

# 全國公私立高中第二次模擬考(108-W2)



## 第壹部分：選擇題（占 65 分）

### 一、單選題（占 30 分）

1. 已知有一數列  $\langle p_n \rangle$  滿足  $p_1 = 1$ ， $p_{n+1} = \frac{-p_n}{\frac{p_n}{2} + 1}$ ， $n \geq 1$ ，試求  $p_{2021} - p_{2020}$  之值為何？
- (1)  $\frac{1}{3}$     (2)  $\frac{2}{3}$     (3)  $\frac{4}{3}$     (4)  $\frac{5}{3}$     (5)  $\frac{7}{3}$

2. 已知某電視節目進行益智問答的遊戲，試題共有 4 題單選題，每題答對得 25 分，答錯倒扣 7 分，且未作答者視為答錯。比賽結束成績公布，並知道每題的答對率如下表：

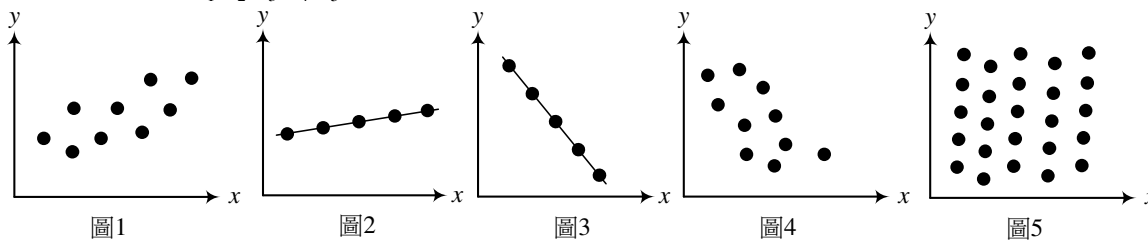
考題順序	1.	2.	3.	4.
答對率	60%	K%	90%	50%

假設參加這次益智遊戲電視節目的全體觀眾平均成績為 60 分，試求 K 值為下列何者？

- (1) 75    (2) 78    (3) 81    (4) 84    (5) 87
3. 世界各國發現亞洲某城市在過去四年的經濟活動蓬勃發展，因此特別觀摩研究此城市的經濟成長率，想要作為將來國家努力的參考，而這四年的經濟成長率依序為 50%、50%、92%、143%。試求這四年來該城市的平均經濟成長率最接近下列哪一個選項？
- (1) 80%    (2) 81%    (3) 82%    (4) 83%    (5) 84%
4. 假設哆啦 A 夢百寶箱中有紫色水晶球 5 個、紅色水晶球 6 個、以及黃色水晶球 8 個，每個水晶球的大小與形狀、材質皆相同。有趣的是每次抽到紫色水晶球、紅色水晶球或是黃色水晶球時，百寶箱就分別變出 100 元、50 元及 10 元。現在大雄從百寶箱中隨機一次抽出 2 球，假設箱中每一球被取出的機率均等，試求此百寶箱會變出總金額小於 100 元的機率為下列哪個選項？
- (1)  $\frac{153}{342}$     (2)  $\frac{76}{171}$     (3)  $\frac{173}{342}$     (4)  $\frac{91}{171}$     (5)  $\frac{253}{342}$
5. 小賴和車商相約到車展觀賞並購買新車，展場上有 2018~2019 年亞洲暢銷的五種車款供小賴級客人自由觀賞試車，其分別為 ALTIS、CR-V、SIENTA、YARIS 和 HR-V。如果車展上擺放新車的展場空間最多只能擺放 31 臺，那麼在車商要求此展場必須擺滿的前提下，展場上的五種車款都分別至少 3 臺以上，且皆為奇數臺。假設此五種暢銷車款在倉庫的庫存皆足夠供應車展的要求，試求此展場空間擺放這五種車款的方法共有幾種？
- (1) 428    (2) 462    (3) 495    (4) 539    (5) 568
6. 已知  $1.01^3 + 1.02^3 + 1.03^3 + \dots + 1.20^3$  之值為  $S$ ，因為小數點以下位數太多，所以小華只計算至小數點以下第二位(第三位四捨五入)，假設他計算無誤，則小華所求的  $S$  值最接近下列哪個選項？
- (1) 19.98    (2) 21.53    (3) 23.28    (4) 25.37    (5) 27.21

### 二、多選題（占 35 分）

7. 已知有 5 個散布圖， $X$  與  $Y$  的相關係數由左至右依照順序分別為  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5$ ，如圖 1~5 所示。則關於  $r_1, r_2, r_3, r_4, r_5$  的大小關係，試選出正確的選項。

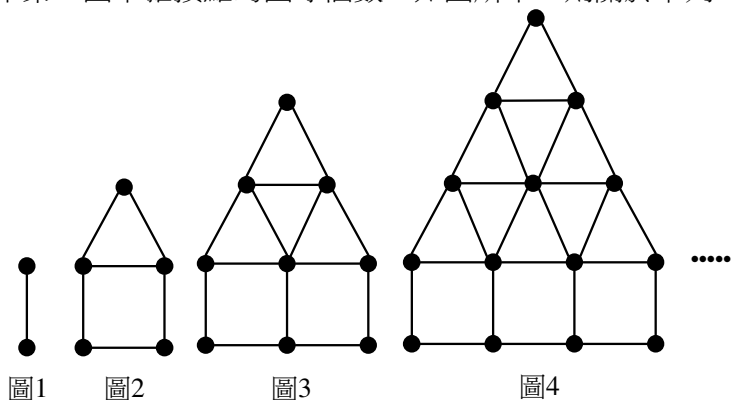


- (1)  $r_2 > r_3 > r_1 > r_5$     (2)  $r_1 > r_3 > r_4 > r_5$     (3)  $r_2 > r_1 > r_4 > r_3$

- (4)  $r_1 > r_2 > r_3 > r_4$     (5)  $r_2 > r_3 > r_4 > r_3$
8. 設各項都是實數的等差數列  $h_1, h_2, h_3, \dots$  之公差為正實數  $t$ 。試選出正確的選項。
- (1) 若  $j_n = h_n - 0.6$ ，則  $j_1 > j_2 > j_3 > \dots$     (2) 若  $k_n = -0.6h_n$ ，則  $k_1 > k_2 > k_3 > \dots$
- (3) 若  $l_n = h_n^2 + 6$ ，則  $l_1 < l_2 < l_3 < \dots$
- (4) 若  $m_n = h_n - h_{n+1}$ ，則  $m_1, m_2, m_3, \dots$  是公差為  $t$  的等差數列
- (5) 若  $p_n = 3h_n + 2020$ ，其中  $p_1, p_2, p_3, \dots$  的標準差為  $\sigma$ ，則  $h_1, h_2, h_3, \dots$  的標準差為  $\frac{\sigma}{3}$
9. 現有 12 種不同星座的蛋糕各一個，要分給小惠、小英、小喬三人，規則是有人可全拿或不拿，但蛋糕必須全分完。則關於下列蛋糕的分法，試選出正確的選項。
- (1) 若小惠、小英、小喬三人平分 12 種蛋糕，則分法有  $\frac{C_4^{12} C_4^8}{2!}$  種
- (2) 若小惠得到 6 種，小英得到 3 種，小喬得到 3 種蛋糕，則分法有  $C_6^{12} C_3^6$  種
- (3) 若 12 種不同的蛋糕全部任意分給 3 人，則小惠只得 2 種蛋糕的分法有  $132 \cdot 2^{10}$  種
- (4) 若 12 種不同的蛋糕全部任意分給 3 人，則小英至少得到 2 種蛋糕的方法有  $3^{12} - 7 \cdot 2^{12}$  種
- (5) 若 12 種不同的蛋糕全部任意分給 3 人，則小英、小喬各至少得到 1 種蛋糕的方法有  $3^{12} - 8190$  種
10. 假設選舉票箱中有 18 張格式一模一樣投過的選票其中只有 1 張無效票(廢票)，其餘為有效票，有效票包括 9 張圈選「劉邦」的選票及 8 張圈選「項羽」的選票。如今完成投票，選委會工作人員將彌封的票箱開箱並進行開票(取後不放回)，則關於以下開票過程的各項機率，試選出正確的選項。
- (1) 開票第一張取到圈選「劉邦」選票的機率為  $\frac{9}{17}$
- (2) 開票第二張取到圈選「劉邦」選票的機率為  $\frac{1}{2}$
- (3) 在開票第二張取到「劉邦」選票的條件下，第一張取到「項羽」選票的機率為  $\frac{8}{17}$
- (4) 在開票第二張取到「劉邦」選票的條件下，第一張取到「無效票」選票的機率為  $\frac{1}{18}$
- (5) 在開票第一張與第二張皆取到「劉邦」選票的條件下，第三張取到「項羽」選票的機率為  $\frac{1}{2}$
11. 已知小明在計算數學作業  $(kx + \frac{1}{x^3})^7$  展開式中，發現  $x^{-1}$  項的係數為  $-672, k \in R$ 。關於此二項式展開的各項係數，試選出正確的選項。
- (1)  $k$  值為  $-3$     (2)  $(kx + \frac{1}{x^3})^7$  展開式中， $x$  項的係數為 672
- (3)  $(kx + \frac{1}{x^3})^7$  展開式中， $x^3$  項的係數為 448
- (4)  $(kx + \frac{1}{x^3})^7$  展開式中， $x^{-5}$  項的係數為 560
- (5)  $(kx + \frac{1}{x^3})^7$  展開式中，常數項的係數為  $-243$

12. 某知名美食企業舉辦大胃王比賽，參賽者們要在規定時間內吃完 32 個雞塊才能拿獎金，其中大綸已報名參加，他的「比賽策略」是每一次口中只放 3 個或 4 個雞塊，一直到雞塊吃完為止。假設參賽者桌上雞塊的大小形狀及口感皆相同，且大綸最後有拿到獎金，則關於他口中的雞塊個數在比賽過程中之分配情形，試選出正確的選項。
- (1) 若大綸每次口中雞塊個數都是 4 個，則比賽過程中的分配情形有 8 種
  - (2) 若大綸口中雞塊個數是 3 個的只有 8 次，其餘各次口中雞塊個數皆為 4 個，則比賽過程中的分配情形有 38 種
  - (3) 若大綸口中雞塊個數是 3 個的只有 4 次，其餘各次口中雞塊個數皆為 4 個，則比賽過程中的分配情形有 126 種
  - (4) 若大綸的「比賽策略」不變，則比賽過程中的所有分配情形共有 172 種
  - (5) 若大綸的「比賽策略」不變，但他累積吃到第 20 塊完成時必須喝水喘息，則他在規定時間內吃完 32 個雞塊的所有分配情形共有 32 種
13. 已知有一益智公司研發用單位長的塑造條黏接如下一系列的房屋平面側視圖，圖中的小圈圈「●」表示黏接點的圓球，圖 1 有 2 個黏接點，圖 2 有 5 個黏接點，圖 3、圖 4……依此規律，假設  $p_n$  表示第  $n$  圖中黏接點的圓球個數，如圖所示，則關於下列狀況，試選出正確的選項。

- (1)  $p_5 = 20$
- (2)  $p_8 = p_7 + 8$
- (3)  $p_n = p_{n-1} + \frac{n(n+1)}{2}$
- (4)  $p_n = \frac{n^2}{2} + 3n$
- (5)  $p_{98} = 4949$



**第貳部分：選填題（占 35 分）**

- A. 假設  $M, N$  表示兩個獨立事件，已知  $P(M) = \frac{1}{4}$ ， $P(M \cap N) = \frac{1}{14}$ ，其中  $P(M') = 1 - P(M)$ ，則  $P(N \cap M')$  之值為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)
- B. 設有一等比級數第 1 項到第 28 項的和為 142，第 5 項到第 32 項的和為 568，其中各項皆為正數，則此等比級數第 8 項到第 55 項的和為\_\_\_\_\_。(化為最簡根式)
- C. 已知桌上有編號 1 號，2 號，3 號，4 號，……，13 號的大小、形狀、材質及顏色皆相同之圓球各一球，現在由小冰一次任意選取三顆球，則此三球編號之乘積為偶數的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

- D. 已知某知名企業舉辦新春聯歡晚會共有 12 個節目，主辦單位將其分配給 4 個不同的舞蹈表演、3 個不同的歌唱表演、2 個不同獎品的摸彩活動、2 個相聲表演及 1 個民俗表演，共五種類型。如果除了摸彩活動必須分開之外，其他相同類型的節目要相鄰，且 2 個的相聲表演分(上)(下)集，順序不能對調。關於以上表演順序的限制，則晚會 12 個節目共有\_\_\_\_\_種方式呈現。
- E. 假設有一組資料  $P$  表示某次數學的段考成績，其算術平均數  $\mu_p = 55$ ，標準差  $\sigma_p = 5$ ，然而，因為某大題的題目有誤，老師決定調整成績，其方式是透過另一組新的變量  $Q$  表示調整後的成績，其與變量  $P$  的數據資料間滿足下列式子： $Q = \frac{6 \times (P - 2\mu_p)}{\sigma_p} + 132$ ，而變量  $Q$  的算術平均數  $\mu_Q$ ，標準差  $\sigma_Q$ 。假設老師想要定義調整成績後的高分群分數的位置，而令  $T = \mu_Q + 2\sigma_Q$ ，則  $T$  值=\_\_\_\_\_。
- F. 知名樂團 BTS 在 2018 年舉辦世界巡迴演唱會，演唱會地點包含美洲、歐洲、亞洲區，此三區門票銷售數量分別為占總銷售量的  $\frac{1}{4}$ 、 $\frac{1}{10}$ 、 $\frac{13}{20}$ 。假設入場美洲區演唱會的 24% 粉絲、歐洲區演唱會的 25% 粉絲和亞洲區演唱會的 30% 粉絲有機會獲得 BTS 簽名紀念 T 恤。小杰有事無法參加演唱會，欲由網路購買一件此紀念 T 恤，且假設每位拿到紀念 T 恤的粉絲會在網路轉售的機率均等，則買到的 T 恤是來自亞洲區粉絲轉售的機率為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)
- G. 已知  $(X, Y)$  有 21 組數據： $(x_1, y_1), (x_2, y_2), (x_3, y_3), \dots, (x_{21}, y_{21})$  滿足以下式子：  
 $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_{21} = 105$ ， $y_1 + y_2 + y_3 + \dots + y_{21} = 147$ ，其中  $x_i, i = 1, 2, 3, \dots, 21$  的標準差  $\sigma_x = 6$ ，且  $y$  對  $x$  的迴歸直線斜率為  $\frac{5}{7}$ ，則  $x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 + \dots + x_{21}y_{21}$  之值為\_\_\_\_\_。

**RA282 全國公私立高中第二次模擬考(108-W2) 參考答案**

選擇題：1. (4) 2. (1) 3. (1) 4. (2) 5. (3) 6. (5) 7. (3)(5) 8. (2)(5) 9. (2)(4)

10. (2)(3)(5) 11. (3)(4) 12. (3)(4)(5) 13. (1)(5)

選填題：A.  $\frac{3}{14}$  B.  $1136\sqrt{2}$  C.  $\frac{251}{286}$  D. 69120 E. 78 F.  $\frac{39}{56}$  G. 1275