# 數學考科詳解

| 題號 | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 答案 | (4) | (2) | (3) | (1) | (5) | (4)(5) | (3)(4)(5) | (1)(4) | (1)(3) |
| 題號 | 10. | 11. | 12. | | | | | | |
| 答案 | (4)(5) | (1)(3)(5) | (3)(4) | | | | | | |

**第壹部分：選擇題**

**一、單選題**

1. (4)

**難易度**：易

**出處**：第一冊第一章〈數與式〉、第一冊第二章〈多項式函數〉

**目標**：運用乘法公式與根與係數的關係求解

**解析**：由根與係數的關係可知 $\alpha+\beta=-5$、$\alpha\beta=3$，可求出 $\alpha^2+\beta^2=(\alpha+\beta)^2-2\alpha\beta=(-5)^2-6=19$

$\alpha^3+\beta^3=(\alpha+\beta)(\alpha^2-\alpha\beta+\beta^2)=(-5)(19-3)=(-5)\times16=-80$

故選(4)。

2. (2)

**難易度**：易

**出處**：第二冊第四章〈數據分析〉

**目標**：理解平均成長率的意義，並利用幾何平均數來計算

**解析**：令 2016 年至 2018 年現金股利的平均成長率為 $r$，則 $4(1+r)^3=8 \Rightarrow (1+r)^3=2$

(1) $(1+20\%)^3=1.2^3=1.728$；(2) $(1+26\%)^3=1.26^3=2.000376$；(3) $(1+30\%)^3=1.3^3=2.197$

計算至第三個選項，即可知道 $r$ 最接近 26 %

故選(2)。

3. (3)

**難易度**：易

**出處**：第二冊第三章〈機率〉

**目標**：能寫出一試驗樣本空間及某特定事件的樣本點個數，並利用古典機率的定義計算出事件發生的機率

**解析**：(1)機率為 $\frac{1}{2}$

(2)第一次出現正面的可能情況有(正 , 正)，(正 , 反)共兩種，機率為 $\frac{2}{2^2}=\frac{1}{2}$

(3)前兩次出現正面的可能情況有(正 , 正 , 正 , 正)，(正 , 正 , 正 , 反)，(正 , 正 , 反 , 正)，(正 , 正 , 反 , 反)共四種，機率為 $\frac{4}{2^4}=\frac{1}{4}$

(4)恰出現一個正面的可能情況有(正 , 反)，(反 , 正)共兩種，機率為 $\frac{2}{2^2}=\frac{1}{2}$

(5)從四枚裡面挑出兩枚要擲出正面的方法數，可用(正 , 正 , 反 , 反)去排列共 $C_2^4=6$ 種，機率為 $\frac{6}{2^4}=\frac{3}{8}$

故選(3)。

4. (1)

**難易度**：中

**出處**：第一冊第三章〈指數、對數函數〉、第二冊第一章〈數列與級數〉

**目標**：運用等比級數求和公式、查表及反查表、首數尾數來求值

**解析**：胖白這十天共少吃了 $500\times10-\frac{500\times0.95\times(1-0.95^{10})}{1-0.95}=5000-9500\times(1-0.95^{10})$ 公克的狗食

利用對數估算 $0.95^{10}$：

$\log(0.95^{10})=10\log0.95=10(\log9.5-1)\approx10(0.9777-1)\approx-0.223\approx-1+0.777\approx\log(5.985\times10^{-1})$

故 $0.95^{10}\approx0.5985\approx0.6$

因此胖白共少吃了 $5000-9500\times(1-0.95^{10})\approx5000-9500\times0.4\approx5000-3800=1200$ 公克的狗食

故選(1)。

5. (5)

**難易度**：難

**出處**：第二冊第一章〈數列與級數〉

**目標**：洞察數字規律及級數和公式的應用

**解析**：

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| $1^2$ | $2^2$ | $3^2$ | $\cdots$ | $9^2$ | $10^2$ |
| $2^2$ | $3^2$ | $4^2$ | $\cdots$ | $10^2$ | $11^2$ |
| $3^2$ | $4^2$ | $5^2$ | $\cdots$ | $11^2$ | $12^2$ |
| $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ | $\vdots$ |
| $9^2$ | $10^2$ | $11^2$ | $\cdots$ | $17^2$ | $18^2$ |
| $10^2$ | $11^2$ | $12^2$ | $\cdots$ | $18^2$ | $19^2$ |

由右上到左下加總得所求為

$1\times1^2+2\times2^2+3\times3^2+\cdots\cdots+9\times9^2+10\times10^2+9\times11^2+8\times12^2+7\times13^2+\cdots\cdots+1\times19^2$

$=1^3+2^3+3^3+\cdots\cdots+9^3+10^3+\sum_{k=1}^{9}k(20-k)^2$

$=\left(\sum_{k=1}^{10}k^3\right)+\left(400\times\sum_{k=1}^{9}k\right)-\left(40\times\sum_{k=1}^{9}k^2\right)+\left(\sum_{k=1}^{9}k^3\right)$

$=\left(\frac{10\times11}{2}\right)^2+400\times\left(\frac{9\times10}{2}\right)-40\times\left(\frac{9\times10\times19}{6}\right)+\left(\frac{9\times10}{2}\right)^2$

$=55^2+400\times45-40\times285+45^2$

$=3025+18000-11400+2025$

$=11650$

故選(5)。

## 二、多選題

6. (4)(5)

**難易度**：易

**出處**：第一冊第三章〈指數、對數函數〉、第一冊第二章〈多項式函數〉

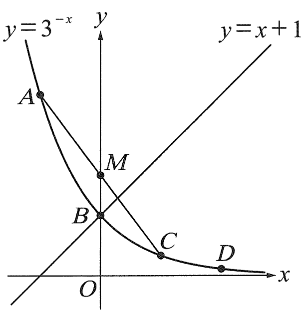
**目標**：利用繪出指數函數的圖形判別圖形的凹向性、對稱性等

**解析**：$A(-1,3)$、$B(0,1)$、$C\left(1,\frac{1}{3}\right)$、$D\left(2,\frac{1}{9}\right)$

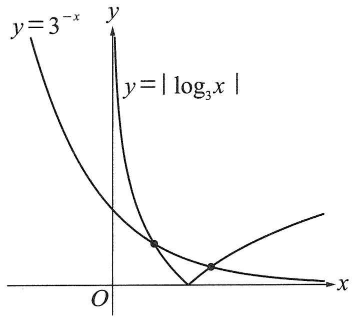
(1) ╳：如圖(一)所示，點 $B$ 落在直線 $AC$ 下方

(2) ╳：如圖(一)所示，若 $A$ 與 $C$ 對稱於某直線，則 $\overline{AC}$ 的中點 $M\left(0,\frac{5}{3}\right)$ 會落在該直線上，但 $M\left(0,\frac{5}{3}\right)$ 不在 $y=x+1$ 上

(3) ╳：如圖(二)所示，函數 $y=3^{-x}$ 與 $y=|\log_3 x|$ 的圖形交於兩點



圖(一)



圖(二)

(4) ○：$m_{AB}=\frac{3-1}{(-1)-0}=-2$，$m_{BC}=\frac{1-\frac{1}{3}}{0-1}=\frac{-2}{3}$，$m_{CD}=\frac{\frac{1}{3}-\frac{1}{9}}{1-2}=\frac{-2}{9}$　$\therefore m_{AB}<m_{BC}<m_{CD}$

(5) ○：承(4)，$-2$，$\frac{-2}{3}$，$\frac{-2}{9}$ 三數依序為公比 $r=\frac{1}{3}$ 的等比數列

故選(4)(5)。

7. (3)(4)(5)

難易度：易

出處：第一冊第一章〈數與式〉

目標：基本的數與式化簡

解析：(1)╳：「3 和 5」、「5 和 7」、「11 和 13」、「17 和 19」、「29 和 31」、「41 和 43」、「59 和 61」、「71 和 73」，共 8 對

(2)╳：$\because a-b=2$，又 $2^1$ 個位數字為 2，$2^2$ 個位數字為 4，$2^3$ 個位數字為 8，$2^4$ 個位數字為 6，$2^5$ 個位數字為 2，……，週期為 4 個一循環，故 $(a-b)^{100}$ 展開後的個位數字為 6

(3)○：$D=[-(a+b)]^2-4\times1\times(ab)=(a-b)^2=2^2=4$　$\therefore D=4$

(4)○：$\because a-b=2$　$\therefore ab+1=(b+2)b+1=b^2+2b+1=(b+1)^2$ 為完全平方數

(5)○：$\because a-b$ 為 2 的倍數　$\therefore a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ 為 2 的倍數　$\therefore a^3-b^3$ 必為偶數

故選(3)(4)(5)。

8. (1)(4)

難易度：易

出處：第一冊第一章〈數與式〉

目標：根據題意判別數線上的幾何關係

解析：(1)○：$\because$ 三數成等差　$\therefore 2(a+1)=a+(2a+1)$，得 $a=1$

(2)╳：依題意可知，$A$、$B$、$C$ 恰兩點坐標相同，因 $A$、$B$ 兩點相異，故僅可能 $A=C$ 或 $B=C$，得 $a=-1$ 或 0

(3)╳：$\overline{AC}$ 中點坐標為 $\dfrac{3a+1}{2}$，當 $a>1$ 時，$(a+1)-\dfrac{3a+1}{2}=\dfrac{-a+1}{2}<0$　$\therefore B$ 點在 $\overline{AC}$ 中點的左方

(4)○：如右圖，$\overline{AB}=1$，$\overline{BC}=a$，

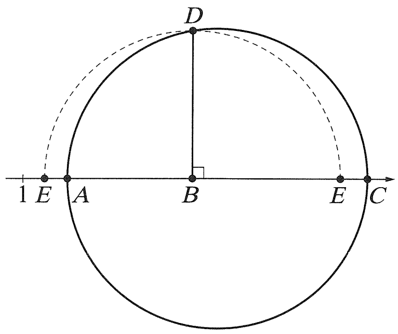
利用相似性質可知 $\overline{BD}=\sqrt{a}$，

$\because$ 當 $a>1$ 時，$\sqrt{a}$ 恆小於 $a$，即 $\overline{BD}<\overline{BC}$

$\therefore \overline{BE}<\overline{BC}$

因此以 $B$ 點為圓心，$\overline{BD}$ 為半徑畫弧交數線於 $E$ 點時

$\because \overline{BE}<\overline{BC}$　$\therefore E$ 點必在 $C$ 點之左方




(5)╳：依題意 $-1<a<0$，得 $-1<2a+1<1$

故選(1)(4)。

9. (1)(3)

難易度：易

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：運用二次多項式求極值

解析：(1)○：$(6000+10\times300)\times\dfrac{900-300}{900}=6000$

(2)╳：$f(x)=(6000+10\times x)\times\dfrac{900-x}{900}=-\dfrac{1}{90}x^2+\dfrac{10}{3}x+6000=-\dfrac{1}{90}(x^2-300x)+6000$

$=-\dfrac{1}{90}(x-150)^2+6250$

(3)○：由 $f(x)=-\dfrac{1}{90}(x-150)^2+6250$ 得知，當 $x=150$ 天時，$f(x)$ 有最大值

(4)╳：承(3)，當 $x=150$ 天時，違約金 $f(x)$ 會達到最大值 6250 元

(5)╳：由對稱性知 $f(150-63)=f(150+63)$，即 $f(87)=f(213)$

故使用 87 天後解約需付的違約金與使用 213 天後解約需付的違約金相同

故選(1)(3)。

10. (4)(5)

難易度：易

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：能利用描點來看出圖形的走勢，並利用勘根定理及虛根成對定理來判別選項是否正確

解析：(1)╳：由 $y=f(x)$ 的圖形與 $y$ 軸相交於 $E$ 點(原點下方)可知，當 $x=0$ 時，$f(0)=s<0$

(2)╳：因 $f(a_1)\times f(e_1)<0$，由勘根定理可知，$f(x)=0$ 在 $a_1$ 到 $e_1$ 之間內至少有一實根或有奇數個根，由圖形可知，$f(x)=0$ 在 $a_1$ 到 $b_1$ 之間、$b_1$ 到 $c_1$ 之間、$d_1$ 到 $e_1$ 之間會與 $x$ 軸相交，故 $f(x)=0$ 在 $a_1$ 到 $e_1$ 之間內恰有三個根

(3)╳：由圖形可知，$f(x)=0$ 在 $c_1$ 到 $d_1$ 之間不得與 $x$ 軸相交(否則會與 $x$ 軸相交超過四點)，故 $f(x)=0$ 在 $c_1$ 到 $d_1$ 之間不可能有實根

(4)○：因 $f(x)$ 的最高次項係數為正，故圖形在 $F$ 點以右會往上拉升，且與 $x$ 軸正向交於一點，故 $f(x)=0$ 有一個正實數根

(5)○：因 $f(x)$ 為一整係數四次多項式，且 $y=f(x)$ 與 $x$ 軸相交於四點，根據虛根成對定理可知，此方程式為四實根，且無虛數根

故選(4)(5)。

11. (1)(3)(5)

**難易度**：難

**出處**：第二冊第一章〈數列與級數〉、第二章〈排列、組合〉

**目標**：基本的等差數列與級數符號理解，洞察和巴斯卡定理的關係

**解析**：(1)○：若數列〈$a_n$〉為等差數列，設數列〈$a_n$〉的首項為 $a$，公差為 $d$，則 $a_n=a+(n-1)d$

可得 $b_{n+1}-b_n=(a_{n+1}+a_{n+2})-(a_n+a_{n+1})=a_{n+2}-a_n=a+(n+1)d-[a+(n-1)d]=2d$ 為一定值

因此數列〈$b_n$〉亦為等差數列

(2)╳：承(1)，若 $a_n=n$，$n=1$，2，3，……，10，即數列〈$a_n$〉為等差數列，因此數列〈$b_n$〉亦為等差數列，且 $b_n=n+(n+1)=2n+1$，$n=1$，2，3，……，9

$\therefore \sum\limits_{n=1}^{9}b_n=\sum\limits_{n=1}^{9}(2n+1)=\dfrac{9(3+19)}{2}=99$

(3)○：若 $a_n=1$，$n=1$，2，3，……，10 即第一列每一項均為 1，按題意推得第二列每一項均為 2，第三列每一項均為 $4=2^2$，……，以此類推，第 $n$ 列每一項均為 $2^{n-1}$

$\therefore$第十層 $j=2^9=512$

(4)╳：承(3)若 $a_n=1$，$n=1$，2，3，……，10

則圖中所有數字和為 $10\times1+9\times2+8\times2^2+\cdots\cdots+1\times2^9=2036$

(5)○：若 $a_n\in\{0，1\}$，$n=1$，2，3，……，10 且 $\sum\limits_{n=1}^{10}a_n=1$，則表第一列僅有一個數為 1，其他的數均為 0

若 $a_n=1$，則 $j=C_{n-1}^{9}$，因此 $j$ 最大值為 $C_4^9=C_5^9=126$

故選(1)(3)(5)。

12. (3)(4)

**難易度**：難

**出處**：第二冊第四章〈數據分析〉

**目標**：迴歸直線的解讀、分析

**解析**：(1)╳：迴歸直線方程式 $y-\mu_Y=r\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}(x-\mu_X)$ 的斜率為 $r\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}$，

又 $L$：$y=0.9x+50$ 的斜率為 0.9，因此 $r\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}=0.9\Rightarrow r=0.9\times\dfrac{\sigma_X}{\sigma_Y}$ 不一定為 0.9

(2)╳：承(1)，$r\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}=0.9\Rightarrow\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}=\dfrac{0.9}{r}$，

當 $0.9\le r\le1$ 時，$\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}\le1\Rightarrow\sigma_Y\le\sigma_X$；當 $0<r<0.9$ 時，$\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}>1\Rightarrow\sigma_Y>\sigma_X$

(3)○：設 $X$ 和 $Y$ 的相關係數為 $r_{X,Y}$，若令 $X'=pX+q$，$Y'=sY+t$

則 $r_{X',Y'}=\begin{cases}r_{X,Y}，\text{當 } ps>0 \text{ 時(即 } p，s \text{ 同號時)}\\-r_{X,Y}，\text{當 } ps<0 \text{ 時(即 } p，s \text{ 異號時)}\end{cases}$，因此 $r_{Z,Y}=r_{X,Y}$

(4)○：$Y$ 對 $Z$ 之迴歸直線方程式 $y-\mu_Y=r_{Z,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_Z}(z-\mu_Z)$ 為 $y=az+b$，

其斜率為 $r_{Z,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_Z}$，又 $Z=1.5X+25\Rightarrow\sigma_Z=|1.5|\sigma_X=1.5\sigma_X$

因此 $a=r_{Z,Y}\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_Z}=r_{X,Y}\dfrac{\sigma_Y}{1.5\sigma_X}=\dfrac{1}{1.5}\times r\dfrac{\sigma_Y}{\sigma_X}=\dfrac{1}{1.5}\times0.9=\dfrac{3}{5}=0.6<0.9$

(5)╳：迴歸直線為使用最小平方法所得之殘差最小時的直線，除了相關係數為 1 或 −1 的情形之外，並不能保證原始數據點落在直線上，因此無法如此推論

故選(3)(4)。

## 第貳部分：選填題

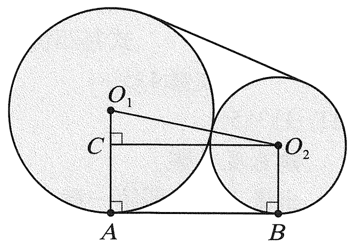
A. 10

**難易度**：易

**出處**：第一冊第一章〈數與式〉

**目標**：算幾不等式的應用

**解析**：如右圖，設大圓半徑為 $r_1$，小圓半徑為 $r_2$，其中 $r_1>0$，$r_2>0$




則 $r_1^2\pi+r_2^2\pi=50\pi$，即 $r_1^2+r_2^2=50$，又 $\overline{O_1O_2}=r_1+r_2$，$\overline{O_1C}=r_1-r_2$

$\Rightarrow \overline{AB}=\overline{CO_2}=\sqrt{(r_1+r_2)^2-(r_1-r_2)^2}=\sqrt{4r_1r_2}=2\sqrt{r_1r_2}$

由算幾不等式，$\dfrac{r_1^2+r_2^2}{2}\geq\sqrt{r_1^2\cdot r_2^2}\Rightarrow r_1\times r_2\leq 25$

$\Rightarrow\sqrt{r_1\times r_2}\leq 5\Rightarrow\overline{AB}=2\sqrt{r_1\times r_2}\leq 10$

因此，接觸地面之履帶(即 $\overline{AB}$)長度的最大值為 10 公分。

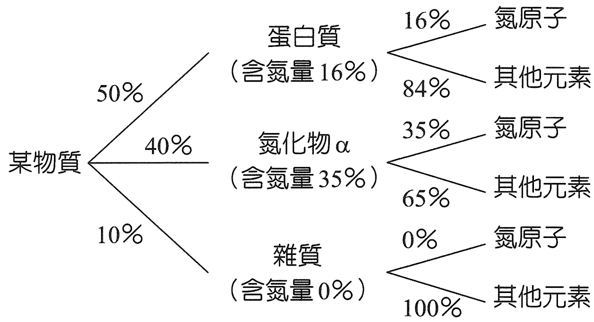
B. $\dfrac{4}{11}$

**難易度**：易

**出處**：第二冊第三章〈機率〉

**目標**：貝氏定理的應用

**解析**：$P(\text{來自蛋白質}\mid\text{氮原子})=\dfrac{P(\text{蛋白質的氮原子})}{P(\text{氮原子})}$




$=\dfrac{P(\text{蛋白質的氮原子})}{P(\text{蛋白質的氮原子})+P(\text{氮化物}\,\alpha\,\text{的氮原子})}$

$=\dfrac{50\%\times16\%}{50\%\times16\%+40\%\times35\%}=\dfrac{0.08}{0.08+0.14}=\dfrac{0.08}{0.22}$

$=\dfrac{8}{22}=\dfrac{4}{11}$。

C. $-10$

**難易度**：中

**出處**：第一冊第二章〈多項式函數〉

**目標**：因式定理、牛頓定理、勘根定理的應用

**解析**：(1) $\because f(1)=0$ $\therefore f(x)$ 有一次因式 $x-1$

(2)根據牛頓定理，若 $px+q$ 為 $f(x)=2x^3+ax^2+bx+10$ 的整係數一次因式，且 $p$、$q$ 互質

$\Rightarrow\begin{cases}p=\pm1,\pm2\\ q=\pm1,\pm2,\pm5,\pm10\end{cases}$ $\therefore f(x)$ 可能的一次因式為 $x\pm1$、$x\pm2$、$x\pm5$、$x\pm10$、$2x\pm1$、$2x\pm5$

又 $f(-3)f(-2)<0$，根據勘根定理，$f(x)=0$ 在 $-3$ 到 $-2$ 之間必有一根，故 $2x+5$ 為 $f(x)$ 的一次因式

(3)承(1)(2)，$f(x)=(x-1)(2x+5)(mx+n)$，利用 $f(x)$ 的最高次項係數為 2 可得 $m-1$

利用 $f(x)$ 的常數項為 10 可得 $n=-2$，即 $f(x)=(x-1)(2x+5)(x-2)=2x^3-x^2-11x+10$

得 $a=-1$，$b=-11$，故 $b-a=(-11)-(-1)=-10$。

D. 18

**難易度**：中

**出處**：第一冊第三章〈指數、對數函數〉

**目標**：對數式有意義的條件、及對數不等式的運算

**解析**：(1)對數式有意義的條件為「底數不為 1 的正實數」及「真數大於 0」

$$\Rightarrow\begin{cases}2x-5>0\\ x+2>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x>\dfrac{5}{2}\\ x>-2\end{cases}\Rightarrow x>\dfrac{5}{2}$$

(2)解對數不等式 $\log_{\frac{1}{3}}(2x-5)>-1+\log_{\frac{1}{9}}(x+2)$，首先將底數都先化成 $\dfrac{1}{9}$

$$\Rightarrow\log_{\frac{1}{9}}(2x-5)^2>\log_{\frac{1}{9}}\left(\frac{1}{9}\right)^{-1}+\log_{\frac{1}{9}}(x+2)\Rightarrow\log_{\frac{1}{9}}(4x^2-20x+25)>\log_{\frac{1}{9}}9(x+2)$$

$$\Rightarrow 4x^2-20x+25<9x+18\Rightarrow 4x^2-29x+7<0\Rightarrow(4x-1)(x-7)<0\Rightarrow\frac{1}{4}<x<7$$

由(1)、(2)可得 $\dfrac{5}{2}<x<7$，此不等式之整數解 $x=3$，4，5，6，故所求為 $3+4+5+6=18$。

E. 44

**難易度**：中

**出處**：第二冊第二章〈排列、組合〉

**目標**：窮舉法、重複組合

**解析**：假設筱曉點了 $x$ 顆高麗菜水餃、$y$ 顆韭菜水餃、$z$ 顆干貝水餃，$x+y+z=20$，$x$，$y$，$z$ 為非負整數

從㈰、㈪兩條件，可將點餐情形分為四種：

$(a)$只有點干貝水餃 ($x$，$y=0$，$z\geq 5$)：此時 $(x,y,z)=(0,0,20)$

$(b)$只有點高麗菜、干貝水餃 ($x\geq 5$，$y=0$，$z\geq 5$)：

即 $x+z=20$，$x\geq 5$，$z\geq 5$，此方程式有 $C_1^{10+1}=11$ 個非負整數解

$(c)$只有點韭菜、干貝水餃 ($x=0$，$y$，$z\geq 5$)：

即 $y+z=20$，$y\geq 5$，$z\geq 5$，此方程式有 $C_1^{10+1}=11$ 個非負整數解

$(d)$三種水餃都有點 ($x$，$y$，$z\geq 5$)：

即 $x+y+z=20$，$x\geq 5$，$y\geq 5$，$z\geq 5$，此方程式有 $C_2^{5+2}=21$ 個非負整數解

由以上討論，共有 $1+11+11+21=44$ 種點餐方式。

F. 11

**難易度**：中

**出處**：第二冊第二章〈排列、組合〉

**目標**：二項式定理的應用

**解析**：假設一包雷根糖中有 $n$ 種不同口味的糖果，$n$ 為正整數，則：

一次吃 1 顆有 $C_1^n$ 種口味

一次吃 2 顆有 $C_2^n$ 種口味

一次吃 3 顆有 $C_3^n$ 種口味

⋮

一次吃 $n$ 顆有 $C_n^n$ 種口味，共有 $C_1^n+C_2^n+C_3^n+\cdots\cdots+C_n^n$ 種口味

令多項式 $f(x)-(1+x)^n$，由二項式定理得 $f(x)-(1+x)^n-C_0^n+C_1^n x+C_2^n x^2+\cdots\cdots+C_n^n x^n$

當 $x=1$ 時，$f(1)=(1+1)^n=C_0^n+C_1^n\times 1+C_2^n\times 1^2+\cdots\cdots+C_n^n\times 1^n$

即 $2^n=C_0^n+C_1^n+C_2^n+\cdots\cdots+C_n^n\Rightarrow C_1^n+C_2^n+\cdots\cdots C_n^n=2^n-C_0^n=2^n-1$

又總共有 2000 多種口味，因此 $2000<2^n-1<3000\Rightarrow 2001<2^n<3001$

當 $n=10$ 時，$2^{10}=1024$

當 $n=11$ 時，$2001<2^{11}=2048<3001$

當 $n=12$ 時，$2^{12}=4096$，因此一包雷根糖中共有 11 種不同口味的糖果。

G. $\left(\dfrac{3}{4},\dfrac{3}{5}\right)$

**難易度**：中

**出處**：第二冊第四章〈數據分析〉

**目標**：能根據表格的資訊求出相關係數及迴歸直線

**解析**：設被墨汁滴到數字如下表所示：

| 成年人代號 | 甲 | 乙 | 丙 | 丁 | 戊 | 己 | 平均數 | 變異數 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 逛街時數 $X$ | 15 | 9 | 10 | $A$ | 12 | 6 | 10 | $B$ |
| 購物消費 $Y$ | 12 | 10 | 7 | 7 | $C$ | $D$ | 8 | $\dfrac{16}{3}$ |

$10=\dfrac{1}{6}(15+9+10+A+12+6)=\dfrac{1}{6}(52+A)\quad\therefore A=8$

逛街時數 $X$ 的變異數 $B=\dfrac{1}{6}\left[(15-10)^2+(9-10)^2+(10-10)^2+(8-10)^2+(12-10)^2+(6-10)^2\right]=\dfrac{25}{3}$

購物消費 $Y$ 的平均數 $8=\dfrac{1}{6}(12+10+7+7+C+D)=\dfrac{1}{6}(36+C+D)$，所以 $C+D=12$

購物消費 $Y$ 的變異數 $\dfrac{16}{3}=\dfrac{1}{6}\left[(12-8)^2+(10-8)^2+(7-8)^2+(7-8)^2+(C-8)^2+(D-8)^2\right]$

$\therefore (C-8)^2+(D-8)^2=10$

由 $C=12-D$ 帶入，得 $(4-D)^2+(D-8)^2=10\Rightarrow D=7$ 或 $5\quad\because C>D\quad\therefore C=7$，$D=5$

| 成年人代號 | $X$ | $Y$ | $X-\overline{X}$ | $(X-\overline{X})^2$ | $Y-\overline{Y}$ | $(Y-\overline{Y})^2$ | $(X-\overline{X})(Y-\overline{Y})$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 甲 | 15 | 12 | 5 | 25 | 4 | 16 | 20 |
| 乙 | 9 | 10 | $-1$ | 1 | 2 | 4 | $-2$ |
| 丙 | 10 | 7 | 0 | 0 | $-1$ | 1 | 0 |
| 丁 | 8 | 7 | $-2$ | 4 | $-1$ | 1 | 2 |
| 戊 | 12 | 7 | 2 | 4 | $-1$ | 1 | $-2$ |
| 己 | 6 | 5 | $-4$ | 16 | $-3$ | 9 | 12 |
| 總和 | 60 | 48 | | 50 | | 32 | 30 |

相關係數 $r=\dfrac{30}{\sqrt{50}\sqrt{32}}=\dfrac{3}{4}$；$Y$ 對 $X$ 的迴歸直線(最適合直線)斜率 $m=\dfrac{30}{50}=\dfrac{3}{5}$，

故數對 $(r\,,m)=\left(\dfrac{3}{4}\,,\dfrac{3}{5}\right)$

H. $\dfrac{5}{9}$

**難易度**：難

**出處**：第二冊第三章〈機率〉

**目標**：透過分類討論，利用加法與乘法原理計算事件發生的機率

**解析**：令 $A$ 表院長，$B$ 表小欣，$C$ 表小亞

$ABC$ 三位獸醫一週內上班五日，休假兩日，且休假恰有一天為週末

$ABC$ 三人在週末值班的情形共 $2^3-2=6$ 種

$ABC$ 三人在週一至週五值班的情形共 $(C_4^5)^3-C_1^5=120$ 種

總情形共 120x6＝720 種

$BC$ 至少同一天休假：

$(C_1^5\times C_3^4 \times 6)+(C_1^2\times 120)-(C_1^5\times C_3^4\times C_1^2)=120+240-40=320$

$BC$ 不在同一天休假的機率為 $1-\dfrac{320}{720}=\dfrac{400}{720}=\dfrac{5}{9}$。

〈另解〉

每位獸醫師恰在週末休假一天，週一到週五休假一天且每天至少有一位獸醫師值班看診，週末(即週六或週日)排假有 6 種狀況，其中小欣和小亞不在同一天休假有 4 種狀況。

| 週六 | 週日 |
|---|---|
| 小欣，小亞 | 院長 |
| 小亞，院長 | 小欣 |
| 院長，小欣 | 小亞 |
| 院長 | 小欣，小亞 |
| 小欣 | 小亞，院長 |
| 小亞 | 院長，小欣 |

週一到周五每位醫師各有一天休假且三人不得在同一天休假，

排假共有 $5^3-5=120$ 種狀況

其中小欣和小亞不在同一天休假有 5x4x5＝100 種狀況

則小欣和小亞兩位獸醫師不在同一天休假的機率為 $\dfrac{4\times 100}{6\times 120}=\dfrac{5}{9}$