

全國公私立高級中學 107 學年度第三次學科能力測驗



第壹部分：選擇題（占 60 分）

一、單選題（占 35 分）

1. 小明從衛福部網站得到 105 年事故死亡人數的資料，如表(1)。其中事故死亡人數占死亡人數百分比是計算 $\frac{\text{事故死亡人數}}{\text{死亡人數}} \times 100\%$ 的近似值而得。例如年齡為 10-14 歲這一組，事故死亡人數占死亡人數百分比為 $\frac{37}{150} \times 100\% \approx 24.6\%$ 。表(1)中每組年齡中事故死亡人數分別為 a 、 b 、 c 、 d 、 e ，試問這五個數中最小的值為下列哪一個？

表(1)

年齡組別(歲)	死亡人數	事故死亡人數	事故死亡人數占死亡人數百分比
10-14	150	37	24.6%
15-19	497	a	58.9%
20-24	734	b	42.2%
25-29	851	c	29.6%
30-34	1,534	d	21.1%
35-39	2,697	e	13.7%

- (1) a (2) b (3) c (4) d (5) e
2. 已知 k 為整數，在坐標平面上，直線 $L: (k+2)x + (k^2 - 2k - 19)y = k - 9$ 的圖形，不通過第四象限也不通過原點，則滿足上述條件的 k 共有幾個？
 (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9
3. 小博班上同學報名某次路跑活動，完成報名後，主辦單位會寄送參賽物資(包含紀念衣，號碼布等物品)。而郵寄費用須由報名者負擔，且郵寄費用依人數多寡而有不同。該次路跑活動的郵寄費用如表(2)：

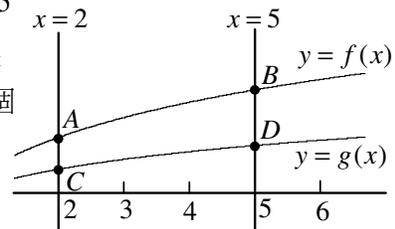
表(2)

人數(人)	1~2	3~5	6~10	11~30	31~60	61 以上
費用(元)	100	200	400	800	1500	2000

- 已知小博班上共有 37 名同學報名。若每人單獨報名，全班的郵寄費用就需 3700 元；若 37 人一起團體報名，郵寄費用只需 1500 元。為了省錢，小博開始嘗試將 37 人分開報名(例如：將 37 人分成 35 人與 2 人分開報名，全班的郵寄費用為 1500 元加上 100 元，共需 1600 元)。試問在各種不同報名人數的組合中，小博全班的郵寄費用最便宜的是下列何者？(1) 1000(元) (2) 1100(元) (3) 1200(元) (4) 1300(元) (5) 1500(元)

4. 已知 $a > 1$ 。若 $f(x) = \log_a x$ 的函數圖形與直線 $x = 2$ 、 $x = 5$

分別交於 A 、 B 二點。 $g(x) = \log_{a^2} x$ 的函數圖形與直線 $x = 2$ 、 $x = 5$ 分別交於 C 、 D 二點，如圖(1)。設 A 、 B 兩個點的斜率為 m_1 ， C 、 D 兩個點的斜率為 m_2 ，則 $\frac{m_2}{m_1}$ 之值為



- 下列哪一個？(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{4}$ (5) $\frac{1}{5}$

圖(1)

5. 小南每天搭公車上學，從家裡到學校共有 3 條不同公車路線可以選擇。小南想要安排從週一到週五共五天上學的搭車計畫。小南每天只會選一條路線搭乘，且這五天中每一條路線至少搭乘一次。根據上述原則，小南這五天共有幾種不同的搭車計畫？
 (1) 90 (2) 150 (3) 180 (4) 210 (5) 243

6. 設 a, b 為正數，已知直線方程式 $L_1: x+y=0$ 、 $L_2: x+y=a$ 、 $L_3: 2x-y=0$ 、 $L_4: 2x-y=b$ 。若此四條直線所圍成的平行四邊形面積為 $\sqrt{10}$ 。則此平行四邊形周長的最小值為下列哪一選項？
 (1) $\frac{\sqrt{10}}{3}$ (2) $\frac{2\sqrt{10}}{3}$ (3) $\frac{4\sqrt{10}}{3}$ (4) $\frac{2\sqrt{30}}{3}$ (5) $\frac{4\sqrt{30}}{3}$

7. 設 m 為整數，已知圓方程式 $C: x^2 + y^2 - (2m+2)x - (2m+6)y - 5 = 0$ 。若此圓的圓心落在第二象限。則此圓面積為下列哪一選項？
 (1) 5π (2) 6π (3) 7π (4) 8π (5) 9π

二、多選題 (占 25 分)

8. 已知 b, c, d 為實數。若方程式 $(x^2 + bx + c)(x^2 + bx + d) = 0$ 的四根為 $1, \alpha, \beta, 4$ 。請選出正確的選項。

- (1) 若 $\alpha = -\sqrt{3} + 2$ ，則 $\beta = \sqrt{3} + 2$ (2) 若 $\alpha = \frac{5}{2} + 2i$ ，則 $\beta = \frac{5}{2} - 2i$
 (3) 若 $\alpha = 5$ ，則 β 的值可以是 2 (4) 若 $\alpha = 5$ ，則 β 的值可以是 3
 (5) 若 $\alpha = 5$ ，則 β 的值可以是 8

9. 設 $\{A_1, A_2, A_3, A_4\}$ 為某一試驗的樣本空間 S 的一個分割，且 $P(A_1) = x$ ， $P(A_2) = \frac{1}{4}$ ， $P(A_3) = \frac{1}{4}$ ， $P(A_4) = \frac{1}{6}$ 。若一事件 D 滿足 $P(D|A_1) = y$ ， $P(D|A_2) = \frac{1}{6}$ ， $P(D|A_3) = \frac{1}{12}$ ， $P(D|A_4) = \frac{1}{4}$ 。請選出正確的選項。

- (1) $x = \frac{1}{3}$ (2) 若 A_1 與事件 D 為互斥事件，則 $P(D) = \frac{2}{3}$
 (3) 若 A_1 與事件 D 為互斥事件，則 $P(D) = \frac{5}{48}$
 (4) 若 A_1 與事件 D 為獨立事件，則 $P(D) = \frac{5}{24}$
 (5) 若 A_2 與事件 D 為獨立事件，則 $y = \frac{3}{16}$

10. 已知 a_1, a_2, \dots, a_8 為實數，設二次函數 $f(x) = (x-a_1)^2 + (x-a_2)^2 + \dots + (x-a_8)^2 = a(x-h)^2 + k$ ，若 $f(4)=104$ ， $f(6)=72$ ， $f(7)=80$ ，請選出正確的選項。

- (1) $a+h+k=78$ (2) $a+h+k=86$ (3) 數值 a_1, a_2, \dots, a_8 的平均數為 9
 (4) 數值 a_1, a_2, \dots, a_8 的標準差為 3 (5) 數值 a_1, a_2, \dots, a_8 的標準差為 $\sqrt{8}$

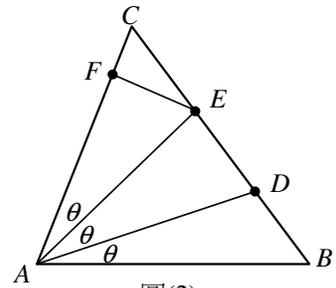
11. 有四筆 (x, y) 的數據分別為 $(1, 8)$ 、 $(3, 12)$ 、 $(5, 4)$ 、 $(7, 0)$ 其相關係數為 r_1 ， y 對 x 的迴歸直線為 $y = m_1x + k_1$ ；若增加一筆數據 (a, b) 之後，五筆數據 $(1, 8)$ 、 $(3, 12)$ 、 $(5, 4)$ 、 $(7, 0)$ 、

(a, b) 的相關係數為 r_2 ， y 對 x 的迴歸直線為 $y = m_2x + k_2$ 。請選出正確的選項。

- (1) $m_1 < 0$ (2) $-0.5 < r_1 < -0.7$ (3) 當 $(a, b) = (10, 10)$ 時， $r_1 > r_2$
 (4) 當 $(a, b) = (4, 6)$ 時， $r_1 = r_2$ (5) 當 $(a, b) = (4, 6)$ 時， $m_1 = m_2$

12. 如圖(2)，等腰三角形 ABC 中， $\overline{AB} = \overline{AC}$ ，
 $\angle BAD = \angle DAE = \angle EAC = \theta$ ，且 $\overline{AE} = \overline{AF}$ 。
 選出正確的選項。

- (1) $\overline{CE} = \overline{ED}$ (2) $\overline{BD} > \overline{ED}$ (3) $\angle CFE = 90^\circ + \frac{\theta}{2}$
 (4) $\frac{\overline{DE}}{\overline{BD}} = 2 \cos \theta - 1$ (5) $\frac{\overline{DE}}{\overline{BD}} = 2 \sin 2\theta - 1$



圖(2)

第貳部分：選填題（占 40 分）

- A. 已知 a, b, c 為實數。令 $f(x) = 11 \times \frac{(x-3)(x-5)}{(2-3)(2-5)} + 9 \times \frac{(x-2)(x-5)}{(3-2)(3-5)} + 5 \times \frac{(x-2)(x-3)}{(5-2)(5-3)}$
 $= ax^2 + bx + c$ ，則 $a + b + c$ 之值為_____。

- B. 已知 a, m, n 為正實數。若函數 $f(x) = a^x + a^{-x}$ 且 $f(m) = 5$ ， $f(n) = 14$ 則 $f(2m) \times f(-\frac{n}{2})$
 之值為_____。

- C. 已知等差數列 $\langle a_n \rangle$ 的公差為 $\frac{3}{4}$ 。設 $S_n = \sum_{k=1}^n a_k$ ，則 S_{10} ， $S_{20} - S_{10}$ ， $S_{30} - S_{20}$ ， $S_{40} - S_{30}$ ，
 亦為等差數列，求此數列的公差為_____。

- D. 2018 年舉辦的第 21 屆國際足總世界盃在俄羅斯舉行。有一日五位球員甲、乙、丙、丁、戊聚在一起。甲球員提議每人拿出一件自己的簽名球衣互相交換(每人只取一件)，若每人都不能拿到自己的球衣，且乙一定不選丁的球衣，則交換方法共有_____種。

E. 雙贏彩是一種樂透型遊戲，您必須從 01~24 的號碼中任選 12 個號碼進行投注。開獎時，開獎單位將隨機開出 12 個號碼，這一組號碼就是該期雙贏彩的中獎號碼，也稱為「獎號」。個獎項的中獎方式如下：

頭獎：對中當期 12 個獎號或對中當期 0 個獎號；

貳獎：對中當期任 11 個獎號或對中任 1 個獎號；

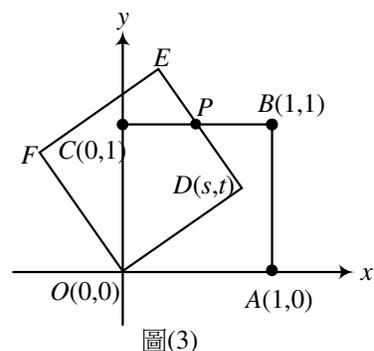
參獎：對中當期任 10 個獎號或對中任 2 個獎號。

若投注一組號碼，令中貳獎的機率為 r ，中參獎的機率為 R ，則 $\frac{r}{R}$ 之值為

_____。(化為最簡分數)

F. 坐標平面上，有一正方形四個頂點分別為 $O(0,0)$ ， $A(1,0)$ ， $B(1,1)$ ， $C(0,1)$ 。今將此正方形繞原點旋轉角 $\theta(0^\circ < \theta < 90^\circ)$ 後，得到另一個正方形 $ODEF$ ，如圖(3)。已知 \overline{DE} 與 \overline{BC} 交於點 P ，且四邊形 $ODPC$ 的面積為 $\frac{2}{5}$ 。若點 D 的坐標為 (s,t) ，則 s 之值為

_____。(化為最簡分數)

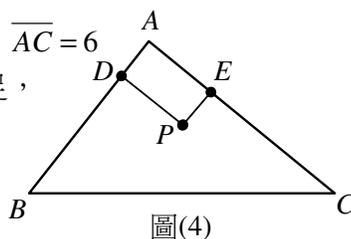


G. 在坐標平面上有點 $A(3,-1)$ 及一圓 $C: x^2 + y^2 + 2x - 4y = 0$ 。過點 A 作圓 C 的切線 \overline{AP} ，其中點 P 為圓 C 上的切點。若點 Q 為圓 C 上任意一點。則向量內積 $\overrightarrow{AP} \cdot \overrightarrow{AQ}$ 之最大值為

_____。

H. 如圖(4)，點 P 為 $\triangle ABC$ 內一點，三角形邊長 $\overline{AB} = 5$ ， $\overline{AC} = 6$ ， $\overline{BC} = 7$ 。已知 D, E 分別為 P 在 \overline{AB} ， \overline{AC} 上的垂足，

且 $\overline{AD} = 1$ ， $\overline{AE} = 2$ ，若 $\overrightarrow{AP} = x\overrightarrow{AB} + y\overrightarrow{AC}$ ，則 $x + y$ 之值為_____。(化為最簡分數)



RA381 全國公私立高級中學 107 學年度第三次學科能力測驗
參考答案

第壹部分：選擇題

1.(3) 2.(4) 3.(2) 4.(1) 5.(2) 6.(5) 7.(3) 8.(2)(3)(5) 9.(1)(3)(5)
10.(2)(4) 11.(1)(4)(5) 12.(2)(3)(4)

第貳部分：選填題

A. 13 B. 92 C. 75 D. 33 E. $\frac{4}{121}$ F. $\frac{20}{29}$ G. 30 H. $\frac{7}{16}$