

# 全國公私立高級中學 107 學年度第三次學科能力測驗



## 第壹部分：選擇題（占 60 分）

### 一、單選題（占 35 分）

1. 小明從衛福部網站得到 105 年事故死亡人數的資料，如表(1)。其中事故死亡人數占死亡人數百分比是計算  $\frac{\text{事故死亡人數}}{\text{死亡人數}} \times 100\%$  的近似值而得。例如年齡為 10-14 歲這一組，事故死亡人數占死亡人數百分比為  $\frac{37}{150} \times 100\% \approx 24.6\%$ 。表(1)中每組年齡中事故死亡人數分別為  $a$ 、 $b$ 、 $c$ 、 $d$ 、 $e$ ，試問這五個數中最小的值為下列哪一個？

表(1)

年齡組別(歲)	死亡人數	事故死亡人數	事故死亡人數占死亡人數百分比
10-14	150	37	24.6%
15-19	497	$a$	58.9%
20-24	734	$b$	42.2%
25-29	851	$c$	29.6%
30-34	1,534	$d$	21.1%
35-39	2,697	$e$	13.7%

- (1)  $a$     (2)  $b$     (3)  $c$     (4)  $d$     (5)  $e$
2. 已知  $k$  為整數，在坐標平面上，直線  $L: (k+2)x + (k^2 - 2k - 19)y = k - 9$  的圖形，不通過第四象限也不通過原點，則滿足上述條件的  $k$  共有幾個？  
 (1) 5    (2) 6    (3) 7    (4) 8    (5) 9
3. 小博班上同學報名某次路跑活動，完成報名後，主辦單位會寄送參賽物資(包含紀念衣，號碼布等物品)。而郵寄費用須由報名者負擔，且郵寄費用依人數多寡而有不同。該次路跑活動的郵寄費用如表(2)：

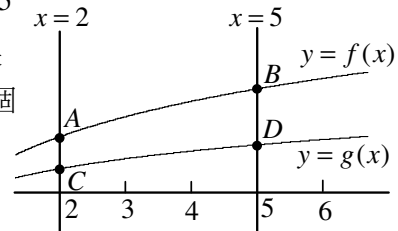
表(2)

人數(人)	1~2	3~5	6~10	11~30	31~60	61 以上
費用(元)	100	200	400	800	1500	2000

- 已知小博班上共有 37 名同學報名。若每人單獨報名，全班的郵寄費用就需 3700 元；若 37 人一起團體報名，郵寄費用只需 1500 元。為了省錢，小博開始嘗試將 37 人分開報名(例如：將 37 人分成 35 人與 2 人分開報名，全班的郵寄費用為 1500 元加上 100 元，共需 1600 元)。試問在各種不同報名人數的組合中，小博全班的郵寄費用最便宜的是下列何者？(1) 1000(元)    (2) 1100(元)    (3) 1200(元)    (4) 1300(元)    (5) 1500(元)

4. 已知  $a > 1$ 。若  $f(x) = \log_a x$  的函數圖形與直線  $x = 2$ 、 $x = 5$

分別交於  $A$ 、 $B$  二點。 $g(x) = \log_{a^2} x$  的函數圖形與直線  $x = 2$ 、 $x = 5$  分別交於  $C$ 、 $D$  二點，如圖(1)。設  $A$ 、 $B$  兩個點的斜率為  $m_1$ ， $C$ 、 $D$  兩個點的斜率為  $m_2$ ，則  $\frac{m_2}{m_1}$  之值為



圖(1)

- 下列哪一個？(1)  $\frac{1}{2}$     (2)  $\frac{2}{5}$     (3)  $\frac{1}{3}$     (4)  $\frac{1}{4}$     (5)  $\frac{1}{5}$

5. 小南每天搭公車上學，從家裡到學校共有 3 條不同公車路線可以選擇。小南想要安排從週一到週五共五天上學的搭車計畫。小南每天只會選一條路線搭乘，且這五天中每一條路線至少搭乘一次。根據上述原則，小南這五天共有幾種不同的搭車計畫？  
 (1) 90 (2) 150 (3) 180 (4) 210 (5) 243

6. 設  $a, b$  為正數，已知直線方程式  $L_1: x+y=0$ 、 $L_2: x+y=a$ 、 $L_3: 2x-y=0$ 、 $L_4: 2x-y=b$ 。若此四條直線所圍成的平行四邊形面積為  $\sqrt{10}$ 。則此平行四邊形周長的最小值為下列哪一選項？  
 (1)  $\frac{\sqrt{10}}{3}$  (2)  $\frac{2\sqrt{10}}{3}$  (3)  $\frac{4\sqrt{10}}{3}$  (4)  $\frac{2\sqrt{30}}{3}$  (5)  $\frac{4\sqrt{30}}{3}$

7. 設  $m$  為整數，已知圓方程式  $C: x^2 + y^2 - (2m+2)x - (2m+6)y - 5 = 0$ 。若此圓的圓心落在第二象限。則此圓面積為下列哪一選項？  
 (1)  $5\pi$  (2)  $6\pi$  (3)  $7\pi$  (4)  $8\pi$  (5)  $9\pi$

## 二、多選題 (占 25 分)

8. 已知  $b, c, d$  為實數。若方程式  $(x^2 + bx + c)(x^2 + bx + d) = 0$  的四根為  $1, \alpha, \beta, 4$ 。請選出正確的選項。

- (1) 若  $\alpha = -\sqrt{3} + 2$ ，則  $\beta = \sqrt{3} + 2$  (2) 若  $\alpha = \frac{5}{2} + 2i$ ，則  $\beta = \frac{5}{2} - 2i$   
 (3) 若  $\alpha = 5$ ，則  $\beta$  的值可以是 2 (4) 若  $\alpha = 5$ ，則  $\beta$  的值可以是 3  
 (5) 若  $\alpha = 5$ ，則  $\beta$  的值可以是 8

9. 設  $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$  為某一試驗的樣本空間  $S$  的一個分割，且  $P(A_1) = x$ ， $P(A_2) = \frac{1}{4}$ ， $P(A_3) = \frac{1}{4}$ ， $P(A_4) = \frac{1}{6}$ 。若一事件  $D$  滿足  $P(D|A_1) = y$ ， $P(D|A_2) = \frac{1}{6}$ ， $P(D|A_3) = \frac{1}{12}$ ， $P(D|A_4) = \frac{1}{4}$ 。請選出正確的選項。

- (1)  $x = \frac{1}{3}$  (2) 若  $A_1$  與事件  $D$  為互斥事件，則  $P(D) = \frac{2}{3}$   
 (3) 若  $A_1$  與事件  $D$  為互斥事件，則  $P(D) = \frac{5}{48}$   
 (4) 若  $A_1$  與事件  $D$  為獨立事件，則  $P(D) = \frac{5}{24}$   
 (5) 若  $A_2$  與事件  $D$  為獨立事件，則  $y = \frac{3}{16}$

10. 已知  $a_1, a_2, \dots, a_8$  為實數，設二次函數  $f(x) = (x-a_1)^2 + (x-a_2)^2 + \dots + (x-a_8)^2 = a(x-h)^2 + k$ ，若  $f(4)=104$ ， $f(6)=72$ ， $f(7)=80$ ，請選出正確的選項。

- (1)  $a+h+k=78$  (2)  $a+h+k=86$  (3) 數值  $a_1, a_2, \dots, a_8$  的平均數為 9  
 (4) 數值  $a_1, a_2, \dots, a_8$  的標準差為 3 (5) 數值  $a_1, a_2, \dots, a_8$  的標準差為  $\sqrt{8}$

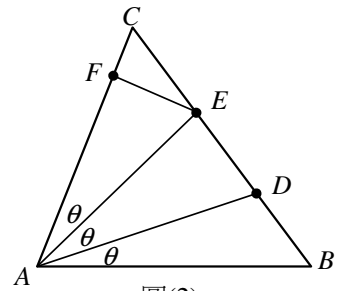
11. 有四筆  $(x, y)$  的數據分別為  $(1, 8)$ 、 $(3, 12)$ 、 $(5, 4)$ 、 $(7, 0)$  其相關係數為  $r_1$ ， $y$  對  $x$  的迴歸直線為  $y = m_1x + k_1$ ；若增加一筆數據  $(a, b)$  之後，五筆數據  $(1, 8)$ 、 $(3, 12)$ 、 $(5, 4)$ 、 $(7, 0)$ 、

$(a, b)$ 的相關係數為 $r_2$ ， $y$ 對 $x$ 的迴歸直線為 $y = m_2x + k_2$ 。請選出正確的選項。

- (1)  $m_1 < 0$     (2)  $-0.5 < r_1 < -0.7$     (3) 當 $(a, b) = (10, 10)$ 時， $r_1 > r_2$   
 (4) 當 $(a, b) = (4, 6)$ 時， $r_1 = r_2$     (5) 當 $(a, b) = (4, 6)$ 時， $m_1 = m_2$

12. 如圖(2)，等腰三角形 $ABC$ 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，  
 $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC = \theta$ ，且 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 。  
 選出正確的選項。

- (1)  $\overline{CE} = \overline{ED}$     (2)  $\overline{BD} > \overline{ED}$     (3)  $\angle CFE = 90^\circ + \frac{\theta}{2}$   
 (4)  $\frac{\overline{DE}}{\overline{BD}} = 2 \cos \theta - 1$     (5)  $\frac{\overline{DE}}{\overline{BD}} = 2 \sin 2\theta - 1$



圖(2)

第貳部分：選填題（占 40 分）

- A. 已知 $a, b, c$ 為實數。令 $f(x) = 11 \times \frac{(x-3)(x-5)}{(2-3)(2-5)} + 9 \times \frac{(x-2)(x-5)}{(3-2)(3-5)} + 5 \times \frac{(x-2)(x-3)}{(5-2)(5-3)}$   
 $= ax^2 + bx + c$ ，則 $a + b + c$ 之值為\_\_\_\_\_。

- B. 已知 $a, m, n$ 為正實數。若函數 $f(x) = a^x + a^{-x}$ 且 $f(m) = 5$ ， $f(n) = 14$ 則 $f(2m) \times f(-\frac{n}{2})$   
 之值為\_\_\_\_\_。

- C. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為 $\frac{3}{4}$ 。設 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ，則 $S_{10}$ ， $S_{20} - S_{10}$ ， $S_{30} - S_{20}$ ， $S_{40} - S_{30}$ ，  
 亦為等差數列，求此數列的公差為\_\_\_\_\_。

- D. 2018 年舉辦的第 21 屆國際足總世界盃在俄羅斯舉行。有一日五位球員甲、乙、丙、丁、戊聚在一起。甲球員提議每人拿出一件自己的簽名球衣互相交換(每人只取一件)，若每人都不能拿到自己的球衣，且乙一定不選丁的球衣，則交換方法共有\_\_\_\_\_種。

E. 雙贏彩是一種樂透型遊戲，您必須從 01~24 的號碼中任選 12 個號碼進行投注。開獎時，開獎單位將隨機開出 12 個號碼，這一組號碼就是該期雙贏彩的中獎號碼，也稱為「獎號」。個獎項的中獎方式如下：

頭獎：對中當期 12 個獎號或對中當期 0 個獎號；

貳獎：對中當期任 11 個獎號或對中任 1 個獎號；

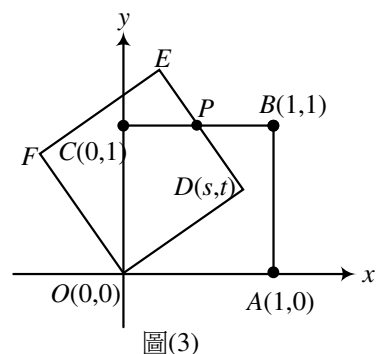
參獎：對中當期任 10 個獎號或對中任 2 個獎號。

若投注一組號碼，令中貳獎的機率為  $r$ ，中參獎的機率為  $R$ ，則  $\frac{r}{R}$  之值為

\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

F. 坐標平面上，有一正方形四個頂點分別為  $O(0,0)$ ， $A(1,0)$ ， $B(1,1)$ ， $C(0,1)$ 。今將此正方形繞原點旋轉角  $\theta(0^\circ < \theta < 90^\circ)$  後，得到另一個正方形  $ODEF$ ，如圖(3)。已知  $\overline{DE}$  與  $\overline{BC}$  交於點  $P$ ，且四邊形  $ODPC$  的面積為  $\frac{2}{5}$ 。若點  $D$  的坐標為  $(s,t)$ ，則  $s$  之值為

\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

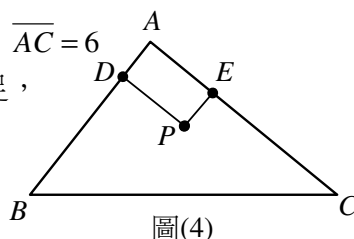


G. 在坐標平面上有點  $A(3,-1)$  及一圓  $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 。過點  $A$  作圓  $C$  的切線  $\overline{AP}$ ，其中點  $P$  為圓  $C$  上的切點。若點  $Q$  為圓  $C$  上任意一點。則向量內積  $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$  之最大值為

\_\_\_\_\_。

H. 如圖(4)，點  $P$  為  $\triangle ABC$  內一點，三角形邊長  $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ 。已知  $D, E$  分別為  $P$  在  $\overline{AB}$ ， $\overline{AC}$  上的垂足，

且  $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{AE} = 2$ ，若  $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則  $x + y$  之值為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)



RA381 全國公私立高級中學 107 學年度第三次學科能力測驗  
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(3) 2.(4) 3.(2) 4.(1) 5.(2) 6.(5) 7.(3) 8.(2)(3)(5) 9.(1)(3)(5)  
10.(2)(4) 11.(1)(4)(5) 12.(2)(3)(4)

第貳部分：選填題

A. 13 B. 92 C. 75 D. 33 E.  $\frac{4}{121}$  F.  $\frac{20}{29}$  G. 30 H.  $\frac{7}{16}$