

全國公私立 111 學年度第二次學測模擬考

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 25 分)

- 已知絕對值不等式 $|ax+b| \leq 1$ 的解為 $\sqrt{4-\sqrt{12}} \leq x \leq \sqrt{4+\sqrt{12}}$ ，則 $\frac{b}{a}$ 之值最接近下列哪個整數？ (1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2
- 已知圓 Γ 的圓心為 $A(5, 5)$ ，且通過點 $B(2, 6)$ ，若直線 $y=mx$ 與圓 Γ 相交 P 、 Q 兩點，且 \overline{BP} 為圓 Γ 的直徑，則 Q 點坐標為何？
(1) (3, 3) (2) (4, 2) (3) (4, 3) (4) (5, 2) (5) (6, 3)
- 設三次函數 $f(x)$ 的圖形，對稱中心為 $(1, 1)$ ，且在 $x=0$ 附近的一次近似為 $y=6x-3$ ，則 $f(-1)$ 的值為何？
(1) 5 (2) 1 (3) -1 (4) -5 (5) -13
- 在 1, 2, 3, 4, 5 中選取三相異整數(不計順序)，則所選取三數的中位數大於或等於該三數的算術平均數的選法有幾種？
(1) 2 (2) 5 (3) 7 (4) 8 (5) 10
- 在頂點為 O 、半徑為定值 r 的扇形 OAB 中，圓心角 $\angle AOB = \theta$ ，其中 $0^\circ < \theta < 180^\circ$ 。其內切圓與扇形 OAB 的 \overline{OA} ， \overline{OB} ， \widehat{AB} 分別切於 P, Q, R 三點，當 θ 由小變到大時， $\angle PRQ$ 的餘弦值如何變化？ (1) 先變大再變小 (2) 先變小再變大 (3) 一直變大 (4) 一直變小 (5) 無法確定

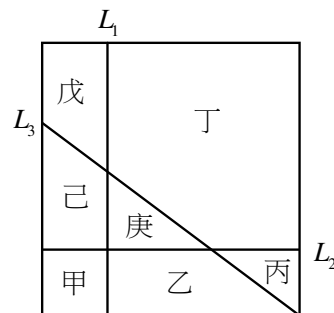
二、多選題(占 25 分)

- 全班有 35 位同學，其身高(X)與體重(Y)的算術平均數分別為 $\mu_x = 162$ (公分)與 $\mu_y = 53$ (公斤)，標準差分別為 $\sigma_x = 7$ (公分)與 $\sigma_y = 3$ (公斤)，若身高與體重的相關係數為 $r = 0.7$ ，試選出正確的選項。
(1) Y 對 X 的最適直線斜率為 0.7 (2) Y 對 X 的最適宜線會通過 $(162, 53)$
(3) 由 Y 對 X 的最適直線進行預測，身高 172 公分的同學其體重為 56 公斤
(4) 若將身高做標準化後得到的資料為 Z ，即 $Z = \frac{X-162}{7}$ ，則 Y 與 Z 的相關係數為 0.1
(5) 承(4)， Y 對 Z 的最適宜線方程式為 $y=0.7z$
- 已知恰有 5 個整數 x 滿足不等式 $\begin{cases} |3x-4| < a \\ |x+3| \geq 2 \end{cases}$ ，則 a 值可能為何？
(1) 4 (2) 5.5 (3) 6 (4) 7.5 (5) 8
- 將平面利用數條直線做切割後，可將每一個區域進行個別的填色，達成馬賽克的填色效果。在幼兒的繪畫練習中，常將每個區域標示代號，要求幼兒依照代號填上指定的顏色進行填色。現在我們在一畫有直角坐標的紙上，希望利用三條直線 $L_1: x=0$ ， $L_2: y=0$ ， $L_3: 3x+4y=12$ ，將平面分成甲、乙、丙、丁、戊、己、庚，共 7 個區域，如圖(1)。依照下列規則，給予點 (x, y) 的坐標決定對應的 c_1 、 c_2 、 c_3 數值：
規則一：若 x 值為負，則令 $c_1=1$ ，否則 $c_1=0$ 。
規則二：若 y 值為負，則令 $c_2=2$ ，否則 $c_2=0$ 。
規則三：若 $3x+4y-12$ 的值為負，則令 $c_3=4$ ，否則 $c_3=0$ 。
設 $c = c_1 + c_2 + c_3$ ，依下表將點 (x, y) 所得 c 值決定該點填入的顏色，

c	0	1	2	3	4	5	6	7
顏色	紅	橙	黃	綠	藍	紫	黑	白

例如點(2,3)所對應的 c 值為 $c = c_1 + c_2 + c_3 = 0 + 0 + 4 = 4$ ，
因此點(2,3)會填上藍色，試選出正確的選項。

- (1) 甲區域要填入白色
- (2) 乙區域要填入黑色
- (3) 戊區域要填入紫色
- (4) 綠色沒有被使用
- (5) 至少有兩個區域是同一種顏色



圖(1)

9. 設 $f(x) = a(x+1)^3 + 2(x-1) + 3$ ，已知 $f(0) = 3$ ，且 $f(x)$ 在 $x = \alpha$ 與 $x = \beta$ 相異兩處的一次近似直線斜率相等，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為(1, 3)
- (2) $a = 2$
- (3) $f(x)$ 的 x 項係數為 8
- (4) $\alpha + \beta = -2$
- (5) $f(\alpha) + f(\beta) = -2$

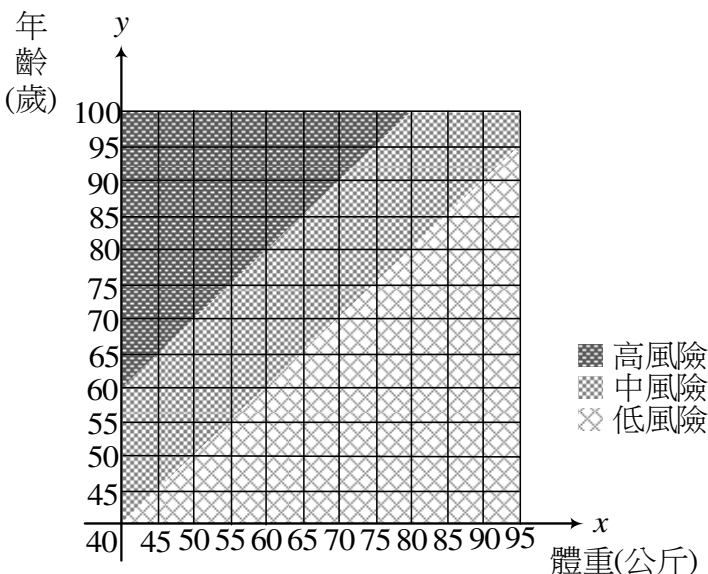
10. 規定行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的值為 $ad - bc$ 。若 a, b, c, d 是從 1, 2, 3, ..., 2022 這 2022 個整數中(可重複)

選取。設行列式 $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix}$ 的值是奇數的機率為 p ，是偶數的機率為 q ，則下列哪些選項是正

確的？ (1) $p + q = 1$ (2) $p = q$ (3) $p \leq \frac{1}{3}$ (4) $|p - q| \geq \frac{1}{4}$ (5) $|2p - q| < \frac{1}{8}$

三、選填題(占 35 分)

11. 利用體重(公斤)與年齡(歲)做骨質
疏鬆風險的簡易評估時，我們定義
骨質密度風險 R 值公式如下：
 $R = (\text{體重} - \text{年齡}) \times 0.2$ 。
根據圖(2)，當規範 R 值小於 k 時，
就屬於高風險族群，
則 k 值為_____。



圖(2)

12. 某公司舉辦丟骰子的趣味競賽，每次擲出兩顆公正的骰子，若兩顆骰子點數相同時，就可得 600 元的獎金，並可繼續投擲且獎金累積，但每個人最多可丟擲三次；且若兩顆骰子點數不同時，則遊戲立刻停止。如果第一次丟擲就出現不同點數，可得安慰獎金 300 元。則此遊戲獎金的期望值約為_____元。(四捨五入取到整數)

13. 由數字 1, 2, 3, 4 組成六位數的密碼，數字 1, 2, 3, 4 至少各出現一次，且不可連續三位同一數字，則這樣的六位數共有_____個。

14. 某綜藝節目做關卡比賽，贏的隊伍可以從箱子裡抓若干顆球。已知箱子裡有 13 顆大小相同的球，其中有 2 顆紅球、若干顆黃球與黑球，每球被取出的機會均等。若從箱子中隨機任取 2 球，則 2 球皆為黃球之機率為 $\frac{1}{13}$ 。若從箱子中隨機任取 4 球，則至少取得一黑球之機率為_____。(化為最簡分數)
15. JoJo 做多項式除法的時候，把被除式 $f(x)$ 漏寫了四次項 $-2x^4$ ，且把除式 $x^2 + 2x + 3$ 寫成 $x^3 + 2x^2 + 3x$ ，以致於得到餘式為 $3x^2 - 2x + 5$ 。若 JoJo 沒有其它的錯誤，則正確的餘式應為_____。
16. 在 $\triangle ABC$ 中，設 D 為 \overline{BC} 上一點，已知 $\angle BAD = 45^\circ$ ， $\angle DAC = 60^\circ$ ， $\triangle ABC$ 面積為 $\triangle ACD$ 面積的 5 倍，若 \overline{AB} 長為 \overline{AC} 長的 k 倍，則 $k =$ _____。(化為最簡根式)
17. 正三角形 ABC 中，設 P 為內部一點，若 P 到 \overline{AB} 與 \overline{AC} 的距離分別為 2 與 5，則 $\overline{AP} =$ _____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

設 k 為實數，已知數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足 $a_1 = 1$ ， $a_n = \begin{cases} a_{n-1} + 3, n \text{ 為奇數} \\ a_{n-1} + k, n \text{ 為偶數} \end{cases}$ ，其中 n 為大於等於 2 的正整數。已知 $a_{22} = 42$ ，試回答下列問題：

18. 請選出正確的選項。(單選題，3 分)

- (1) $k = 2$ (2) $a_2 = 4$ (3) $a_{21} = 39$ (4) $a_{24} = 46$ (5) $\langle a_n \rangle$ 為一等差數列

19. 設數列 $\langle b_n \rangle$ 滿足 $b_n = a_{2n-1} + a_{2n}$ ， n 為正整數，試證明 $\langle b_n \rangle$ 為等差數列。(6 分)

20. 設 S_n 為 $\langle a_n \rangle$ 的首 n 項和，試求出 S_{30} 的值。(非選擇題，6 分)

RA293 全國公私立高中 111 學年度第二次學測模擬考

參考答案

選擇題：1.(1) 2.(2) 3.(5) 4.(3) 5.(3) 6.(2)(3) 7.(4)(5) 8.(1)(2)(4) 9.(2)(3)(4)(5)

10.(1)(4)

選填題：11. -4 12. 369 13. 1464 14. $\frac{140}{143}$ 15. $-16x+2$ 16. $2\sqrt{6}$ 17. $2\sqrt{13}$

混合題：18. (4) 19. 略 20. 2475