106 學年度全國高級中學第三次學力測驗模擬考試題

RA379

第壹部分：選擇題（占 70 分）

一、單選題（占 30 分）

1. 某地媽祖廟配合政府環保減香，每一位信眾持香由 8 柱香減為 3 柱香，祭拜後將香插入原來八個不同香爐中的三個，已知規定每個香爐至多插一柱香，且天公爐及主爐兩個至少有一個要插香，其他的香再任意插入剩下的香爐中，試問每一位信眾有幾種插香方法？（不考慮插香的順序）
   (1) 36 種　(2) 42 種　(3) 48 種　(4) 56 種　(5) 84 種
2. 一曲線 $y=27^{x}$ 分別與兩直線 $L_1: y=162$ 、 $L_2: y=2$ 交於 P 、 Q 兩點，則直線 PQ 的斜率為何？(1) 40　(2) 60　(3) 90　(4) 120　(5) 160
3. 統計本校籃球隊隊長小偉近五場比賽上場時間（分鐘）與得分（分）如下：

上場時間（X）	20	26	22	30	17
得分（Y）	13	21	20	26	15

   試依此選出正確的選項。
   (1) 小偉這五場的平均上場時間為 22 分鐘
   (2) 小偉這五場的平均得分為 20 分
   (3) 小偉這五場上場時間的標準差小於 4 分鐘
   (4) 根據這五場比賽得到 Y 對 X 的迴歸直線（最適合直線）方程式為 $y=\frac{12}{13}x-\frac{29}{13}$
   (5) 若下一場比賽教練讓小偉上場 22 分鐘，依 Y 對 X 的迴歸直線方程式預測小偉得分為 20 分。
4. 關於方程式 $2x^4+3x^3-14x^2+12x-3=0$ 的四個根之描述，下列選項中的敘述何者是正確的？
   (1) 四個虛根　(2) 兩個實根及兩個虛根　(3) 兩個正根及兩個負根
   (4) 一個正根及三個負根　(5) 三個正根及一個負根
5. 甲、乙兩生於住家附近進行三角測量作業，測量新北大樓之頂樓高度。
   甲生於地面測量點 A ，測得新北大樓頂樓之仰角為 $23°$ ；
   乙生於地面測量點 B ，測得新北大樓頂樓之仰角為 $25°$ 。
   查閱地圖發現，地圖上測量點 A 、 B 、新北大樓恰好成一直線，
   且 A 、 B 在大樓之異側及 A 和 B 之直線距離為 1000 公尺。
   請利用下表判斷，新北大樓之頂樓高度約為幾公尺？

角度	sin	cos	tan		
$23°00'$	.3907	.9205	.4245	2.356	$67°00'$
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
$25°00'$	.4226	.9063	.4663	2.145	$65°00'$
	cos	sin		tan	角度

   (1) 210 公尺　(2) 220 公尺　(3) 230 公尺　(4) 240 公尺　(5) 250 公尺
6. 若 $\begin{cases}\cos\alpha+\sin\beta=1\\ \sin\alpha+\cos\beta=\sqrt{2}\end{cases}$ ，則 $\cos(2\alpha+2\beta)$ 之值為何？

(1) -1　(2) 0　(3) 1　(4) $\frac{1}{2}$　(5) $-\frac{1}{2}$

二、多選題（佔 40 分）

7. 設 $f(x)$ 為次數不超過四次的實係數多項式，且 $f(x)<0$ 的整數解共有 7 個。請選出正確的選項。
   (1) $f(x)$ 的次數為奇數　(2) $f(x)$ 的最高次項係數為正
   (3) $f(x)<0$ 的 7 個整數解必為連續整數　(4) $f(x)\le 1$ 的整數解至少有 7 個
   (5) $f(x)>1$ 存在小於 100 的解
8. 變數 X 、Y 、Z 的 n 筆資料分別為 x_i 、 y_i 、 z_i ，$i=1,2,\cdots\cdots,n$ ，其中 X 和 Y 、 X 和 Z 的相關係數分別為 r_{XY} 、 r_{XZ} 。請選出正確的選項。
   (1) 若 $z_i=\frac{1}{2}y_i$ ，則 $r_{XZ}=\frac{1}{2}r_{XY}$　(2) 若 $z_i=-y_i+1$ ，則 $r_{XZ}=-r_{XY}$
   (3) 若 X 、 Y 的算術平均數皆為 0，則 Y 對 X 的迴歸直線方程式為 $y=r_{XY}\,x$
   (4) 今有另一變數 W 滿足 $w_i=y_i+z_i$ ，則 X 和 W 的相關係數 $r_{XW}=r_{XY}+r_{XZ}$
   (5) 承(4)，若 X 和 Y 、 X 和 Z 均為正相關，則 X 和 W 亦為正相關
9. 設 $\Gamma: x^2+y^2-10x-2y-25=0$ 為座標平面上的圓。請選出正確的選項。
   (1) Γ 的圓心座標為 $(5,1)$　(2) Γ 上的點與直線 $L: x-y-4=0$ 的最遠距離等於 5
   (3) 直線 $L_1: x-y+1=0$ 與 Γ 相切
   (4) Γ 上恰有兩個點與直線 $L_2: x-y+4=0$ 的距離等於 2
   (5) Γ 與直線 $L_3: x-y-2=0$ 所截的弦長等於 14
10. 已知 13^{1000} 為 1114 位數，試問下列哪些選項的敘述是正確的？
   （說明：123456 的最高位數字是 1；45678 的最高位數字是 4）
   (1) $\log 13^{50}$ 的首數是 55　(2) $\log 13^{50}$ 的尾數大於 0.5　(3) 13^{20} 是 22 位數
   (4) 13^{20} 的最高位數字是 1　(5) 13^{20} 的個位數字是 9
11. 關於數列 $\langle a_n \rangle$，下列敘述哪些正確？
   (1) 若對所有正整數 n ， $a_n a_{n+2}=a_{n+1}^2$ 均成立，則 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列
   (2) 若對所有正整數 n ， $a_{2n-1}+a_{2n+1}=2a_{2n}$ 均成立，則 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列
   (3) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等比數列，則 $\left\langle \frac{1}{a_n} \right\rangle$ 亦為等比數列
   (4) 若 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列，且對所有的正整數 k ，級數 $S_k=\sum_{n=1}^{k}a_n$ 均為正數，則 $a_{n+1}\ge a_n$ 。
   (5) 級數 $S_k=\sum_{n=1}^{k}a_n$ ，若 $\langle S_k \rangle$ 為等差數列，則 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列

12.設O為ΔABC所在平面上一點，下列哪個式子可以確定P點的位置落在ΔABC內部？

(1) $\overrightarrow{AP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{4}\overrightarrow{AC}$ (2) $\overrightarrow{AP}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ (3) $\overrightarrow{AP}=-\frac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$

(4) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{2}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{3}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$ (5) $\overrightarrow{OP}=\frac{1}{3}\overrightarrow{OA}+\frac{1}{4}\overrightarrow{OB}+\frac{1}{6}\overrightarrow{OC}$

13.數列$\langle a_n \rangle$滿足$a_1=2$且$a_{n+1}=\frac{1}{3}a_n+2$，n為正整數。請選出正確的選項。

(1) $a_2=\frac{8}{3}$ (2) $a_3<3$ (3) $a_n=3-\left(\frac{1}{3}\right)^{n-1}$

(4) $a_n=3-\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ (5) $a_{10}<a_{11}$

14.為獎勵學生本學期優良表現，期末班會時老師提供 5 份禮品，由 40 位學生抽獎。在 40 支籤中有 5 支中獎籤，今甲、乙、丙三人先依序上台抽獎（每支籤被抽出的機會均等），每次取一支，取後不放回，則下列敘述哪些正確？

(1) 甲抽到中獎籤之機率為$\frac{1}{8}$ (2) 乙抽到中獎籤之機率為$\frac{5}{39}$

(3) 甲、乙、丙三人恰有 1 人抽到中獎籤之機率為$\frac{3}{8}$

(4) 在甲抽到中獎籤的條件下，丙抽到中獎籤之機率為$\frac{4}{39}$

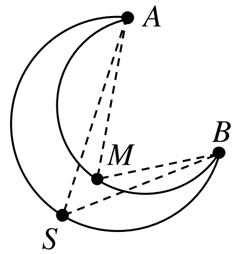
(5) 在丙抽到中獎籤的條件下，甲抽到中獎籤之機率為$\frac{4}{39}$

第貳部分：選填題（佔 30 分）

1. 若$\begin{cases}|x-2|\le 3\\ |x+1|\ge 2\end{cases}$與$|x-a|\le b$表同一範圍，則數對$(a,b)=$________。

2. 已知 2，$\sqrt{14+6\sqrt{5}}$，$\sqrt{14-6\sqrt{5}}$為三次實係數方程式$x^3+ax^2+bx+c=0$的三個根，則序組$(a,b,c)=$________。

3. 今有日蝕如右圖。假設圖上之曲線皆為圓弧，若$\angle ASB=\frac{\pi}{4}$，$\angle AMB=\frac{\pi}{3}$，則兩弧ASB、AMB弧長之比值為________。（化為最簡根式）



4. 座標平面上，定點$A(-2,3)$、$B(-1,1)$，若P為圓$C:x^2+y^2=1$上的動點，
則$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}$的最大值為________。

5. 一線性規劃問題的可行解區域為座標平面上由點 $A(0,40)$、$B(27,36)$、$C(30,0)$、$D(3,4)$所圍成的平行四邊形及其內部。已知目標函數$ax+by$（其中a、b為常數）在D點有最小值 11，則此目標函數在同一個可行解區域的最大值為________。

6. 小明發明了一個數線跳棋遊戲，首先將棋子放在原點， 然後依序寫出$a_1,a_2,\cdots\cdots,a_{10}$等10 個相異的整數，接著計算$a_2-a_1$的值，並依照計算出來的值移動棋子（例如“$+3$”就往右移動 3 單位，“$-2$”就往左移動 2 單位）。接下來計算$a_3-a_2$的值並移動棋子，依序計算並移動$a_{n+1}-a_n$的值，直到移動完$a_{10}-a_9$的值為止。已知小明隨意將 1～10 的 10 個整數填入$a_1,a_2,\cdots\cdots,a_{10}$，整個遊戲移動過程中只有轉向一次，最後停在數線上標示為“1”的位置，請問小明將 1～10 的 10 個整數填入$a_1,a_2,\cdots\cdots,a_{10}$的方法有________種。
（例如：$a_1,a_2,\cdots\cdots,a_{10}$，依序為$1,3,4,5,10,9,8,7,6,2$，其移動過程為
$+2,+1,+1,+5,-1,-1,-1,-1,-4$，只轉向一次，最後停在“1”的位置）

RA379 106 學年度全國高級中學第三次學科能力測驗
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(1)　**2.**(4)　**3.**(4)　**4.**(5)　**5.**(2)　**6.**(4)　**7.**(2)(4)(5)　**8.**(2)(5)
9.(1)(4)(5)　**10.**(1)(2)(4)　**11.**(3)(4)　**12.**(1)(4)　**13.**(1)(2)(3)(5)
14.(1)(4)(5)

第貳部分：選填題

A. $(3,2)$　**B.** $(-8,16,-8)$　**C.** $\dfrac{9\sqrt{6}}{16}$　**D.** 11　**E.** 99　**F.** 256