

北北基高級中等學校 113 學年度學測模擬考數學(113-E2)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

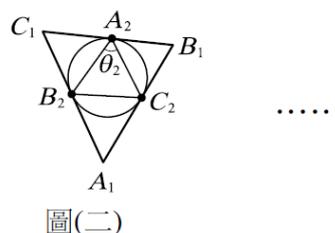
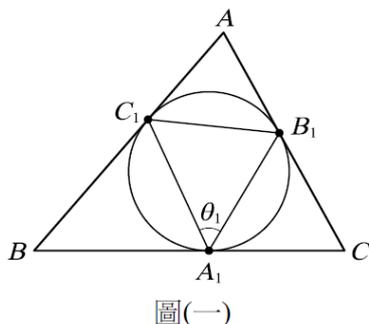
- 聲音大小 d (單位：分貝)取決於聲波通過介質時，所產生的強度 I (單位： W/m^2)。已知當測得聲音強度為 I 時，此時分貝 $d = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$ ，若有一臺噴射機起飛時測得的聲音大小為 100 分貝，則該噴射機起飛時所產生的聲音強度為多少 W/m^2 ？
(1) 0.001 (2) 0.01 (3) 0.1 (4) 1 (5) 10
- 已知多項式 $f(x) = (mx^3 - 3x^2 + nx - 1)^4$ 除以 $(x-1)$ 之餘式為 2，其中 m, n 皆為實數，若將此多項式展開後，其奇次項係數和為 a ，偶次項係數和為 b ，則 $a+b = ?$
(1) -1 (2) -2 (3) 1 (4) 2 (5) 3
- 臺北市某區的所有 Ubike 自行車租賃站，依據過去的統計紀錄，平均會在一天當中的 14 時 20 分至 14 時 35 分，累積租借次數與時間之相關係數會趨近於 0.99，部分紀錄如下表(24 小時制)。

時間(小時：分鐘)	14:22	14:24	14:26	14:28	14:30	14:32
累積租借次數(次)	2135	2203	2279	2361	2437	2512

- 依據上述資訊推測，試問某日在 14 時 33 分時，累積租借次數應較接近下列哪一個選項？
(1) 2530 次 (2) 2550 次 (3) 2570 次 (4) 2590 次 (5) 2620 次
- 坐標平面上有三個相異的點 $A(3,0)$ ， $B(-3,0)$ ， $C(3\cos\theta, 3\sin\theta)$ ，其中 $0 \leq \theta \leq 2$ ，則滿足 $\triangle ABC$ 的面積為 7 的 θ 有幾個？
(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個
 - 已知函數 $f(x) = \sqrt{\frac{3x^2 + 4\sqrt{3}x + 4}{x^2 + 2x + 1}}$ ，且 $x > 0$ ，則下列選項中哪一個函數值為最大？
(1) $f\left(\frac{1}{2}\right)$ (2) $f\left(\frac{2}{3}\right)$ (3) $f(1)$ (4) $f\left(\frac{3}{2}\right)$ (5) $f(2)$
 - 若將一顆公正的六面骰子投擲 5 回，假設 a_i 為第 i 回出現的點數，其中 $i=1, 2, 3, 4, 5$ ，試問 $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2$ 為 3 的倍數之機率為何？
(1) 0 (2) $\frac{1}{3}$ (3) $\frac{5}{9}$ (4) $\frac{10}{27}$ (5) $\frac{25}{81}$

二、多選題(占 30 分)

- 設 m 為實數，坐標平面上三條相異的直線 $L_1: 2x + y = 5$ ， $L_2: x - y = -2$ ， $L_3: 2x + my = 8$ ，將平面分割成 6 個區域，則 m 值可能為下列何者？
(1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2
- 已知在 $\triangle ABC$ 中，若 $\triangle ABC$ 之內切圓分別切三邊 \overline{BC} 、 \overline{CA} 、 \overline{AB} 於 A_1 、 B_1 、 C_1 三點，其中 $\angle B_1A_1C_1 = \theta_1$ ，如圖(一)，而圖(一)中 $\triangle A_1B_1C_1$ 之內切圓分別切三邊 $\overline{B_1C_1}$ 、 $\overline{C_1A_1}$ 、 $\overline{A_1B_1}$ 於 A_2 、 B_2 、 C_2 三點，其中 $\angle B_2A_2C_2 = \theta_2$ ，如圖(二)，依此規則連續下去，可得一數列 $\langle \theta_n \rangle$ ，其中 n 為正整數，則下列選項哪些正確？



(1) $\theta_1 + 2\theta_2 = 180^\circ$ (2) $\langle \theta_n \rangle$ 為一個等差數列 (3) 數列 $\langle \theta_n \rangle$ 的遞迴式為

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_1 \\ \theta_n = 90^\circ - \frac{\theta_{n-1}}{2}, \text{其中 } n \geq 2 \end{cases} \quad (4) \text{ 對於所有的正整數 } n, \sin \theta_{n+1} = \cos \frac{\theta_n}{2} \text{ 恆成立}$$

(5) 當 $\theta_1 = 60^\circ$ ，則 $\langle \theta_n \rangle$ 既為等差數列也為等比數列

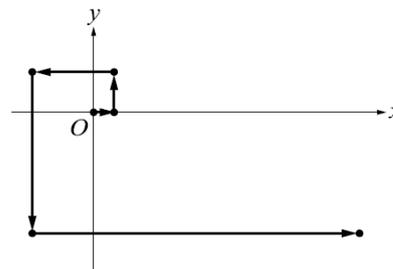
9. 某校調查了甲、乙兩班之數學(單位：分)與英文(單位：級分)的段考成績，計算甲、乙兩班數學成績的算術平均數分別為 $\mu_{\text{甲}}=54$ 分、 $\mu_{\text{乙}}=65$ 分，標準差分別為 $\sigma_{\text{甲}}=12$ 分、 $\sigma_{\text{乙}}=15$ 分。令甲、乙兩班英文成績的算術平均數分別為 $\mu_{\text{甲}}'$ 、 $\mu_{\text{乙}}'$ 。若甲、乙兩班其英文成績(y)對數學成績(x)的最適直線(迴歸直線)分別為 $L_{\text{甲}}: y = 0.05x + 4$ 、 $L_{\text{乙}}: y = 0.08x - 1$ ，相關係數分別為 0.6、0.3。今甲班中有一位大雄同學，本次段考數學成績為 52 分、英文成績為 6 級分，試選出正確的選項。

- (1) 點 $(\mu_{\text{甲}}, \mu_{\text{甲}}')$ 必在最適直線(迴歸直線) $L_{\text{甲}}$ 上
 (2) $\mu_{\text{甲}}' < \mu_{\text{乙}}'$ (3) 甲班英文成績的標準差小於乙班英文的標準差 (4) 就英文成績而言，甲班的全距小於乙班的全距 (5) 大雄同學在本次段考中，其英文的表現比數學的表現好

10. 坐標平面上有一以原點 $O(0, 0)$ 為圓心且半徑為 r 的圓 C ，交直線 $L: x + y - 1 = 0$ 於 P 、 Q 兩點。已知圓 C 上有一點 R 使得 $\triangle PQR$ 為正三角形。請選出正確的選項。

- (1) R 點會在 \overline{PQ} 的中垂線上 (2) 若 R 點的極坐標為 $[r, \theta]$ 時，則 $\theta = 225^\circ$
 (3) 圓 C 的方程式為 $x^2 + y^2 = 4$ (4) 直線 $x + y - 2 = 0$ 為圓 C 在 R 點的切線
 (5) 圓 C 上恰有三個點與直線 L 的距離等於 $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 某大學部有一間實驗室，學生為了要研究掃地機器人路徑規劃之成效，將掃地機器人設定為每分鐘直線行走 1 公尺，接著將地面坐標化(1 公尺為 1 單位)，並將其放置在坐標平面上，由原點 $O(0, 0)$ 出發。首先沿著 x 軸正向(即正東)的方向行走 1 分鐘到達點 $(1, 0)$ ，然後立即轉向 y 軸正向(即正北)的方向，再行走 2 分鐘到達點 $(1, 2)$ ，然後，再轉向正西方向行走 4 分鐘到達點 $(-3, 2)$ ，再轉向正南方向行走 8 分鐘到達點 $(-3, -6)$ ，而後依照正東 \rightarrow 正北 \rightarrow 正西 \rightarrow 正南的方向直線移動，且每次行走的時間是前一次的 2 倍，等速且不考慮轉彎時間，依此規則一直行走下去，如右圖所示。假設早上 8 點開始實驗，由原點 $O(0, 0)$ 出發，關於下列選項中有哪些是正確的？

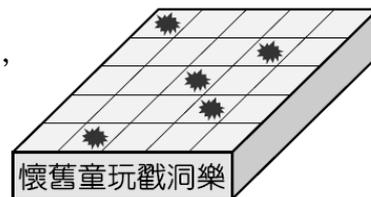


- (1) 早上 8 點 5 分時，掃地機器人的位置在點 $(-1, 2)$ (2) 早上 8 點 31 分時，掃地機器人共行走了 31 公尺 (3) 早上 9 點 5 分時，掃地機器人的位置在 x 軸的下方 (4) 已知掃地機器人共行走了 511 公尺，則它共轉向 6 次 (5) 承(4)，此時它的位置在點 $(205, 102)$
12. 已知有一實係數多項式 $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ，請依據各條件選出正確的選項。
- (1) 若 $b \neq 0$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形對稱於原點 $(0, 0)$ (2) 若 $a > 4$ 且 $b = 4$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸有三個交點 (3) 若 $a < 4$ 且 $b = 4$ ，則 $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸只有一個交點 (4) 若考慮多項式 $g(x) = f(x) - 15$ 且其圖形對稱於點 $(3, 0)$ ，則 $y = g(x)$ 在 $x = 3$ 附近的一次近似為 $y = -4x + 12$ (5) 承(4)的條件，則滿足 $g(x) \geq 0$ 之最小的整數解為 3

三、選填題(占 25 分)

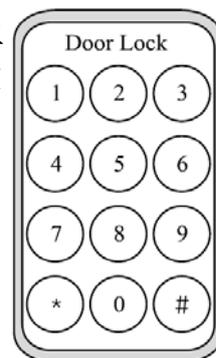
13. 若實數 a 滿足 $1 < |a - 1| \leq 2$ 且 $|x - a| = 3|x - 7|$ ，則實數 x 的最大值為_____。

14. 這次過年的時候，小睿的爸爸準備了「懷舊童玩戳洞樂」遊戲，讓全家都能一起同樂，此遊戲為一個 5×5 格大小的裝置，共計 25 個洞可戳，一次只能戳一個洞，且每個洞被戳中的機會相同，其中只有一個洞是獎金 1000 元，有八個洞是獎金 100 元，其餘都是「銘謝惠顧」，沒有獎金。目前已經有 5 個洞被戳了，小睿的爸爸只保證最大獎 1000 元還沒有被戳中。試問小睿玩這一次遊戲所獲得獎金期望值之最小值為_____元。



15. 若有一個三角形 ABC ，其三邊長 $\overline{AB} = 3, \overline{AC} = 4, \overline{BC} = \sqrt{13}$ ，設此 $\triangle ABC$ 的內部有一點 P 與三頂點等距，則此距離為_____。(化為最簡分數、最簡根式)

16. 如右圖為阿綺家中大門的密碼鎖，其按鍵的第一行數字為 1、4、7，第二行為 2、5、8、0，第三行為 3、6、9，設置密碼方式為：「由 0~9 的數字中，任選 6 個並依序鍵入」。今阿綺為了方便記憶自己的密碼，以她的生日民國 96 年 10 月 27 日的六個數字 9、6、1、0、2、7 重新編排成密碼，但為了要使密碼的保密度提高，規定位於按鍵同一行的數字不可接連出現，例如：「107629」為一組可用的密碼，但「172609」則不符合規定，試問阿綺共有_____種密碼設置法。



17. 設 $f(x)$ 與 $g(x)$ 皆為實係數二次多項式且首項係數都是 1，已知 $(f(x))^2$ 除以 $g(x)$ 的餘式為 $2x+1$ ，而 $(g(x))^2$ 除以 $f(x)$ 的餘式為 $x+1$ ，則 $f(x)+g(x)=$ _____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

設實係數二次方程式 $x^2 - ax + b = 0$ 有兩實數解 α 與 β ，試回答下列問題。

18. 若 α 與 β 分別滿足 $-1 \leq \alpha \leq 0$ 、 $1 \leq \beta \leq 2$ ，則下列選項何者正確？(單選題，5 分)

(1) $(\frac{\alpha}{2})^2 = b$ (2) $(\frac{\alpha}{2})^2 < b$ (3) $(\frac{\alpha}{2})^2 > b$ (4) $(\frac{\alpha}{2})^2 \leq b$ (5) $(\frac{\alpha}{2})^2 \geq b$

19. 承第 18 題，則 a 與 b 滿足下列哪一個選項的二元一次不等式？(多選題，5 分)

(1) $a+b \geq -1$ (2) $b \leq 0$ (3) $a-b \geq 1$ (4) $4+2a+b \leq 0$ (5) $4-2a+b \geq 0$

20. 承第 18、19 題，若 $a^2 + b^2$ 的最小值為 k ，則序組 $(a, b, k) = ?$ (非選擇題，5 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ， $\sqrt{3} \approx 1.732$ ， $\sqrt{5} \approx 2.236$ ， $\sqrt{6} \approx 2.449$ ， $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ， $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ， $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ， $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

RA299 北北基高級中等學校 113 學年度學測模擬考數學(113-E2)

參考答案

選擇題：1. (2) 2. (4) 3. (2) 4. (5) 5. (1) 6. (2) 7. (1)(4)(5) 8. (1)(3)(4)(5)

9. (1)(3)或(1)(3)(5) 10. (1)(2)(5)或(1)(5) 11. (1)(2) 12. (2)(4)

選填題：13. 11 14. 65 15. $\frac{\sqrt{39}}{3}$ 16. 240 17. $2x^2 - 3x - 2$

混合題：18. (3)或(5) 19. (1)(2)(3)(5) 20. $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$