

109 學科能力測驗第三次模擬考(文昌 W3)

第壹部分：選擇題（占 65 分）



RA284

一、單選題（占 35 分）

1. n 是自然數，且 $n < 31$ ，則 $(31-n)(32-n)(33-n)\cdots(40-n)$ 等於下列哪一個選項？
(1) P_{31-n}^{40-n} (2) P_{10}^{40-n} (3) P_{10}^{31-n} (4) C_{10}^{40-n} (5) C_{31-n}^{40-n}
2. 設 $3^a = \frac{1}{\pi}$ ，試選出正確的選項。
(1) $0 < a < 1$ (2) $-1 < a < 0$ (3) $-2 < a < -1$ (4) $-3 < a < -2$ (5) $a < -3$
3. 某青年活動中心的二樓客房比三樓客房少 5 間，若小明全班共 48 人安排入住二樓客房，每間住 4 人，房間不夠；每間住 5 人，又如果都安排入住三樓客房，每間住 3 人，房間不夠；每間住 4 人，有的房間未住滿。有的房間未住滿。請問此青年活動中心的二樓和三樓共有幾間客房？ (1) 18 (2) 20 (3) 25 (4) 28 (5) 30
4. 一袋中有 2 顆白球 2 顆黑球，現自袋中連續取球 2 次，每次一球且取後不放回。若沒有看見第一次取出球的顏色，只知第二次取出的球是白球。在第二次取出的球是白色的條件下，設第一次取出的球是白球或黑球的機率分別為 p_1 和 p_2 ，試選出正確的選項。
(1) $p_1 > \frac{1}{2}$ (2) $p_2 < \frac{1}{2}$ (3) $p_1 + p_2 > 1$ (4) $p_1 = p_2$ (5) $p_1 < p_2$
5. 已知一數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 n 項和 $S_n = \frac{\pi}{12}(2n^2 + n)$ ，試選出正確的選項。
(1) $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，且公差大於 a_1 (2) $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，且公差小於 a_1
(3) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且公比大於 a_1 (4) $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，且公比小於 a_1
(5) $\langle a_n \rangle$ 不是等差數列，也不是等比數列
6. 某校高一共有 6 個班級，學校安排 3 位國文老師任教這 6 個班級的國文課，如果每人教 2 個班，則學校共有多少種不同的安排方法？
(1) 15 (2) 30 (3) 60 (4) 90 (5) 180
7. 已知四次多項式 $f(x) = 3x^4 - ax^3 - bx - 2$ ， a, b 是實數。試選出正確的選項。
(1) $f(x) = 0$ 只有一個實根 (2) $f(x) = 0$ 恰有二個實根 (3) $f(x) = 0$ 沒有實根
(4) $f(x) = 0$ 至少有二個實根 (5) $f(x) = 0$ 至少有二個虛根

二、多選題（占 30 分）

8. 將一次函數 $f(x) = 5x - 2$ 沿著和 x 軸、 y 軸平行的方向都平移 k 單位後 ($k > 0$) 可以得到另一個一次函數 $g(x) = 5x + 7$ ，則下列選項何者為 k 的可能值？
(1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{5}{2}$ (3) $\frac{9}{4}$ (4) $\frac{7}{4}$ (5) $\frac{5}{4}$
9. 研究人員為比較兩種不同教學方式的成效差異，分別對 A、B 兩組各 10 位學生進行實驗。實驗後兩組學生接受測驗的成績如下

A組	76	76	78	79	80	80	82	83	84	85
B組	70	72	75	76	80	81	84	84	87	88

針對這些數據進行分析，試選出正確的選項。

- (1) A 組學生的成績算術平均數比 B 組學生高 (2) A 組學生的成績標準差比 B 組學生大
- (3) A 組學生的成績中位數比 B 組學生大 (4) A 組學生的成績全距比 B 組學生大
- (5) A、B 兩組共 20 位學生的成績算術平均數等於 80

10. 已知三次多項式 $f(x) = x^3 + (b^2 - 8b)x^2 - 7bx - 5b - 22$ ， b 為整數。小明利用綜合除法進行 $f(x) \div (x-b)$ 的運算過程如下：

$$\begin{array}{r|rrrr} 1 + (b^2 - 8b) + (-7b) + (-5b - 22) & b & & & \\ \hline & a_1 & a_2 & a_3 & \\ 1 & b_1 & b_2 & +2 & \end{array}$$

試選出正確的選項。

- (1) $a_1 = 6$ (2) $a_2 = a_3$ (3) $a_2 = 8a_1$ (4) $a_3 = 8b_2$ (5) $b = b_1 + b_2$
11. 某公司生產醫用口罩，每 50 片為一包。某國家向該公司訂購醫用口罩，為防止不良品充斥，該國規定的檢驗程序如下：「在交貨的每一包 50 片醫用口罩中，隨意抽取 2 片檢驗，若 2 片均合格，則整包均接受，否則整包退貨。」假設某公司生產的某一包口罩中有 5 片不合格品，今將此包口罩出貨給此國家，根據上述資料，試選出正確的選項。

- (1) 將此包口罩任取 2 片檢驗，被退貨的機率為 $\frac{C_2^5 + C_1^5 C_1^{45}}{C_2^{50}}$
- (2) 將此包口罩任取 2 片檢驗，被退貨的機率為 $1 - \frac{C_2^{45}}{C_2^{50}}$
- (3) 將此包口罩任取 2 片檢驗，被退貨的機率為 $\frac{5}{50} \times \frac{4}{49} + \frac{5}{50} \times \frac{45}{49}$
- (4) 若今有另包口罩欲交貨給該國，而公司希望此包口罩被退貨的機率控制在 10 % 以內，則其不合格品最多允許 2 片
- (5) 若今有另包口罩欲交貨給該國，而公司希望此包口罩被退貨的機率控制在 10 % 以內，則其不合格品最多允許 3 片

12. 某一實驗測得 20 組樣本點 (x_1, y_1) 、 (x_2, y_2) 、 $\dots$ 、 (x_{20}, y_{20}) ，已知 $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{20} x_i}{20} = 20$ ，

$\bar{y} = \frac{\sum_{i=1}^{20} y_i}{20} = 45$ ，利用最小平方法求得 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = ax + b$ 。若

$\sum_{i=1}^{20} (y_i - ax_i - b)^2 = 0$ ，且 $(x_1, y_1) = (30, 40)$ ，試選出正確的選項。

- (1) x 與 y 的相關係數等於 1 (2) $a = -1$ (3) $b = 55$ (4) x 的標準差大於 y 的標準差
- (5) 若 $x'_i = 2x_i + 3$ ， $y'_i = -3y_i + 2$ ， $i = 1, 2, 3, \dots, 20$ ，則數據 (x'_i, y'_i) 的迴歸直線斜率為 $\frac{3}{4}$
13. 若實數 x, y, m 滿足 $|x - m| < |y - m|$ ，則稱 x 比 y 接近 m 。試選出正確的選項。
- (1) $\sqrt{2}$ 比 2 接近 $\sqrt{3}$ (2) $\log 4$ 比 $\log 2$ 接近 $\log 3$ (3) $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{2}}$ 比 $(\frac{1}{2})^{-\frac{1}{2}}$ 接近 1
- (4) 3 比 2 接近 $(1.1)^{10}$ (5) 若 $x^4 - 1$ 比 15 接近 0，則 x 的範圍為 $-2 < x < 2$

第貳部分：選填題（占 35 分）

- A. 數線上 A, B, C 三點的坐標依序為 $\log \frac{7}{24}$ ， $\log \frac{7}{3}$ ， $\log \frac{28}{3}$ ，則 $\frac{\overline{AB}}{\overline{BC}} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

(化為最簡分數)

- B. $\{a_n\}$ 為等比數列，若 $a_2 \cdot a_5 = -972$ ， $a_1 + a_6 = -484$ ，已知公比 r 滿足 $-1 < r < 0$ ，則 $a_{11} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)
- C. 某飯店欲增建一座容積為800立方公尺且深度為2公尺的長方體游泳池，如果池底每平方公尺的造價為2萬元，池壁每平方公尺的造價為1萬元，則這座游泳池的最低總造價為 萬元。
- D. 樂樂百貨公司今年的餐飲部門營業額占全公司總營業額的20%，公司訂出明年的經營目標如下：「總營業額必須比今年增加10%，且餐飲部門營業額必須占總營業額的22%」，為了達到此目的，明年餐飲部門營業額應該比今年增加 %。
- E. 研究機構研發了一種快篩試劑能快速的篩檢民眾是否感染新冠病毒，該機構宣稱此快篩試劑的準確率為80%。今有某地區人民接受此試劑檢查後顯示有受到感染者，最終證實其中有 $\frac{6}{7}$ 的居民實際上是沒有受到感染的。該區居民在未篩檢前已受到新冠病毒感染的比例是 。(化為最簡分數)
- ※所謂快篩試劑的準確率為80%的意思是「受到感染者被檢驗出確實感染的準確度為80%，而未受到感染者被檢驗出沒被感染的準確度亦為80%」。
- F. m, n 是正整數，若 $f(x) = (1+x)^m + (1+x)^n$ 中， x 項係數為11，則 $f(x)$ 的 x^2 項係數最小值等於 。
- G. 11名划船選手中，有5名只會划右舷，4名只會划左舷，其餘2名左右舷都會划。現從會划右舷的選手中選4人在右舷，會划左舷的選手中選4人在左舷，則共有 種不同的選手組合。（只考慮選手就位，左右舷不再區分順序）

RA284 109 學科能力測驗第三次模擬考(文昌 W3)

參考答案

選擇題：1. (2) 2. (3) 3. (3) 4. (5) 5. (1) 6. (4) 7. (4) 8. (1)(3) 9. (1)(5)
10. (2)(3)(4) 11. (1)(2)(4) 12. (3)(4)(5) 13. (2)(3)(4)(5)

選填題：A. $\frac{3}{2}$ B. $\frac{-2}{243}$ C. 960 D. 21 E. $\frac{1}{25}$ F. 25 G. 185