

# 全國公立高中 112 學年度學測模擬考高二複習(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)

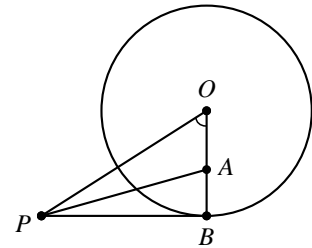


## 一、單選題(占 30 分)

1. 已知兩有理數  $A = 0.\overline{ab}$ ， $B = 0.\overline{aba}$ ，其中  $a, b$  均為  $0, 1, \dots, 9$  之一的數字且  $a < b$ ，則使  $A - B$  有最小值的數對  $(a, b)$  共有幾組？ (1) 1 (2) 4 (3) 5 (4) 7 (5) 9
2. 已知坐標平面上三相異直線  $L_1, L_2, L_3$  所圍成的區域為一個正三角形，其中  $L_2, L_3$  的斜率皆為負數且  $L_2, L_3$  的銳角平分線斜率為  $-\frac{3}{2}$ ，若直線  $L_1$  通過點  $(-1, \frac{7}{2})$ ，試問直線  $L_1$  的方程式為下列哪一個選項？ (1)  $3x + 2y = 4$  (2)  $3x - 2y = -10$  (3)  $3x - 2y = -25$  (4)  $4x - 6y = -25$  (5)  $4x - 6y = 25$

3. 平面有一單位圓  $O$  如圖(1)所示， $O$  為圓心，線段  $\overline{PB}$  切圓於  $B$ ，已知  $\angle POB = \theta$ ，若  $\angle OPB$  之角平分線交  $\overline{OB}$  於  $A$ ，則下列哪一個選項能表示線段  $\overline{OA}$ ？

- (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1 - \sin \theta}{\cos \theta}$  (3)  $\frac{1 + \cos \theta}{\sin \theta}$  (4)  $\frac{1}{1 + \sin \theta}$  (5)  $\frac{1}{1 + \cos \theta}$



圖(1)

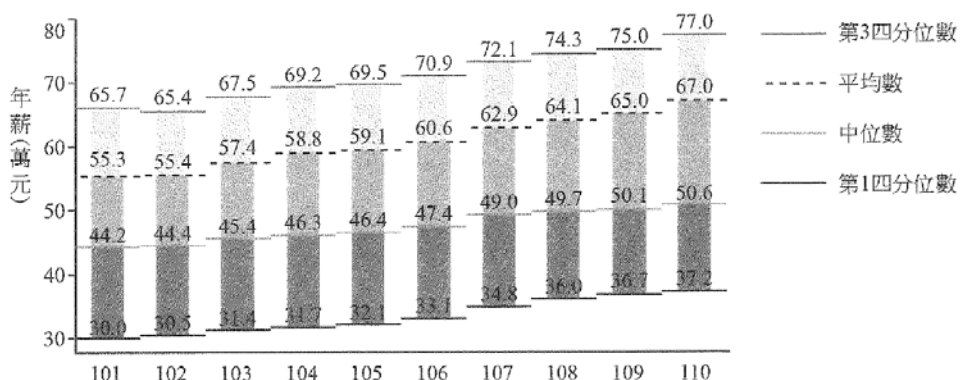
4. 設  $n$  為正整數， $a_n$  表示為已從  $n$  開始遞增的連續十個正整數的和，試問下列哪一個選項可能為  $a_n$  的值？ (1) 202440 (2) 202450 (3) 202455 (4) 202460 (5) 202470
5. 已知一副撲克牌中有黑桃、紅心、紅塊、黑梅四種花色，每種花色有 13 張牌，分別由英文字母 A, J, Q, K(此四字母非數字)及阿拉伯數字 2, 3, 4, ..., 10 共 52 張牌組成。若阿彥隨機從一副撲克牌中抽出一張牌，且每張牌被抽中的機率相等，試問下列哪個選項的情況中，黑桃 7 被抽中的機率最大？ (1) 抽出的牌花色為黑桃 (2) 抽出的牌為數字 (3) 抽出的牌為奇數 (4) 抽出的牌為偶數 (5) 抽出的牌為質數
6. 相傳古印度的國王舍罕王，為了賞賜國際象棋的發明者西薩，便詢問西薩有什麼請求。西薩向國王請求，我想跟您要一些麥子，在國際象棋棋盤上的第 1 格放一粒麥子，第二格放兩粒麥子，依此規則，每一格放的數量均比前一格增加一倍，直到棋盤上 64 個格子全部放上足夠數量的小麥就可以了，請陛下答應微臣小小的請求。根據台灣農糧署提供的資料顯示，台灣於 2022 年產出小麥約為 5000 公噸，平均每公斤的小麥約 30000 粒，試問 2022 年台灣產出的所有小麥的量若依照西薩的請求，在國際棋盤上最多放滿幾格？ ( $10^{0.3010} \approx 2, 10^{0.4771} \approx 3, 10^{0.6990} \approx 5$ ) (1) 25 (2) 27 (3) 35 (4) 37 (5) 42

## 二、多選題(占 30 分)

7. 下列不等式，那些選項  $x$  的範圍在數線上所佔的長度為 8？ (1)  $|x - 4| \leq 4$  (2)  $|x - 4| \leq 3x$  (3)  $|x - 4| + |x - 6| \leq 8$  (4)  $|x - 4| + |x - 12| = 8$  (5)  $||x - 4| - |x - 16|| \leq 8$

8. 下圖(2)為行政院主計總處公布之自民國 101 年至 110 年的受雇員工全年薪資分布圖，

歷年趨勢



圖(2)

圖中的橫坐標為年度，縱坐標為年薪，依照此圖表，試問下列選項何者正確？

- (1)受雇員工的最低年薪有逐年上升的趨勢 (2)受雇員工年薪的四分位差有逐年上升的趨勢 (3)受雇員工於 110 年中，有超過一半未達到平均年薪 (4)受雇員工自 101 年至 110 年的平均年薪與年薪中位數呈正相關 (5)由逐年上升的平均年薪，可以解讀為所有受雇員工的年薪全距也逐年上升

9. 已知三次實係數多項式函數  $f(x) = 2x^3 - 6x^2 + 10x - 1$ ，試問下列哪些選項正確？

- (1)  $y = f(x)$  的對稱中心為  $(1, 5)$  (2) 若點  $(r, s)$  在  $y = f(x)$  的圖形上，則點  $(r+2, s+10)$  也在  $y = f(x)$  的圖形上 (3)  $y = f(x)$  的圖形在點  $(1, f(1))$  附近會近似於一條斜率為  $-4$  的直線 (4)  $y = f(x)$  的圖形經過平移後可與  $y = 2x^3 - 4x$  重合 (5)  $y = f(x)$  的圖形經過平移後可與  $y = 2x^3 + 4x + 5$  重合

10. 設  $S_n$  表示數列  $\{a_n\}$  的前  $n$  項和，且已知  $S_n = n^2 - 2n$ ，試問下列哪些選項正確？

- (1)  $a_1 = -1$  (2)  $a_2 = 1$  (3)  $\{a_n\}$  為公差等於 2 的等差數列 (4)  $a_n = 2n + 1$  (5)  $a_3 = S_3$

11. 設  $a, b$  為正實數，若  $a = 10^{\frac{\sqrt{3}-1}{3}}$ ,  $b = a^{-\sqrt{3}}$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ，試問下列哪些選項正確？

- (1)  $a > 1$  (2)  $b > 1$  (3)  $a^{-2} > b^{\sqrt{2}}$  (4)  $10^{0.7} < b < 10^{0.8}$  (5)  $(ab)^{\sqrt{3}} < 10$

12. 某次模擬考後，老師統計班上 36 位學生英文及數學的成績，發現英文級分達均標的人數為 18 人，數學級分達均標的人數為 12 人，試問下列哪些選項正確？

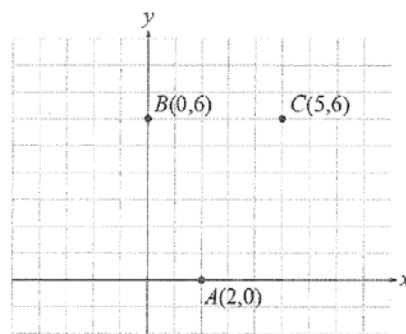
- (1) 設  $p_1$  為英文及數學皆達均標的人數，則  $p_1$  的範圍為  $0 \leq p_1 \leq 12$ 。 (2) 設  $p_2$  為英文或數學皆達均標的人數，則  $p_2$  的範圍為  $6 \leq p_2 \leq 30$  (3) 設  $p_3$  為英文達均標但數學未達均標的人數，則  $p_3$  的範圍為  $0 \leq p_3 \leq 18$  (4) 設  $p_4$  為英文未達均標但數學達均標的人數，則  $p_4$  的範圍為  $0 \leq p_4 \leq 12$  (5) 設  $p_5$  為恰一科達均標的人數，則  $p_5$  的最小值為 6，最大值為 30

### 三、選填題(占 25 分)

13. 某間餐廳共有 9 名廚師，其中 4 人會製作中式料理，2 人會製作西式料理，其餘 3 人則兩種都會。某天晚上舉辦晚宴，需從 9 名廚師中選出 6 名，其中 3 人製作中式料理，另 3 人製作西式料理，試問此晚宴廚師的選法有\_\_\_\_\_種。

14. 已知無理數  $\sqrt{n}$  ( $n$  為正整數)，其整數部分為  $a$ ，小數部分為  $b$ ，滿足  $a^3 - 18ab + b^3 = 0$ ，則  $n =$ \_\_\_\_\_。

15. 如圖(3)，庭維在一張方格紙上畫出坐標平面後，標上  $A(2,0)$ 、 $B(0,6)$ 、 $C(5,6)$  三個點，此時昱良將此方格紙隨手摺疊一次，發現  $A, B$  兩點恰好重合，則此時與  $C$  重合的  $D$  點在未摺疊以前的坐標為  $(a, b)$ ，試求  $a + b =$ \_\_\_\_\_。



圖(3)

16. 設 $\triangle ABC$ 之外接圓半徑為 10，內切圓半徑為 4，若內切圓與三角形三邊分別相切於  $D$ ， $E$ ， $F$  三點，則  $\frac{\triangle DEF}{\triangle ABC} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

17. 坐標平面上，設  $O$  為原點， $P$ ， $Q$  為直線  $L: 3x + 4y - 30 = 0$  上的相異兩點，且滿足  $\angle POQ = 90^\circ$ ，若圓  $C: x^2 + y^2 = k$  與  $\triangle OPQ$  恰有三個交點，則  $k$  的最小值為  $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

### 第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

#### 第 18 至 20 題為題組

在某電視節目中，有一個開門闖關拿獎金的遊戲，遊戲規則如下：

每一個關卡前有一扇門，每一扇門前均有相同數量的金色鑰匙和銀色鑰匙與兩個相同的箱子，由參與遊戲者自由地將鑰匙放入箱子中，最終所有的鑰匙被等量的分在兩個箱子中，接下來由遊戲者自兩個箱子中各抽出一把鑰匙，若兩把鑰匙均為金鑰匙，則可以打開門並獲得此關卡的獎金。試回下列問題：

18. 第一扇門前有金鑰匙與銀鑰匙各 2 把，若合理的分配金鑰匙，則此扇門可以打開的機率為何？(單選題，4 分) (1)  $\frac{1}{2}$  (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{1}{4}$  (4)  $\frac{1}{8}$  (5)  $\frac{1}{16}$

19. 參賽者良良來到了最後的關卡，門前有金鑰匙與銀鑰匙各 6 把，若開門成功一共可獲得總獎金 36 萬元，但若失敗了僅能得到總獎金的一半。良良決定將鑰匙分成 2 把金鑰匙和 4 把銀鑰匙放在其中一個箱子，另一箱子 4 把金鑰匙和 2 把銀鑰匙，則此關卡的獎金期望值為  $\underline{\hspace{2cm}}$  萬元。(選填題，5 分)

20. 若某扇門前有金鑰匙與銀鑰匙各  $2n$  把 ( $n$  為正整數)，試問應如何分配鑰匙，才能有最大的開門機率，請說明並解釋你的策略。(非選擇題，6 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

$10^{0.3010} \approx 2$ ， $10^{0.4771} \approx 3$ ， $10^{0.6990} \approx 5$ ， $10^{0.8451} \approx 7$ 。

**RA297 全國公私立高中 112 學年度學測模擬考高二複習(南一)**

**參考答案**

**選擇題：1. (5) 2. (4) 3. (4) 4. (3) 5. (1) 6. (4) 7. (1)(3)(4)(5) 8. (3)(4) 9. (1)(5)**

**10. (1)(2)(3)(5) 11. (2)(4)(5) 12. (1)(4)(5)**

**選填題：13. 74 14. 24 15. 9 16.  $\frac{1}{5}$  17. 36**

**混合題：18. (3) 19. 22 20.  $\frac{1}{4}$**