

# 臺北區 108 學年度第一學期第一次學科能力測驗



RA281

## 第壹部分：選擇題（占 60 分）

### 一、單選題（占 25 分）

1. 若方程式  $x^2 + 5x + 3 = 0$  的兩根為  $\alpha$  與  $\beta$ ，則  $\alpha^3 + \beta^3$  之值為何？  
(1) 110 (2) 80 (3) -50 (4) -80 (5) -100
2. 若一上市公司從 2015 年至 2018 年發放的現金股利依序為 4 元、2 元、4 元、8 元，則該公司從 2016 年至 2018 年現金股利的平均成長率最接近下列哪一個選項？  
(註：2016 年現金股利的成長率 =  $\frac{2016\text{年現金股利} - 2015\text{年現金股利}}{2015\text{年現金股利}}$ )  
(1) 20% (2) 26% (3) 30% (4) 35% (5) 50%
3. 試問下列個選項中，哪個事件發生的機率最小？  
(1) 投擲一枚公正的硬幣一次，出現正面的機率  
(2) 投擲一枚公正的硬幣兩次，第一次出現正面的機率  
(3) 投擲一枚公正的硬幣四次，前二次均出現正面的機率  
(4) 同時投擲兩枚公正的硬幣一次，恰有一枚硬幣出現正面的機率  
(5) 同時投擲四枚公正的硬幣一次，恰有兩枚硬幣出現正面的機率
4. 狗狗胖白被獸醫警告體重過重，因此飼主決定從今天開始實施一個為期 10 天的減重方案，每天偷偷減少胖白前一天全部吃的狗飼料量 5%，以達到控制體重的目的。若飼主原本每天都固定幫胖白準備 500 公克的狗飼料，且胖白都會全部吃光，則這 10 天胖白少吃的狗飼料總重量最接近多少公克？  
(1) 1200 (2) 1500 (3) 2500 (4) 3500 (5) 3800
5. 下表為一個  $10 \times 10$  的方格，若方格內的數字均為完全平方數且有規律地排列，則方格內所有數字的總和為何？

|          |          |          |          |          |          |
|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| $1^2$    | $2^2$    | $3^2$    | ...      | $9^2$    | $10^2$   |
| $2^2$    | $3^2$    | $4^2$    | ...      | $10^2$   | $11^2$   |
| $3^2$    | $4^2$    | $5^2$    | ...      | $11^2$   | $12^2$   |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $9^2$    | $10^2$   | $11^2$   | ...      | $17^2$   | $18^2$   |
| $10^2$   | $11^2$   | $12^2$   | ...      | $18^2$   | $19^2$   |

- (1) 5077 (2) 6050 (3) 11025 (4) 11400 (5) 11650

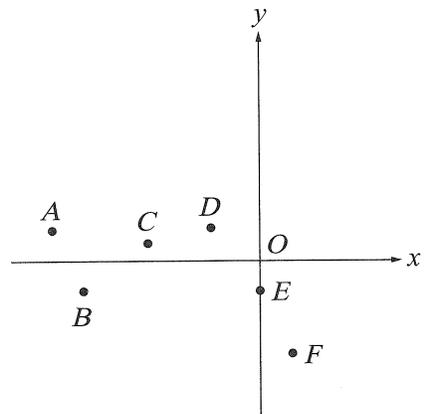
### 二、多選題（占 35 分）

6. 坐標平面上，在函數  $y = 3^{-x}$  的圖形上標示  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四個點，其  $x$  坐標分別為  $-1$ 、 $0$ 、 $1$ 、 $2$ 。試選出正確的選項。  
(1) 點  $B$  落在直線  $AC$  上方 (2) 點  $A$  與點  $C$  對稱於直線  $y = x + 1$   
(3) 函數  $y = 3^{-x}$  與  $y = \log_3 |x|$  的圖形僅交於一點  
(4) 在直線  $AB$ 、直線  $BC$ 、直線  $CD$  中，以直線  $CD$  的斜率最大  
(5) 在直線  $AB$ 、直線  $BC$ 、直線  $CD$  中，直線的斜率依序成等比數列
7. 所謂孿生質數---是指「兩個相鄰的質數，且之間相差 2」，譬如「11 和 13」、「17 和 19」、「41 和 43」這三對均為孿生質數。若  $a$ 、 $b$  為孿生質數，且  $a > b$ ，試選出正確的選項。  
(1) 小於 100 的自然數中有 9 對孿生質數 (2)  $(a - b)^{100}$  展開後的個位數字為 8  
(3) 方程式  $x^2 - (a + b)x + ab = 0$  的判別式為 4 (4)  $ab + 1$  必為完全平方數  
(5)  $a^3 - b^3$  必為偶數

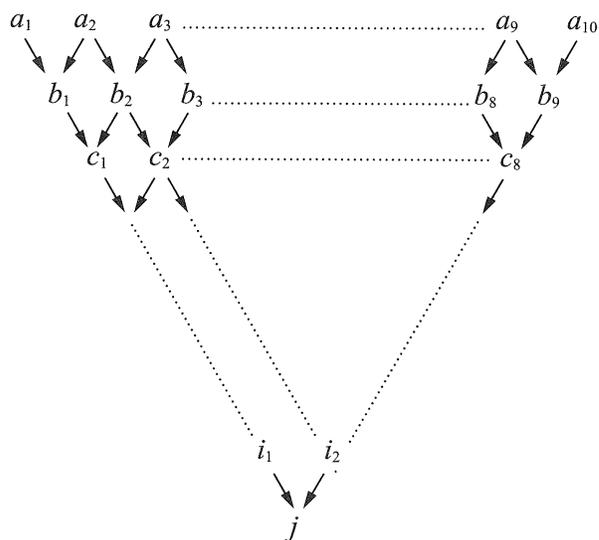
8. 設  $A(a)$ 、 $B(a+1)$ 、 $C(2a+1)$  均為數線上的點。試選出正確的選項。
- (1) 僅當  $a=1$  時， $A$ 、 $B$ 、 $C$  三點的坐標其數值依序成等差
  - (2) 僅當  $a=-1$  時， $A$ 、 $B$ 、 $C$  恰為相異兩點
  - (3) 當  $a>1$  時， $B$  點在  $\overline{AC}$  中點的右方
  - (4) 當  $a>1$  時，以  $\overline{AC}$  為直徑作一圓，自  $B$  點沿垂直數線方向鉛直線交上半圓於  $D$  點；再以  $B$  點為圓心， $\overline{BD}$  為半徑畫弧，交數線於  $E$  點，則  $E$  點必在  $C$  點的左方
  - (5) 若  $A$  點在原點左方且  $B$  點在原點右方，則  $C$  點必在原點的右方
9. 亮亮到時代電信公司新辦一個門號。時代電信公司告知：中途解約時，違約金的計算方式如下：(設備補貼款+已享月租費折扣總金額) $\times$ (合約未到期日數 $\div$ 合約日數)  
亮亮的合約日數為 900 天，設備補貼款為 6000 元，月租費折扣為每日 10 元。例如：  
亮亮使用 120 天後解約，則違約金的計算方式如下： $(6000+10\times 120)\times\frac{900-120}{900}=6240$   
(元)，若亮亮使用  $x$  天後解約的違約金為  $f(x)$  ( $x$  為正整數， $1\leq x\leq 900$ )。  
試選出正確的選項。

- (1) 若使用 300 天後解約，則需付違約金 6000 元
- (2) 違約金  $f(x)=-\frac{1}{90}x^2+\frac{10}{9}x+6000$
- (3) 當  $x=150$  天時，違約金  $f(x)$  會達到最大值
- (4) 違約金  $f(x)$  的最大值為 6300 元
- (5) 使用 87 天後解約需付的違約金高於使用 213 天後解約需付的違約金

10. 已知  $f(x)=x^4+px^3+qx^2+rx+s$  為一整係數四次多項式，宏爺為了想了解這個多項式，試圖在坐標平面上描點畫出  $y=f(x)$  的圖形，如右圖所示。若點  $A(a_1, a_2)$ 、 $B(b_1, b_2)$ 、 $C(c_1, c_2)$ 、 $D(d_1, d_2)$ 、 $E(e_1, e_2)$ 、 $F(f_1, f_2)$  皆在  $y=f(x)$  的圖形上，則下列敘述何者正確？



- (1)  $s>0$
  - (2) 由圖知  $f(a_1)\cdot f(e_1)<0$ ，且方程式  $f(x)=0$  在  $a_1$  到  $e_1$  之間內恰有一實根
  - (3) 由圖知  $f(c_1)\cdot f(d_1)>0$ ，且方程式  $f(x)=0$  在  $c_1$  到  $d_1$  之間可能有實根
  - (4) 方程式  $f(x)=0$  有正實根
  - (5) 方程式  $f(x)=0$  沒有虛數根
11. 下圖為一個倒立三角形所形成的數列，第一層有 10 個數，分別是  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10}$ 。接著，相鄰兩層中，下層的每一項均為上層的相鄰兩項相加得到，例如第二層有 9 個數，分別是  $b_1, b_2, b_3, \dots, b_9$ ，且滿足  $b_n = a_n + a_{n+1}$ ， $n=1, 2, 3, \dots, 9$ 。最後一層(即第十層)僅有一個數  $j$ ，且滿足  $j = i_1 + i_2$ 。  
試選出正確的選項。

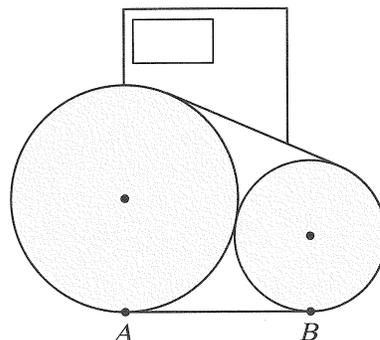


- (1) 若數列  $\langle a_n \rangle$  為等差數列，則數列  $\langle b_n \rangle$  亦為等差數列
- (2) 若  $a_n = n$ ， $n=1, 2, 3, \dots, 10$ ，則  $\sum_{n=1}^9 b_n = 100$

- (3) 若  $a_n = 1$ ,  $n=1, 2, 3, \dots, 10$ , 則  $j = 512$
- (4) 若  $a_n = 1$ ,  $n=1, 2, 3, \dots, 10$ , 則圖中所有數字和為 2046
- (5) 若  $a_n \in \{0,1\}$ ,  $n=1, 2, 3, \dots, 10$  且  $\sum_{n=1}^{10} a_n = 1$ , 則  $j$  最大值为 126
12. 某高中想要探討「整潔、秩序與學業成績之間的關係」，於是將高一 16 個班一個學期下來的整潔秩序平均成績及學業平均成績記錄下來並製作成散佈圖，若  $X$  表示整潔秩序平均成績，評分範圍為 0 至 50 分， $Y$  表示學業平均成績，評分範圍為 0 至 100 分，且以最小平方方法求得  $Y$  對  $X$  的迴歸直線  $L$ ，其方程式為  $y = 0.9x + 50$ ，試選出正確的選項。
- (1)  $X$  和  $Y$  的相關係數為 0.9
- (2) 「整潔秩序平均成績」的標準差  $\sigma_x$  小於「學業平均成績」的標準差  $\sigma_y$
- (3) 為了讓兩個成績的評分範圍更接近，我們將各筆「整潔秩序平均成績」乘上 1.5 倍再加 25，記為  $Z = 1.5X + 25$ ，則  $Z$  和  $Y$  的相關係數等於  $X$  和  $Y$  的相關係數
- (4) 承(3)，若以最小平方方法求得  $Y$  對  $Z$  的迴歸直線方程式為  $y = az + b$ ，則  $a < 0.9$
- (5) 若  $X$  和  $Y$  的相關係數為 1，則表示「若提高整潔秩序平均成績，則學業平均成績也會提高」

**第貳部分：選填題（占 40 分）**

- A. 阿呆想要製作一臺工程車模型，同側的兩個輪子相切並用履帶包覆，其側面示意圖如右。若這兩個輪子的面積和為  $50\pi$  平方公分，則接觸地面之履帶(即  $\overline{AB}$ )長度的最大值為 \_\_\_\_\_ 公分。



- B. 在工業上，我們常利用凱氏定氮法來測定物質的含氮量以推測其蛋白質含量。已知蛋白質的含氮量為 16%、氮化物  $\alpha$  的含氮量為 35%。若某物質的組成成分中含有 50% 的蛋白質、40% 的氮化物  $\alpha$  以及 10% 不含氮的雜質，則當我們測定到氮原子時，它是來自於蛋白質的機率為 \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)
- C. 若整係數多項式  $f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx + 10$  滿足  $f(1) = 0$ 、 $f(-3) \cdot f(-2) < 0$ ，且方程式  $f(x) = 0$  的三根均為有理數，則  $b - a =$  \_\_\_\_\_。
- D. 不等式  $\log_{\frac{1}{3}}(2x - 5) > -1 + \log_{\frac{1}{9}}(x + 2)$  的所有整數解之總和為 \_\_\_\_\_。

- E. 好吃水餃店有賣三種水餃：高麗菜水餃、韭菜水餃、干貝水餃。若筱曉想要依據下列兩原則點 20 顆水餃：
- (甲)一定要點干貝水餃，其他兩種可點可不點。
- (乙)任一種水餃有點的話，最少點 5 顆。
- 則筱曉共有\_\_\_\_\_種點餐方式。

- F. 一包雷根糖中有數種不同口味的糖果(如榴槤味、嘔吐味、臭雞蛋味....)各一顆，包裝袋上寫著：「同時吃下不同種類的糖都是一種全新感受，總共可以產生 2000 多種驚奇口味喔！」(例如：榴槤味加嘔吐味、嘔吐味加臭雞蛋味、榴槤味加臭雞蛋味、榴槤味加嘔吐味加臭雞蛋味...等)，則一包雷根糖中有\_\_\_\_\_種不同口味的糖果。

- G. 某百貨研究六位成年人每週逛街時數  $X$ (小時)與購物消費  $Y$ (萬元)之間的相關性，統計的過程中，有些數據不小心被墨汁滴到，如下表所示。已知戊的購物消費大於己的購物消費。調查結果得知  $X$  與  $Y$  之間的相關係數為  $r$ ，且  $Y$  對  $X$  的迴歸直線(最適合直線)斜率為  $m$ ，則數對  $(r, m)$  = \_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

| 成年人代號         | 甲  | 乙  | 丙  | 丁 | 戊  | 己 | 平均數 | 變異數            |
|---------------|----|----|----|---|----|---|-----|----------------|
| 逛街時數 $X$ (小時) | 15 | 9  | 10 | ● | 12 | 6 | 10  | ●              |
| 購物消費 $Y$ (萬元) | 12 | 10 | 7  | 7 | ●  | ● | 8   | $\frac{16}{3}$ |

- H. 欣亞動物醫院有院長、小欣和小亞共三位獸醫師，每天至少有一位獸醫師值班看診，每位獸醫師再一週內均要上班五天、休假兩天，且休假日中恰有一天為週末(即週六或週日)，則小欣和小亞兩位獸醫師不在同一天休假的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

**RA281 臺北區 108 學年度第一學期第一次學科能力測驗 參考答案**

選擇題：1. (4) 2. (2) 3. (3) 4. (1) 5. (5) 6. (4)(5) 7. (3)(4)(5) 8. (1)(4) 9. (1)(3)  
10. (4)(5) 11. (1)(3)(5) 12. (3)(4)

選填題：A. 10 B.  $\frac{4}{11}$  C. -10 D. 18 E. 44 F. 11 G.  $(\frac{3}{4}, \frac{3}{5})$  H.  $\frac{5}{9}$