則  $0.88 \geq x \geq 0.12$
9. 下列情境與算式何者搭配完全正確？
- (1)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  的子集合共有  $a$  個，則  $a = 2^5 = C_0^5 + C_1^5 + C_2^5 + C_3^5 + C_4^5 + C_5^5$   
 (2) 從班上 20 人選出 3 人的組合共有  $b$  種，則  $b = C_3^{20} = C_3^{19} + C_2^{19}$   
 (3) 從班上 8 男 2 女選出 3 人的組合共有  $c$  種，則  $c = C_3^{10} = C_3^8 C_0^2 + C_2^8 C_1^2 + C_1^8 C_2^2$   
 (4)  $P_3^{10} = P_3^9 + P_2^9$  (5)  $C_5^{11} = C_5^8 + 3C_4^8 + 3C_3^8 + C_2^8$
10. 方程式  $x^2 + \sqrt{4 + \sqrt{3}}x + \sqrt{3} + 1 = 0$  的兩根為  $\alpha$ ， $\beta$ ，且  $\bar{\alpha}$ ， $\bar{\beta}$  分別代表  $\alpha$ ， $\beta$  的共軛複數。下列敘述哪些正確？
- (1)  $\alpha$ ， $\beta$  均為虛數 (2)  $(\alpha + \beta)^2 = -4 - \sqrt{3}$  (3)  $(\alpha - \beta)^2 = -3\sqrt{3}$   
 (4)  $\bar{\alpha} + \bar{\beta} = \sqrt{4 + \sqrt{3}}$  (5)  $\bar{\alpha} \times \bar{\beta} = 1 - \sqrt{3}$
11.  $f(x)$  是二次實係數多項式， $f(1) = \log 1$ ， $f(2) = \log 2$ ， $f(3) = \log 3$ ，則下列敘述何者正確？
- (1)  $f(1) \times f(2) \times f(3) = \log 6$   
 (2)  $f(x) = f(1) \frac{(x-2)(x-3)}{(1-2)(1-3)} + f(2) \frac{(x-1)(x-3)}{(2-1)(2-3)} + f(3) \frac{(x-1)(x-2)}{(3-1)(3-2)}$   
 (3)  $f(4) = f(1) - 3f(2) + 3f(3)$  (4)  $f(4) = \log 4$  (5) 函數  $f(x)$  有最小值

12. 關於指數函數  $f(x) = (\sqrt[3]{3})^x$  與直線  $g(x) = x$  的圖形如圖(1)，

下列關於兩函數圖形的敘述哪些正確？

- (1)  $f(1) > 1$
- (2)  $f(2) > 2$
- (3)  $f(\frac{5}{2}) > \frac{5}{2}$
- (4)  $f(3) > 3$
- (5)  $f(x), g(x)$  兩函數圖形恰有一交點



圖(1)

**第貳部分：選填題（占 40 分）**

A. 小波玩遊戲旅行蝸牛。這隻蝸牛出發去阿里山旅行，蝸牛回來時有可能帶著 2~4 張不同的照片返回。已知這遊戲中，阿里山的照片共有日出、雲海、神木、晚霞、小火車、郵票、鐵路、瀑布、降雪、森林共 10 種。「鐵路」與「小火車」這 2 張照片必定不同時出現，試求蝸牛帶回來的照片共有\_\_\_\_\_種可能的組合。

B. 已知  $n$  為正整數，且滿足  $\frac{n-32}{n-11} \geq n$ 。求  $n$  最大值為\_\_\_\_\_。

C. 日本考試時使用的偏差值計分方法如下：將全部考生的原始成績  $x$  乘上  $a$  ( $a > 0$ ) 倍後再加上  $b$ ，得到新成績  $y = ax + b$ 。選定適當的  $a, b$ ，使得新成績  $y$  的平均分數為 50 分、標準差為 10 分，如此的新成績  $y$  就稱為該考生的偏差值。若某次考試小帆數學考了 75 分，全部考生數學平均為 60 分，標準差為 12.5 分。求她數學的偏差值是\_\_\_\_\_分。

D. 某便利商店暑假舉行飲料促銷活動，結帳時收銀機會隨機出現 100 ~999 的三位數一個，每個三位數出現機率均相同。若該數的 3 個數字至少有兩個相同或是百位數字為 9，則可以獲得減價。求購買飲料時該次獲得減價的機率為\_\_\_\_\_ (化簡為最簡分數)。

E.  $f(x)$  為二次多項式函數， $g(x) = (x-1)f(x)$ ，且滿足  $f(1) = g(1)$ ， $f(2) = g(2)$ ， $f(3) = g(3)$ ，若  $f(4) = -12$ ，試求  $f(5)$  的值。\_\_\_\_\_

F. 兩個數列  $\langle a_n \rangle$  與  $\langle b_n \rangle$ 。已知  $\langle a_n \rangle$  的前 6 項為 1, 4, 2, 8, 5, 7 且  $a_{n+6} = a_n$  ( $n$  為正整數)。

$b_1 = \frac{1}{7}$ ， $b_{n+1} = 10b_n - a_n$  ( $n$  為正整數)。求  $7 \sum_{k=1}^{60} (b_k)^2 =$  \_\_\_\_\_。

G. 甲、乙、丙三人一起到外地出差，中午與晚上都一起在同一家餐廳吃飯。這家餐廳有五種餐點：爌肉飯、雞排飯、雞腿飯、冬瓜飯與排骨飯。若三人中午都點不同餐點，晚上也各自點不同餐點，每人中午晚餐也吃不同餐點，每人每餐均只吃一份。求三人所吃的餐點共有多少可能。\_\_\_\_\_

H. 解方程式  $(\log \frac{x}{24})(\log 2x) = 48$  得兩根  $\alpha$ ， $\beta$ ，求兩根之積  $\alpha\beta =$  \_\_\_\_\_。

RA279 全國公私立高級中學 107 學年度第二次學科能力測驗  
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(2) 2.(1) 3.(3) 4.(4) 5.(5) 6.(1) 7.(3) 8.(2)(3)(5) 9.(1)(2)(3)(5)  
10.(1)(3) 11.(2)(3) 12.(1)(2)

第貳部分：選填題

A. 338 B. 10 C. 62 D.  $\frac{9}{25}$  E. -32 F. 130 G. 1920 H. 12