

全國公立高中 112 學年度第二次學測模擬考(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $x+2$ 得到的商式為 x^7+2x+3 ，且餘式為 3，則 $f(x)$ 除以 x^2+3x+2 所得的餘式為下列哪個選項？ (1) $6x+5$ (2) $4x+11$ (3) $3x+6$ (4) 3 (5) -3

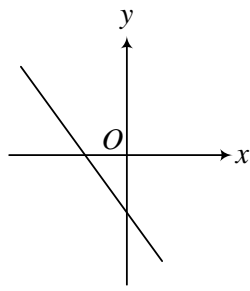
2. 如圖(1)所示， A, B 兩點在二次函數 $y=2x^2$ 的圖形上， C, D

兩點在二次函數 $y=-\frac{1}{2}x^2$ 的圖形上。已知 $ABCD$ 為正方形，

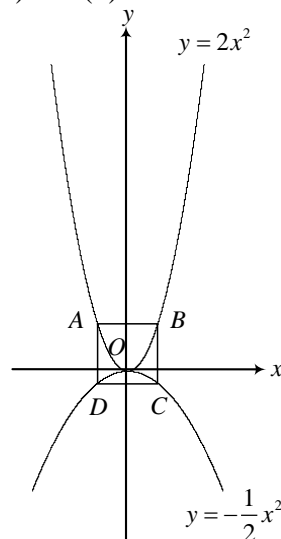
且 \overline{AB} 平行於 x 軸， \overline{BC} 平行於 y 軸。若 D 點的 x 坐標為 t ，則 t 之值為下列哪個選項？

(1) $-\frac{5}{4}$ (2) $-\frac{5}{3}$ (3) -1

(4) $-\frac{3}{5}$ (5) $-\frac{4}{5}$



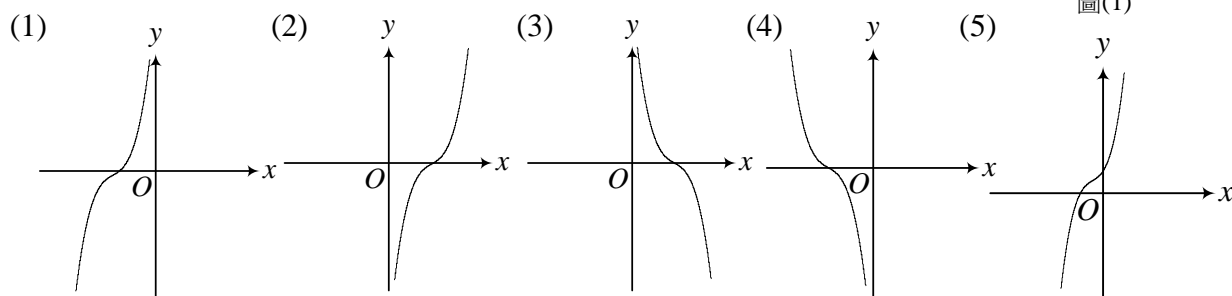
圖(2)



圖(1)

3. 已知一次函 $f(x) = ax + b$ 的圖形，如右圖(2)所示，則下列哪個選項可能為三次函數

$h(x) = -3a(x+b)^3$ 的圖形？



4. 已知下列各組數據 (I) 3, 4, 5, 6, 7 (II) 7, 7, 7, 7, 7 (III) 3, 5, 7, 9, 11

(IV) $-5, -6, -7, -8, -9$ (V) 4, 5, 6, 7, 8

若各組數據的標準差依序為 $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3, \sigma_4, \sigma_5$ ，則各組標準差的大小關係為下列哪個選項？

(1) $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_4 > \sigma_5 > \sigma_2$ (2) $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_5 > \sigma_4 > \sigma_2$ (3) $\sigma_3 > \sigma_5 = \sigma_4 > \sigma_1 > \sigma_2$

(4) $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_4 = \sigma_5 > \sigma_2$ (5) $\sigma_3 > \sigma_1 = \sigma_5 > \sigma_2 > \sigma_4$

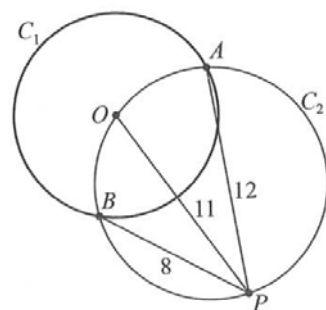
5. 三次函數 $y = f(x)$ 的對稱中心為 (h, k) ，且 $y = f(x)$ 和直線 L 交於 $(0, 23), (1, 7), (5, -57)$ 三點，則 h 的值為下列哪一個選項？ (1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5

6. 如圖(3)，圓 C_1 的圓心 O 落在圓 C_2 的圓周上，兩圓交於 A, B

兩點，若點 P 在圓 C_1 的外部且在圓 C_2 的圓周上，

$\overline{AP} = 12, \overline{OP} = 11, \overline{BP} = 8$ ，則圓 C_1 的半徑為何？

(1) 5 (2) $\sqrt{26}$ (3) $3\sqrt{3}$ (4) $2\sqrt{7}$ (5) 6



圖(3)

二、多選題(占 30 分)

7. 已知字集 U 為全體實數 \mathbb{R} ，且集合 $A = \{x \mid |x+1| < 3\}$ ， $B = \{x \mid x^2 + 2x - 8 \geq 0\}$ ，

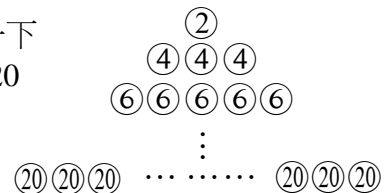
$C = \{x \mid (2-x)(x^2 + 5x + 4) > 0\}$ ，試選出正確的選項。

(1) $A \cap B = \emptyset$ (2) $A \cap C = \emptyset$ (3) $B \cap C = \emptyset$ (4) $A \cup B = \mathbb{R}$ (5) $A \cup C = \mathbb{R}$

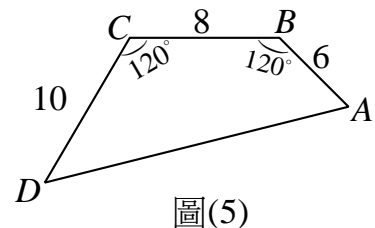
8. $|ax-1| < 5$ 的解為 $-2 < x < b$ ，其中 a 和 b 為實數。試選出正確的選項。
 (1) $a+b \geq 0$ (2) $a+b \leq 0$ (3) $a-b \geq 0$ (4) $a-b \leq 0$ (5) $|a| \leq |b|$
9. 已知 x, y, z 皆為異於 1 的正數，且 $x^{\frac{1}{5}} = (\frac{y}{2})^{\frac{1}{6}} = (\frac{z}{4})^{\frac{1}{7}}$ 。試選出正確的選項。
 (1) $x > y > z$ (2) $x < y < z$ (3) x, y, z 可能形成等差數列 (4) x, y, z 可能形成等比數列
 (5) 數列 x, y, z 可以不是等差數列，且也不是等比數列
10. 已知坐標平面上有相異三個點 $A(-1, -5), B(5, -5), C(-1, 3)$ ，若直線 L 可以使得 A, B, C 三個點到直線 L 的距離都相等，則直線 L 的方程式可以是下列哪些選項？
 (1) $x+2=0$ (2) $x-2=0$ (3) $y+1=0$ (4) $4x-3y+7=0$ (5) $4x+3y+7=0$
11. 多項式 $f(x) = x^4 + ax^3 - 3x^2 + bx + 3$ 除以 $(x+1)^2$ 的餘式為 $r(x)$ ，其中 $a > 5$ 。若 $f(p) = r(p)$ ，則 p 的值可能是下列哪些選項？
 (1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2
12. 「迴歸」一詞最早由高頓所使用。他曾對親子間的身高做研究，發現父母的身高雖然會遺傳給子女，但子女的身高卻有逐漸「迴歸到中等(即人的身高之平均值)」的現象。設父輩的身高(X)(單位：吋)與子輩的身高(Y)(單位：吋)，若研究 n 對父子的身高後，得到 n 對數據 $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$ ，並進行二維數據分析，試選出正確的選項。(1 吋 = 2.54 公分)
 (1) 若 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = 0.516x + 33.73$ ，則由一名身高為 69.85 吋的子輩，可預估其父輩的身高為 70 吋 (2) 若 y 對 x 的迴歸直線之斜率為正，則子輩的身高與父輩的身高呈現正相關 (3) 若所有的點都在 $y = 0.516x + 33.73$ 這條直線上，則子輩的身高與父輩的身高之相關係數為 0.516 (4) 若 y 對 x 的迴歸直線方程式為 $y = 0.516x + 33.73$ ，則子輩身高的標準差會大於父輩身高的標準差 (5) 若將身高的單位從吋改成公分，則子輩的身高與父輩的身高之相關係數不變

三、選填題(占 25 分)

13. 小康在某個公園看見一座數字塔，如圖(4)，他仔細觀察了一下，發現全部的數字都是偶數，由上而下分別是 2, 4, 6, 8, …, 20，而其對應的個數，由上而下，每層皆多 2 個，請問這些數字的總和為_____。



14. 如圖(5)，四邊形 $ABCD$ 中， $\overline{AB} = 6, \overline{BC} = 8, \overline{CD} = 10$ ，則四邊形 $ABCD$ 的面積為_____。(化為最簡根式)



15. 在某個風和日麗的悠閒午后，小辰與朋友小涵一起相約去搭船遊湖，她們發現在船的正西方有一座高塔，塔高約 h 公尺，待船靜止後，她們測得此高塔塔頂的仰角為 30° ，在短暫停留後，此船便往南 60° 西的方向沿直線航行，航行了 d 公尺後($d > 0$)，她們再測得此高塔塔頂的仰角亦為 30° ，她們回家後，回想了這段難得的搭船經驗，此時，小涵問小辰， h 和 d 之間有沒有關係呢？小辰想了一下說，有的，我發現 $d = kh$ ，其中 k 為正整數。試問 k 之值為_____。

16. 一次同時擲三粒骰子，若出現的點數是三個連續的正整數時，我們則稱之為“順子”，例如：擲出 1, 2, 3 時，稱之。如果同時擲三粒骰子，共擲 3 次，試求出現順子次數的期望值為_____次。(化為最簡分數)
17. 直角三角形 ABC 中， $\overline{AB} = 5, \overline{AC} = 12, \overline{BC} = 13$ 。直線 L 垂直 \overline{BC} ，且分別交 \overline{BC} ， \overline{AC} ， \overleftrightarrow{AB} 的延長線於 P, Q, R 。 $\overline{QP} \times \overline{QR}$ 的最大值=_____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

圓 C 和直線 $L: y = 2$ 相切且過點 $A(2, 4)$ ，圓 C 的圓心為 (a, b) 。

18. 圓心 (a, b) 必落在下列哪一個圖形上？(單選題，5 分)

(1) $y = \frac{1}{4}x^2 - 3x + 8$ (2) $y = \frac{1}{4}x^2 - 2x + 6$ (3) $y = \frac{1}{4}x^2 - x + 4$

(4) $y = \frac{1}{4}x^2 + 2$ (5) $y = \frac{1}{4}x^2 + x$

19. 求圓 C 的半徑最小值。(非選擇題，4 分)

20. $A(2, 4)$ 是圓 C 上距離 $P(-6, -2)$ 最近的點，求圓 C 的標準式。(非選擇題，6 分)

RA295 全國公私立高中 112 學年度第二次學測模擬考(南一)

參考答案

選擇題：1. (4) 2. (5) 3. (2) 4. (4) 5. (2) 6. (1) 7. (1)(4) 8. (4) 9. (3)(4)

10. (2)(3)(5) 11. (2)(5) 12. (2)(5)

選填題：13. 1430 14. $47\sqrt{3}$ 15. 3 16. $\frac{1}{3}$ 17. 36

混合題：18. (3) 19. 1 20. $C: (x-6)^2 + (y-7)^2 = 25$