

全國公私立高中 113 學年度第二次學測模擬考(南一)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 從 1 到 50 的正整數中，任取五個數形成一等差數列，已知首項為 5，則下列哪個選項可能為此數列中的一項？ (1) 24 (2) 28 (3) 31 (4) 40 (5) 49
2. 已知一圓 Γ 通過 $A(a,5), B(4,-3), C(0,3)$ 三點，若 \overline{AB} 為圓的直徑，則圓心坐標為何？
(1) $(-2,1)$ (2) $(-\frac{3}{2},1)$ (3) $(0,1)$ (4) $(\frac{7}{2},1)$ (5) $(6,1)$
3. 已知一圓 C 的圓心為 $(-1,1)$ ，半徑為 2。若通過 $(k,0)$ 與 $(0,k)$ 的直線與圓 C 相交於相異兩點，則 k 之值可為下列哪個選項？
(1) -3 (2) 2.85 (3) $-\sqrt{4+\sqrt{6}}$ (4) $\sqrt{6+\sqrt{10}}$ (5) $-\sqrt{5+\sqrt{11}}$
4. 有一個盒子裝有紅色球 8 顆、白色球 4 顆，藍色球若干顆(至少有一顆)，今自盒子中任意取出四顆球。設每一球被取出的機會均等，已知取出的四顆球恰有兩顆紅色球的機率等於取出的四顆球恰有三顆紅色球的機率，則藍色球的顆數為何？
(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4 (5) 5
5. $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB}=7, \overline{AC}=13$ 。設 D 為 \overline{BC} 上一點， $\overline{AD}=7$ 且 $\angle BAD=60^\circ$ 。則 \overline{CD} 長為何？ (1) 8 (2) 9 (3) 10 (4) 11 (5) 12
6. 設二次函數 $f(x)=(n^2-n)x^2-(2n-1)x+1$ ，其中 $n \geq 2$ ，若 $y=f(x)$ 的圖形與 x 軸交於 P_n 與 Q_n 兩點，則 $\overline{P_2Q_2} + \overline{P_3Q_3} + \dots + \overline{P_{2024}Q_{2024}}$ 之值為下列哪個選項？
(1) $\frac{2022}{2023}$ (2) $\frac{2024}{2023}$ (3) $\frac{2023}{2024}$ (4) $\frac{2024}{2025}$ (5) $\frac{2025}{2024}$

二、多選題(占 30 分)

7. 下列兩表為柯南兩次實驗得到的二維數據，若實驗(一)所得的相關係數為 r_1 ，且 y 對 x 的迴歸直線斜率為 m_1 ；而實驗(二)所得的相關係數為 r_2 ，且 y 對 x 的迴歸直線斜率為 m_2 。

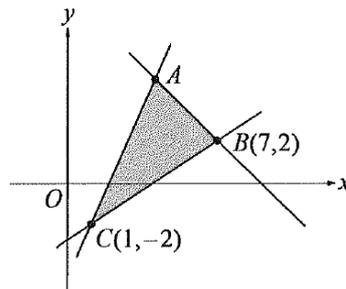
| 實驗(一) | | | | | | 實驗(二) | | | | | |
|-------|----|----|---|---|---|-------|---|----|----|----|----|
| x | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | x | 4 | 6 | 8 | 10 | 12 |
| y | 12 | 10 | 9 | 7 | 4 | y | 8 | 10 | 11 | 13 | 16 |

請選出正確的選項。

- (1) $r_1 = 2r_2$ (2) $r_1 + r_2 = 0$ (3) $m_1 = 2m_2$ (4) $m_1 + 2m_2 = 0$ (5) $r_1 m_2 < 0$
8. 已知 a, b, c 皆為非 0 之整數，且滿足 $a^{\frac{c}{2}} = b^c, 10^{a+1} = 100 \times 1000^c, a+b+c = 28$ 。
請選出正確的選項。 (1) $abc > 0$ (2) $a = 25$ (3) $b = 5$ (4) $c = 4$ (5) $a - 3b = 5c$
9. 設 $y = f(x)$ 為首項係數為 1 的三次多項式函數，已知 $f(0) = 1, f(1) = 2, f(2) = 3$ 。請選出正確的選項。
(1) 將函數 $y = f(x)$ 的圖形向下平移 2 個單位，會與 x 軸有三個交點
(2) 函數 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心為 $(1, 2)$ (3) 函數 $y = f(x)$ 圖形在 $x=2$ 附近的一次近似為直線 $y = 3x + 3$ (4) 函數 $f(\sqrt{2})$ 的小數部分為 $5\sqrt{2} - 7$ (5) $f(x) - f(x+1) > 0$ 的解為全體實數
10. 設三次函數 $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 通過 $A(-1, 7), B(3, -1), C(4, -18)$ 三點。若 A, B 對稱於 $y = f(x)$ 圖形的對稱中心，且在 $x=1$ 處一次近似的斜率為 2。試選出正確的選項。
(1) $a = -1$ (2) $b = 3$ (3) $c = -3$ (4) $d = 2$ (5) $y = f(x)$ 的圖形對稱中心為 $(2, 6)$

11. 有甲、乙、丙、丁、戊、己等六人，進行分組，試選出正確的選項。
 (1) 六人平分為兩組，分法有 10 種 (2) 六人平分為兩組，甲與乙同一組的方法數等於丙與丁同一組的方法數 (3) 六人平分為兩組，甲與乙同一組的方法數等於甲與乙不同組的方法數 (4) 六人平分為三組，分法有 90 種 (5) 六人平分為三組，甲與乙同一組的方法數等於甲與乙不同組的方法數

12. 如右圖(1)，二元一次聯立不等式
$$\begin{cases} 2x - 3y + a \leq 0 \\ x + by - 9 \leq 0 \\ 7x - 3y + c \geq 0 \end{cases}$$
 為塗色區域



圖(1)

，則下列哪些選項是正確的？

- (1) $a=8$ (2) $b=1$ (3) $c=13$
 (4) $A(4,5)$ (5) $\triangle ABC$ 的面積為 14

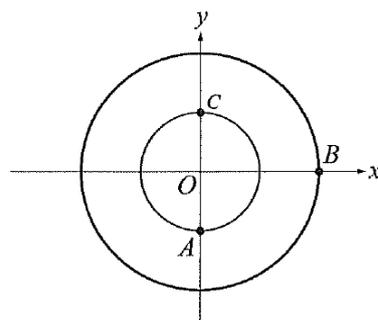
三、選填題(占 25 分)

13. 設擲一個公正的骰子一次觀察點數，所得的樣本空間為 S ，若事件 A 與事件 B 為 S 的子集合，且符合兩個條件，分別為：

- (I) 事件 A 與事件 B 的聯集恰好為 S 。
 (II) 事件 A 與事件 B 的交集恰有三個樣本點。

那麼，能滿足上述條件的 A, B 事件，共有_____種。

14. 如圖(2)，兩個以 $(0,0)$ 為圓心的同心圓，半徑分別為 2 與 4。
 有兩質點分別自 $A(0,-2), B(4,0)$ 同時出發，各自以等速率逆時針方向沿著圓周前進，且在 1 分鐘後分別首次到達 $C(0,2)$ 與 B 。則在 10 秒末時，兩質點的距離為_____。(化為最簡根式)



圖(2)

15. 著名的摩爾定律表示每 18 個月會將晶片的效能提升為 2 倍。而在 2024 年輝達公司的開發者大會中談到，該公司的晶片從 2016 年到 2024 年，8 年期間將晶片效能提升為 1000 倍。以兩者的效能增長速度來看，同一晶片經過 24 年後，輝達公司提升效能倍數約是摩爾定律提升效能倍數的 5^n 倍，其中 n 為正整數，則 n 值為_____。

(取最接近之正整數)

16. 設 $f(x) = -2x^3 + 11x^2 - 18x + a$ ，已知不等式 $f(x) < 0$ 的解為 $1 < x < b$ 或 $x > c$ ，其中 a, b, c 為實數，則方程式 $f(\frac{x}{2}) = 0$ 的所有實根的和為_____。

17. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(2x-1)$ 所得的餘式為 10，且 $f(x)$ 除以 $(x+2)$ 所得的餘式與 $3f(x)$ 除以 $2(x+2)$ 所得的餘式互為相反數。若 $f(x)$ 除以 $(2x^2+3x-2)$ 所得的餘式為 $ax+b$ ，其中 a, b 為實數，則 $5a+b$ 之值為_____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

第 18 至 20 題為題組

設數列 $\langle a_n \rangle$ 是等差數列，已知 $a_2 = 5, a_5 = -1$ 。令數列 $\langle b_n \rangle$ 的首 n 項和為 $S_n = 2n^2 - 3n$ 。試問答下列問題：

18. 數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為下列哪個選項？(單選題，3 分)

- (1) -3 (2) -2 (3) 1 (4) 3 (5) 4

19. 試寫出 b_n 的一般式。(非選擇題，6 分)

20. 設 $\langle a_n \rangle$ 前 7 項的標準差為 σ_1 ， $\langle b_n \rangle$ 前 7 項的標準差為 σ_2 ，試求 $\frac{\sigma_1}{\sigma_2}$ 的值。

(非選擇題，6 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414, \sqrt{3} \approx 1.732, \sqrt{5} \approx 2.236, \sqrt{6} \approx 2.449, \pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010, \log_{10} 3 \approx 0.4771, \log_{10} 5 \approx 0.6990, \log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

RA298 全國公私立高中 113 學年度第二次學測模擬考(南一)

參考答案

選擇題：1. (5) 2. (4) 3. (3) 4. (1) 5. (1) 6. (3) 7. (2)(4)(5) 8. (2)(5) 9. (2)(4)
10. (1)(2)(4) 11. (1)(2) 12. (2)(4)

選填題：13. 160 14. $2\sqrt{7}$ 15. 6 16. 11 17. 28

混合題：18. (2) 19. $b_n = 4n - 5, n \in N$ 20. $\frac{1}{2}$