

# 北北基高級中等學校 113 學年度學測模擬考數學(113-E2)

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

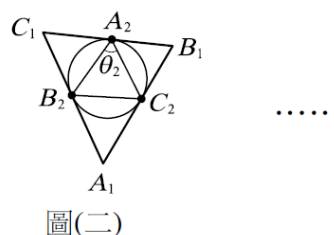
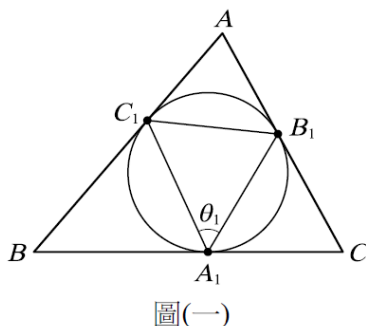
- 聲音大小  $d$ (單位：分貝)取決於聲波通過介質時，所產生的強度  $I$ (單位： $\text{W}/\text{m}^2$ )。已知當測得聲音強度為  $I$  時，此時分貝  $d = 10 \log\left(\frac{I}{10^{-12}}\right)$ ，若有一臺噴射機起飛時測得的聲音大小為 100 分貝，則該噴射機起飛時所產生的聲音強度為多少  $\text{W}/\text{m}^2$  ?  
(1) 0.001 (2) 0.01 (3) 0.1 (4) 1 (5) 10
- 已知多項式  $f(x) = (mx^3 - 3x^2 + nx - 1)^4$  除以  $(x-1)$  之餘式為 2，其中  $m, n$  皆為實數，若將此多項式展開後，其奇次項係數和為  $a$ ，偶次項係數和為  $b$ ，則  $a+b = ?$   
(1) -1 (2) -2 (3) 1 (4) 2 (5) 3
- 臺北市某區的所有 Ubike 自行車租賃站，依據過去的統計紀錄，平均會在一天當中的 14 時 20 分至 14 時 35 分，累積租借次數與時間之相關係數會趨近於 0.99，部分紀錄如下表(24 小時制)。

時間(小時：分鐘)	14:22	14:24	14:26	14:28	14:30	14:32
累積租借次數(次)	2135	2203	2279	2361	2437	2512

- 依據上述資訊推測，試問某日在 14 時 33 分時，累積租借次數應較接近下列哪一個選項？  
(1) 2530 次 (2) 2550 次 (3) 2570 次 (4) 2590 次 (5) 2620 次
- 坐標平面上有三個相異的點  $A(3,0)$ ， $B(-3,0)$ ， $C(3\cos\theta, 3\sin\theta)$ ，其中  $0 \leq \theta \leq 2$ ，則滿足  $\triangle ABC$  的面積為 7 的  $\theta$  有幾個？  
(1) 0 個 (2) 1 個 (3) 2 個 (4) 3 個 (5) 4 個
  - 已知函數  $f(x) = \sqrt{\frac{3x^2 + 4\sqrt{3}x + 4}{x^2 + 2x + 1}}$ ，且  $x > 0$ ，則下列選項中哪一個函數值為最大？  
(1)  $f\left(\frac{1}{2}\right)$  (2)  $f\left(\frac{2}{3}\right)$  (3)  $f(1)$  (4)  $f\left(\frac{3}{2}\right)$  (5)  $f(2)$
  - 若將一顆公正的六面骰子投擲 5 回，假設  $a_i$  為第  $i$  回出現的點數，其中  $i=1, 2, 3, 4, 5$ ，試問  $a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 + a_4^2 + a_5^2$  為 3 的倍數之機率為何？  
(1) 0 (2)  $\frac{1}{3}$  (3)  $\frac{5}{9}$  (4)  $\frac{10}{27}$  (5)  $\frac{25}{81}$

二、多選題(占 30 分)

- 設  $m$  為實數，坐標平面上三條相異的直線  $L_1: 2x + y = 5$ ， $L_2: x - y = -2$ ， $L_3: 2x + my = 8$ ，將平面分割成 6 個區域，則  $m$  值可能為下列何者？  
(1) -2 (2) -1 (3) 0 (4) 1 (5) 2
- 已知在  $\triangle ABC$  中，若  $\triangle ABC$  之內切圓分別切三邊  $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 、 $\overline{AB}$  於  $A_1$ 、 $B_1$ 、 $C_1$  三點，其中  $\angle B_1A_1C_1 = \theta_1$ ，如圖(一)，而圖(一)中  $\triangle A_1B_1C_1$  之內切圓分別切三邊  $\overline{B_1C_1}$ 、 $\overline{C_1A_1}$ 、 $\overline{A_1B_1}$  於  $A_2$ 、 $B_2$ 、 $C_2$  三點，其中  $\angle B_2A_2C_2 = \theta_2$ ，如圖(二)，依此規則連續下去，可得一數列  $\langle \theta_n \rangle$ ，其中  $n$  為正整數，則下列選項哪些正確？



(1)  $\theta_1 + 2\theta_2 = 180^\circ$  (2)  $\langle \theta_n \rangle$  為一個等差數列 (3) 數列  $\langle \theta_n \rangle$  的遞迴式為

$$\begin{cases} \theta_1 = \theta_1 \\ \theta_n = 90^\circ - \frac{\theta_{n-1}}{2}, \text{其中 } n \geq 2 \end{cases} \quad (4) \text{ 對於所有的正整數 } n, \sin \theta_{n+1} = \cos \frac{\theta_n}{2} \text{ 恆成立}$$

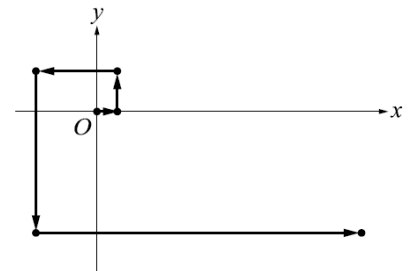
(5) 當  $\theta_1 = 60^\circ$ ，則  $\langle \theta_n \rangle$  既為等差數列也為等比數列

9. 某校調查了甲、乙兩班之數學(單位：分)與英文(單位：級分)的段考成績，計算甲、乙兩班數學成績的算術平均數分別為  $\mu_{\text{甲}}=54$  分、 $\mu_{\text{乙}}=65$  分，標準差分別為  $\sigma_{\text{甲}}=12$  分、 $\sigma_{\text{乙}}=15$  分。令甲、乙兩班英文成績的算術平均數分別為  $\mu_{\text{甲}}'$ 、 $\mu_{\text{乙}}'$ 。若甲、乙兩班其英文成績(y)對數學成績(x)的最適直線(迴歸直線)分別為  $L_{\text{甲}}: y = 0.05x + 4$ 、 $L_{\text{乙}}: y = 0.08x - 1$ ，相關係數分別為 0.6、0.3。今甲班中有一位大雄同學，本次段考數學成績為 52 分、英文成績為 6 級分，試選出正確的選項。
- (1) 點  $(\mu_{\text{甲}}, \mu_{\text{甲}}')$  必在最適直線(迴歸直線)  $L_{\text{甲}}$  上  
 (2)  $\mu_{\text{甲}}' < \mu_{\text{乙}}'$  (3) 甲班英文成績的標準差小於乙班英文的標準差 (4) 就英文成績而言，甲班的全距小於乙班的全距 (5) 大雄同學在本次段考中，其英文的表現比數學的表現好

10. 坐標平面上有一以原點  $O(0, 0)$  為圓心且半徑為  $r$  的圓  $C$ ，交直線  $L: x + y - 1 = 0$  於  $P$ 、 $Q$  兩點。已知圓  $C$  上有一點  $R$  使得  $\triangle PQR$  為正三角形。請選出正確的選項。

- (1)  $R$  點會在  $\overline{PQ}$  的中垂線上 (2) 若  $R$  點的極坐標為  $[r, \theta]$  時，則  $\theta = 225^\circ$   
 (3) 圓  $C$  的方程式為  $x^2 + y^2 = 4$  (4) 直線  $x + y - 2 = 0$  為圓  $C$  在  $R$  點的切線  
 (5) 圓  $C$  上恰有三個點與直線  $L$  的距離等於  $\frac{\sqrt{2}}{2}$

11. 某大學部有一間實驗室，學生為了要研究掃地機器人路徑規劃之成效，將掃地機器人設定為每分鐘直線行走 1 公尺，接著將地面坐標化(1 公尺為 1 單位)，並將其放置在坐標平面上，由原點  $O(0, 0)$  出發。首先沿著  $x$  軸正向(即正東)的方向行走 1 分鐘到達點  $(1, 0)$ ，然後立即轉向  $y$  軸正向(即正北)的方向，再行走 2 分鐘到達點  $(1, 2)$ ，然後，再轉向正西方向行走 4 分鐘到達點  $(-3, 2)$ ，再轉向正南方向行走 8 分鐘到達點  $(-3, -6)$ ，而後依照正東  $\rightarrow$  正北  $\rightarrow$  正西  $\rightarrow$  正南的方向直線移動，且每次行走的時間是前一次的 2 倍，等速且不考慮轉彎時間，依此規則一直行走下去，如右圖所示。假設早上 8 點開始實驗，由原點  $O(0, 0)$  出發，關於下列選項中有哪些是正確的？

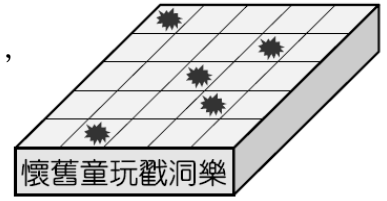


- (1) 早上 8 點 5 分時，掃地機器人的位置在點  $(-1, 2)$  (2) 早上 8 點 31 分時，掃地機器人共行走了 31 公尺 (3) 早上 9 點 5 分時，掃地機器人的位置在  $x$  軸的下方 (4) 已知掃地機器人共行走了 511 公尺，則它共轉向 6 次 (5) 承(4)，此時它的位置在點  $(205, 102)$
12. 已知有一實係數多項式  $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ ，請依據各條件選出正確的選項。
- (1) 若  $b \neq 0$ ，則  $y = f(x)$  的圖形對稱於原點  $(0, 0)$  (2) 若  $a > 4$  且  $b = 4$ ，則  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸有三個交點 (3) 若  $a < 4$  且  $b = 4$ ，則  $y = f(x)$  的圖形與  $x$  軸只有一個交點  
 (4) 若考慮多項式  $g(x) = f(x) - 15$  且其圖形對稱於點  $(3, 0)$ ，則  $y = g(x)$  在  $x = 3$  附近的一次近似為  $y = -4x + 12$  (5) 承(4)的條件，則滿足  $g(x) \geq 0$  之最小的整數解為 3

### 三、選填題(占 25 分)

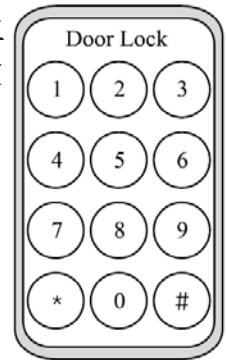
13. 若實數  $a$  滿足  $1 < |a - 1| \leq 2$  且  $|x - a| = 3|x - 7|$ ，則實數  $x$  的最大值為\_\_\_\_\_。

14. 這次過年的時候，小睿的爸爸準備了「懷舊童玩戳洞樂」遊戲，讓全家都能一起同樂，此遊戲為一個  $5 \times 5$  格大小的裝置，共計 25 個洞可戳，一次只能戳一個洞，且每個洞被戳中的機會相同，其中只有一個洞是獎金 1000 元，有八個洞是獎金 100 元，其餘都是「銘謝惠顧」，沒有獎金。目前已經有 5 個洞被戳了，小睿的爸爸只保證最大獎 1000 元還沒有被戳中。試問小睿玩這一次遊戲所獲得獎金期望值之最小值為\_\_\_\_\_元。



15. 若有一個三角形  $ABC$ ，其三邊長  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{AC} = 4$ ,  $\overline{BC} = \sqrt{13}$ ，設此  $\triangle ABC$  的內部有一點  $P$  與三頂點等距，則此距離為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數、最簡根式)

16. 如右圖為阿綺家中大門的密碼鎖，其按鍵的第一行數字為 1、4、7，第二行為 2、5、8、0，第三行為 3、6、9，設置密碼方式為：「由 0~9 的數字中，任選 6 個並依序鍵入」。今阿綺為了方便記憶自己的密碼，以她的生日民國 96 年 10 月 27 日的六個數字 9、6、1、0、2、7 重新編排成密碼，但為了要使密碼的保密度提高，規定位於按鍵同一行的數字不可接連出現，例如：「107629」為一組可用的密碼，但「172609」則不符合規定，試問阿綺共有\_\_\_\_\_種密碼設置法。



17. 設  $f(x)$  與  $g(x)$  皆為實係數二次多項式且首項係數都是 1，已知  $(f(x))^2$  除以  $g(x)$  的餘式為  $2x+1$ ，而  $(g(x))^2$  除以  $f(x)$  的餘式為  $x+1$ ，則  $f(x)+g(x)=$ \_\_\_\_\_。

## 第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

### 18-20 題為題組

設實係數二次方程式  $x^2 - ax + b = 0$  有兩實數解  $\alpha$  與  $\beta$ ，試回答下列問題。

18. 若  $\alpha$  與  $\beta$  分別滿足  $-1 \leq \alpha \leq 0$ 、 $1 \leq \beta \leq 2$ ，則下列選項何者正確？(單選題，5 分)

(1)  $(\frac{a}{2})^2 = b$  (2)  $(\frac{a}{2})^2 < b$  (3)  $(\frac{a}{2})^2 > b$  (4)  $(\frac{a}{2})^2 \leq b$  (5)  $(\frac{a}{2})^2 \geq b$

19. 承第 18 題，則  $a$  與  $b$  滿足下列哪一個選項的二元一次不等式？(多選題，5 分)

(1)  $a+b \geq -1$  (2)  $b \leq 0$  (3)  $a-b \geq 1$  (4)  $4+2a+b \leq 0$  (5)  $4-2a+b \geq 0$

20. 承第 18、19 題，若  $a^2 + b^2$  的最小值為  $k$ ，則序組  $(a, b, k) = ?$  (非選擇題，5 分)

參考數值： $\sqrt{2} \approx 1.414$ ,  $\sqrt{3} \approx 1.732$ ,  $\sqrt{5} \approx 2.236$ ,  $\sqrt{6} \approx 2.449$ ,  $\pi \approx 3.142$ 。

指對數值： $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ ,  $\log_{10} 3 \approx 0.4771$ ,  $\log_{10} 5 \approx 0.6990$ ,  $\log_{10} 7 \approx 0.8451$ 。

**RA299 北北基高級中等學校 113 學年度學測模擬考數學(113-E2)**

**參考答案**

**選擇題：**1. (2) 2. (4) 3. (2) 4. (5) 5. (1) 6. (2) 7. (1)(4)(5) 8. (1)(3)(4)(5)

9. (1)(3)或(1)(3)(5) 10. (1)(2)(5)或(1)(5) 11. (1)(2) 12. (2)(4)

**選填題：**13. 11 14. 65 15.  $\frac{\sqrt{39}}{3}$  16. 240 17.  $2x^2 - 3x - 2$

**混合題：**18. (3)或(5) 19. (1)(2)(3)(5) 20.  $\left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$