

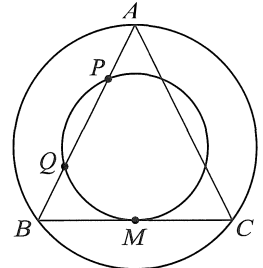
新北基高級中等學校 110 學年度學科能力測驗聯合模擬考 (110-E2)



第壹部分：選擇題（占 85 分）

一、單選題（占 25 分）(1~5 每題 5 分)

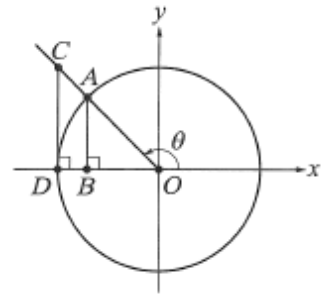
- 下列五名且數據，哪一組數據的標準差最小？
 (1) 2, 3, 4, 5, 6 (2) $1, \frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3$ (3) 20, 30, 40, 50, 60
 (4) 201, 302, 403, 504, 605 (5) 199, 200, 200, 200, 201
- 美美規劃高三總複習的進度，在接下來連續六天中，有三天要安排國文、英文和數學三種課程各一天，且此三種課程不能連續排在相鄰三天(但安排兩課程相鄰是可以的，例如國文、英文排在第一天及第二天，數學只要不排在第三天即可)。若不論剩餘三天是否安排課程，請問安排課程的方法有幾種？
 (1) 24 種 (2) 72 種 (3) 84 種 (4) 96 種 (5) 120 種
- 有一個 5 行 5 列共 25 個格子，名為「一加一」的方形戳戳樂遊戲，其中有 20 格裡面有 60 元，1 格裡面有 150 元，其餘 4 格裡面無金額？只註明：「下次運氣會更好」。假設每一格被戳中的機會都相同，玩一遍可以戳相異兩格？請問玩一遍這個戳戳樂遊戲獲得金額的期望值為何？
 (1) 126 元 (2) 112 元 (3) 108 元 (4) 104 元 (5) 100 元
- 如右圖，兩個同心圓，大圓半徑為 5，小圓半徑為 3，大圓有一內接三角形 ABC ，其中 $\overline{AB} = \overline{AC}$ ， \overline{BC} 切小圓於 M ，且 \overline{AB} 交小圓於 P 、 Q 兩點，試求 \overline{PQ} 的長度為何？
 (1) $2\sqrt{6}$ (2) 2 (3) $2\sqrt{3}$ (4) 4 (5) $2\sqrt{5}$
- 1977 年地震學家金森博雄教授制定了「地震矩規模(M_w)」，用於估計規模較大的地震(3.5 級以上)，其計算公式為 $M_w = \frac{2}{3} \log M_0 - 10.73$ ，其中 M_0 為地震矩，表示地震所釋放的能量，單位為焦耳(牛頓-公尺)。已知一個直徑 100 公里，以秒速 25 公里撞擊地球的石質隕石，撞擊地球時，所引發的地表毀滅級地震的地震矩規模約 10 級，請問此地震所釋放的能量，與 2010 年 2 月 27 日發生於智利，地震矩規模為 8.8 級的地震所釋放的能量，前者是後者的幾倍？選出最接近的數值。
 (1) 60 倍 (2) 90 倍 (3) 120 倍 (4) 150 倍 (5) 180 倍



二、多選題（占 30 分）(6~11 每題 5 分)

- 下列指數的敘述，哪些選項是正確的？
 (1) $(-3)^{-2} \cdot 5^{-2} = \frac{1}{225}$ (2) $(2^{\sqrt{6}}) \cdot (2^{\sqrt{6}}) = 64$ (3) $(\frac{1}{2})^{\frac{1}{3}} < (\frac{1}{3})^{\frac{1}{2}}$
 (4) $2^{1.301} + 2^{2.699} > 2^3$ (5) $7^{100} + 6^{100} > 8^{100}$
- 若數列 $\{a_n\}$ 滿足遞迴式 $a_1 = 2, a_n = a_{n-1} + 2^n (n \geq 2)$ ， n 為正整數，則下列哪些選項正確？
 (1) $a_2 = 4$ (2) $a_3 = 14$ (3) $\{a_n\}$ 為等比數列
 (4) $a_n = \begin{cases} 2, n=1 \\ 2+2^2+\dots+2^{n-1}, n \geq 2, n \text{ 為正整數} \end{cases}$ (5) 一般項 $a_n = 2^{n+1} - 2$
- 設 $y = f(x)$ 為二次實係數多項式函數且 $f(x) = 0$ 沒有實數解，則下列哪些選項正確？
 (1) $f(0)$ 恆正 (2) $f(1)$ 和 $f(2)$ 的乘積必定為正數 (3) 不等式 $f(x) > 0$ 的解為任意實數
 (4) 不等式 $f(x) \cdot (x+3)(x-4) < 0$ 的解為 $-3 < x < 4$
 (5) 不等式 $(f(x))^2 \cdot (x+3)(x-4) < 0$ 的解為 $-3 < x < 4$

9. 如右圖，在坐標平面上，廣義角 $\theta (90^\circ < \theta < 180^\circ)$ 的頂點為原點 O ，始邊為 x 軸正向，終邊與單位圓交於 A 點， \overline{AB} 垂直於 x 軸， C 點為終邊上另一點， \overline{CD} 和單位圓相切於 D 點，其中單位圓為半徑等於 1 的圓，則下列哪些選項正確？



- (1) A 點坐標為 $(-\cos \theta, \sin \theta)$ (2) $\overline{OB} = \cos(180^\circ - \theta)$
 (3) $\triangle OAD$ 的面積為 $\frac{\sin \theta}{2}$ (4) $\triangle OCD$ 的面積為 $\frac{\tan \theta}{2}$
 (5) $\frac{\overline{AB}}{\overline{CD}} = -\cos \theta$

10. 已知三次實係數多項式 $f(x) = a(x+2)^3 + 2(x+2) + 16$ 且 $f(0) = 4$ ，則下列哪些選項正確？
 (1) $a < 0$ (2) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(-2, 16)$
 (3) $y = g(x) = x^3 + 2x + 16$ 的圖形向右平移 2 個單位可得到 $y = f(x)$ 的圖形
 (4) $y = f(x)$ 的圖形在 $x = -2$ 附近的近似直線斜率為 2
 (5) $f(-2.01) \approx 16.02$ (四捨五入至小數點後第二位)

11. 臺灣人口簡史如下：西元 1683 年明鄭時期結束後約有 20 萬人(漢人部分)，之後清朝為了降低鄭氏家族的影響力，大量移民來臺。甲午戰爭後日本統治臺灣，西元 1900 年左右調查統計臺灣地區人口約為 300 萬人，1940 年約為 500 萬人。隨著國民政府遷臺後，經濟起飛加上戰後嬰兒潮，西元 1960 年臺灣人口達到約 1000 萬人，西元 1970 年與 1980 年人口普查分別為 1400 萬及 1800 萬人。小民想建立一條迴歸(最適)直線，描述西元 1900 年到 1980 年的臺灣人口數，其中對應的 x 坐標為自西元 1900 年起 ($x = 0$)，每 10 年為 1 單位，對應的 y 坐標為每 100 萬人為 1 單位，將數據依照下表化簡。

年度	1900	1940	1960	1970	1980
對應 x 坐標	0	4	6	7	8
人數	300 萬人	500 萬人	1000 萬人	1400 萬人	1800 萬人
對應 y 坐標	3	5	10	14	18
點坐標 (x, y)	(0,3)	(4,5)	(6,10)	(7,14)	(8,18)

計算後得到迴歸(最適)直線 $y = a + bx$ 與相關係數 r ，下列敘述哪些正確？

- (1) $r > 0.9$ (2) $a > 1$ (3) $b > 2$
 (4) 以迴歸(最適)直線估計 1950 年臺灣人口為 900 萬人
 (5) 以迴歸(最適)直線估計 2000 年臺灣人口為 1900 萬人

三、選填題 (占 30 分) (12~17 每題 5 分)

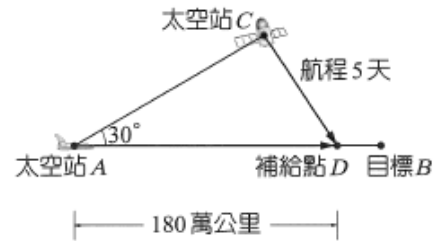
12. 設 k 為整數，已知 $\frac{k}{10} < \sqrt{11 - 6\sqrt{2}} < \frac{k+1}{10}$ ，則 $k = \underline{\hspace{2cm}}$ 。

13. 試求聯立不等式 $\begin{cases} 3x + 2y \geq 14 \\ 18x + 11y \leq 120 \\ 2x - y \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ 所圍成區域的面積為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

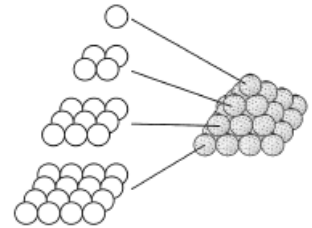
14. 某火車站為了配合新冠肺炎防疫工作，乘客於候車座位入座時需要保持社交距離，有劃記 \times 的不能入座，座位表如右，只有 18 個座位能入座。今甲、乙兩人選取不同行不同列的方式入座，則有 $\underline{\hspace{2cm}}$ 種入座方式。

	\times		\times		\times	
\times		\times		\times		\times
	\times		\times		\times	
\times		\times		\times		\times
	\times		\times		\times	

15. 某國計畫派遣一艘太空船，以每天 18 萬公里的速度從太空站 A 直線飛往目標 B ，出發前發現需要一項新儀器，所以請距離 150 萬公里的太空站 C 派遣補給太空船於第 5 天出發，預計在第 10 天於補給點 D 交貨。已知從太空站 A 看來，目標 B 與太空站 C 之間的視角為 30° ($\angle CAB = 30^\circ$)，請問從太空站 C 出發的補給太空船的平均速度應每天前進_____萬公里，才能順利於補給站 D 交貨。(取最接近整數)



16. 為了防止客人挑揀損壞水果，某賣場堆放橘子成為四角錐形，如右圖，第一層 1 個，第二層 4 個，第三層 9 個，……，依序增加。經理一次買進二十箱外觀大小相同的橘子，每箱 80 個，若不考慮橘子毀損，這樣的疊法最高可以堆_____層。



17. 擲一顆公正骰子 4 次，若點數分別為 a 、 b 、 c 、 d ，則 $(a-b)^2 + |(b-c)(c-d)| = 0$ 的機率為_____。(化為最簡分數)

第貳部分：混合題（占 15 分）

第 18. 至 20. 題為題組

翰翰買了一臺新的無人機，想要測試這臺無人機的性能，他發現自己就讀的大學學區恰好在可使用的航空領域內。如右所示，這張地圖的比例尺為 100 公尺，並以大學宿舍頂樓為原點 $O(0,0)$ 建立直角坐標系。圖中的位置坐標均以 100 公尺為 1 單位標示。翰翰操控此無人機從宿舍頂樓 $O(0,0)$ 出發，直線前進到藝術村 $P(-3,4)$ ，發現就是這臺無人機最遠可操控的距離了。試回答下列問題：



18. 請問翰翰操控的無人機從宿舍頂樓 O 出發後，還可以到達哪些地點？(多選題，4 分)
 (1) 夜市 (2) 市場 (3) 行政中心 (4) 捷運站 (5) 市立圖書館
19. 基於飛行安全與國防考量的理由，有些區域會設立禁航區，禁止未經申請許可的飛行器飛入該空中區域。若翰翰就讀的大學學區之禁航區恰為學校旁道路的右側，該道路在地圖中為通過 $(2,11)$ 與 $(4,-3)$ 這兩點的直線，以虛線所表示。請問實際上翰翰的無人機從宿舍頂樓 $O(0,0)$ 出發，最遠可操控的範圍面積為多少平方公尺？(5 分)
20. 小林是翰翰的好友，他打算操作另一臺無人機從河濱空地 $F(-6,0)$ 上方，以直線飛行的方式往翰翰就讀的學校方向飛去，請問小林的無人機行經路線，其斜率 m 在哪個範圍時，有可能會跟翰翰的無人機相遇？(6 分)

RA287 新北基高級中等學校 110 學年度學科能力測驗聯合模擬考(110-E2)

參考答案

選擇題：1. (5) 2. (4) 3. (3) 4. (4) 5. (1) 6. (1)(4) 7. (2)(5) 8. (2)(5) 9. (2)(3)(5)
10. (1)(2)(4) 11. (1)(5)

選填題：12. 15 13. $\frac{32}{3}$ 14. 228 15. 18 16. 16 17. $\frac{11}{216}$

混合題：18. (3)(5) 19. $187500\pi+125000$ 平方公尺 20. $-\frac{5\sqrt{11}}{11} \leq m \leq \frac{5\sqrt{11}}{11}$