

# 臺中區國立高級中學 107 學年度學科能力測驗第一次聯合模擬考試



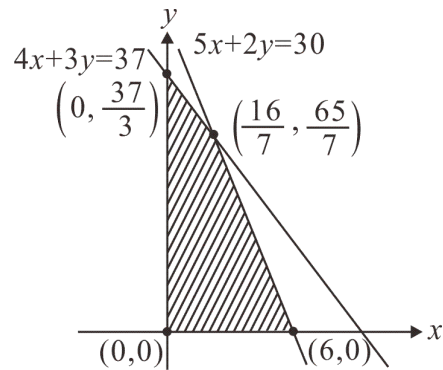
## 第壹部分：選擇題（占 60 分）

### 一、單選題（占 30 分）

1. 櫻桃家族成員有爺爺、奶奶、爸爸、媽媽、姐姐、小丸子，一家六口要去照相館拍全家福照，有六張椅子排成一列供拍照者就坐，然而因前一晚某些爭吵導致爺爺與爸爸不相鄰、爸爸與媽媽不相鄰、媽媽與姐姐不相鄰，請問攝影師有幾種安排座位的排法？  
 (1) 132 (2) 180 (3) 240 (4) 276 (5) 426。

2. 擲一個公正的正四面體骰子（四面點數分別為 1、2、3、4）二次，設第一次擲出點數為  $a$ ，第二次擲出點數為  $b$ ，求直線  $L: ax + 2y = 3a + 1$  與圓  $C: x^2 + y^2 = b^2$  相交的機率為多少？  
 (1)  $\frac{7}{16}$  (2)  $\frac{1}{2}$  (3)  $\frac{9}{16}$  (4)  $\frac{5}{8}$  (5)  $\frac{11}{16}$ 。

3. 已知可行解區域為  $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 5x + 2y \leq 30 \\ 4x + 3y \leq 37 \end{cases}$ ， $x, y \in Z$ ，



- 如右圖，求目標函數  $f(x, y) = 8x + 5y$  的最大值？  
 (1) 63 (2) 61 (3) 60 (4) 59 (5) 48。

4. 求方程組  $\begin{cases} |x-4| - y = 2 \\ y^2 + 4x = 29 \end{cases}$  的所有解  $(x, y)$  中， $x$  值的總和為何？  
 (1) 8 (2) 2 (3) 0 (4) -2 (5) -8。

5. 若遞迴數列  $\langle a_n \rangle$  滿足  $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_{n+1} = \frac{3}{4} a_n \quad (n \geq 1) \end{cases}$ ，則此數列第 51 項最接近下列哪一個數？  
 (1)  $10^{-5}$  (2)  $10^{-6}$  (3)  $10^{-7}$  (4)  $10^{-8}$  (5)  $10^{-9}$ 。

6. 小明參加國防課實彈射擊，一排 10 個人，由右到左分別為 1~10 號靶位，小明在 5 號靶位，每位同學每發子彈射中自己靶位的機率  $\frac{4}{10}$ ，射中右邊同學靶位的機率  $\frac{3}{10}$ （例如：小明射中 4 號靶位），射中左邊同學靶位的機率  $\frac{2}{10}$ ，完全沒射中的機率  $\frac{1}{10}$ ，每人有 2 發子彈，射擊結束後，已知 5 號靶位上有 2 個彈孔，試問這 2 個彈孔均由小明射中的機率為何？  
 (1)  $\frac{1296}{8821}$  (2)  $\frac{1296}{20665}$  (3)  $\frac{16}{55}$  (4)  $\frac{3136}{8821}$  (5)  $\frac{3136}{20665}$ 。

## 二、多選題（占 30 分）

7. 下列敘述何者正確？

- (1) 若  $a$ 、 $b$  為異於 0 之實數，若  $a > b$ ，則  $\frac{1}{a} < \frac{1}{b}$
- (2) 沒有實數  $x$  滿足  $|x-2| + |x+3| \leq 4$
- (3) 若  $a$ 、 $c$  為有理數， $b$ 、 $d$  為無理數，且  $a+b=c+d$ ，則  $a=c$ ， $b=d$
- (4)  $a < 0$ 、 $b < 0$ ，則  $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = -\sqrt{\frac{a}{b}}$
- (5) 數線上  $A$  點坐標為  $a$ ， $B$  點坐標為  $b$ ，滿足  $\overline{PA} : \overline{PB} = m : n$ ，  
則  $P$  點坐標為  $\frac{na+mb}{m+n}$ 。

8. 坐標平面上，直線  $y=k$  ( $k > 0$ ) 與函數  $y=3^x$ 、 $y=9^x$  的圖形分別交於  $A$ 、 $B$  兩點。  
 $d_k = \overline{AB}$  代表  $A$ 、 $B$  兩點的距離，下列何者正確？

- (1)  $d_1 = 6$  (2)  $d_3 = \frac{1}{2}$  (3)  $A$  在  $B$  右側 (4)  $d_3$ ， $d_9$ ， $d_{27}$  三數成等差數列  
(5)  $d_k = \log_9 k$ 。

9. 設 50 筆資料  $(x_i, y_i)$ ， $i=1, 2, 3, \dots, 50$ ，平均數  $\mu_x = 60$ ， $\mu_y = 60$ ，

$x$  與  $y$  的相關係數為 0.8， $y$  對  $x$  的迴歸直線  $L$  過點  $(30, 45)$ ，下列何者正確？

- (1) 迴歸直線斜率為 0.8 (2) 迴歸直線過點  $(40, 50)$  (3)  $x$  的標準差大於  $y$  的標準差  
(4) 若將 50 筆資料標準化，得到新數據  $(x'_i, y'_i)$ ，則  $y'$  對  $x'$  的迴歸直線斜率為 0.8  
(5) 若第 51 筆資料的  $y_{51} = 80$ ，則可用 50 筆資料的迴歸直線  $L$  預測  $x_{51} = 100$ 。

10. 請問下列選項何者正確？

(1)  $\sum_{k=1}^{20} k^2 = \sum_{k=11}^{30} (k-10)^2$  (2)  $\sum_{k=1}^n k(k+1) = \sum_{k=1}^n k \times \sum_{k=1}^n (k+1)$

(3)  $\sum_{k=1}^m mn = (1+2+\dots+m)n$

(4) 若  $\langle a_k \rangle_{k=1}^{3n}$  為等比數列，則  $\sum_{k=1}^n a_k$ ， $\sum_{k=n+1}^{2n} a_k$ ， $\sum_{k=2n+1}^{3n} a_k$  亦為等比數列

(5) 若  $a$ 、 $b$ 、 $c$  為等比數列，則  $b$  必不為 0。

11. 設  $f(x) = 5x^3 + 2x^2 + 2x - 3$ ，則下列敘述哪些正確？

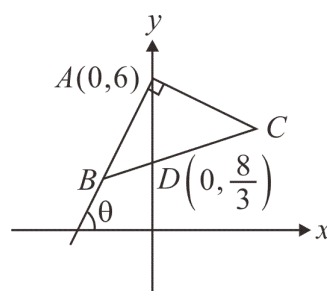
(1)  $f(3^x) = 0$  恰有一個正實根 (2)  $x^{10} f(x) + f(x^2) + f(x)$  除以  $x-1$  的餘數為 18

(3) 不等式  $f(x) \geq 0$  與  $\frac{5x-3}{(x-1)^2} \geq 0$  的解集合相同 (4)  $f(\log_{16} 12) > 0$

(5) 若  $\triangle ABC$  中， $\angle A$  為鈍角且  $\sin A$  為  $f(x) = 0$  的一個有理根，

則  $\sin(270^\circ - A) + \sin(360^\circ - A) = -\frac{1}{5}$ 。

12. 如右圖所示，等腰直角 $\triangle ABC$ 中， $\angle A$ 為直角， $A(0,6)$ ， $B$ ， $C$ 分別位於第二象限與第一象限，若直線 $AB$ 與 $x$ 軸正向之夾角為 $\theta$ ，且 $\cos\theta = \frac{1}{\sqrt{5}}$ ，斜邊 $BC$ 之斜率為正



且與 $y$ 軸交於點 $D\left(0, \frac{8}{3}\right)$ ，則下列敘述哪些正確？

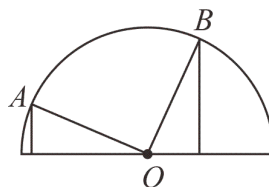
- (1)  $AB$  直線方程式為  $3x - y + 6 = 0$
- (2)  $BC$  直線方程式為  $x - 3y + 8 = 0$
- (3)  $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{CB} = -30$
- (4) 若  $(x, y)$  為  $\triangle ABC$  內部及邊界上之任一點，則  $-3x + y$  的最大值為 6
- (5)  $\triangle ABC$  邊上有 9 個點與原點距離為整數。

### 第貳部分：選填題（占 40 分）

- A. 有一透明建築物名為「超級圓」，從側面觀察形狀是個標準的半圓，如附圖，有一個小舞台在圓心 $O$ 點。今有兩工人要進行表面維修，分別站於 $A$ 、 $B$ 兩點，由 $A$ 點看 $O$ 點的俯角為 $23^\circ 20'$ ，由 $B$ 點看 $O$ 點的俯角為 $66^\circ 50'$ ，已知 $A$ 、 $B$ 兩點之高度差為 370 公尺，求 $O$ 點到 $A$ 點的距離為\_\_\_\_\_公尺。（四捨五入至整數位）

參考數據

角度	sin	cos
$23^\circ 00'$	0.3907	0.9205
$23^\circ 10'$	0.3934	0.9194
$23^\circ 20'$	0.3961	0.9182
$23^\circ 30'$	0.3987	0.9171
$23^\circ 40'$	0.4014	0.9159
$23^\circ 50'$	0.4041	0.9147



- B. 設  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  是從 1, 2, 3 這三個數中重複取值所構成的數列，若  $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{20}^2 = 110$ ， $x_1^3 + x_2^3 + \dots + x_{20}^3 = 296$ ，則  $x_1, x_2, \dots, x_{20}$  這 20 筆資料的標準差  $\sigma =$ \_\_\_\_\_。

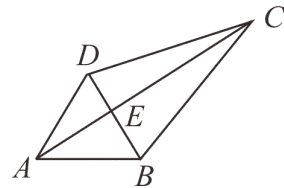
- C.  $\triangle ABC$  中， $A$  的內角平分線交  $\overline{BC}$  於  $D$ ， $\overline{BD} = 5$ ， $\overline{CD} = 7$ ， $\angle ABC = 60^\circ$ ，求  $\overline{AD} =$ \_\_\_\_\_。

D. 若  $x$  的一元二次方程式  $x^2 - \left(\log_{\sqrt{3}} a\right)x + 2\log_3 a + 3 = 0$  有兩相異實根，  
則  $a$  的範圍是\_\_\_\_\_或\_\_\_\_\_。

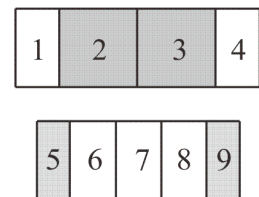
E. 設  $f(x) = 5^{x+1}$  的圖形  $\Gamma$  交  $y$  軸於  $A$  點，且  $\Gamma$  上一點  $B$  在  $x$  軸正向的投影點為  $C$ ，  
已知  $\triangle ABC$  的面積為  $5^{14}$ ，若  $B$  點的  $x$  坐標落在正整數  $n$  與  $n+1$  之間，則  $n =$ \_\_\_\_\_。

F.  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四人在足球場上踢球，將足球場坐標化後，這四人的位置分別對應的坐標為  $A(1,2)$ 、 $B(3,4)$ 、 $C(4,5)$ 、 $D(7,3)$ ，球在  $A$  腳下，當  $A$  以秒速  $\sqrt{2}$  公尺的速度跑向  $B$  時，同一時間  $C$  以秒速  $\sqrt{13}$  公尺的速度跑向  $D$ ， $B$ 、 $D$  不動， $A$  要將球傳給  $C$ ，試問\_\_\_\_\_秒後有最短傳球距離。

G. 如右圖，四邊形  $ABCD$  中， $\overline{AC}$  與  $\overline{BD}$  相交於  $E$ ，已知  $\overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AB} + 3\overrightarrow{AD}$ ，求  $\triangle ABE$  面積： $\triangle CDE$  面積的比值 = \_\_\_\_\_。



H. 現有 9 台不同的汽車，包含 1 台休旅車，4 台轎車，4 台小轎車，其中小林夫妻有 1 台轎車及 1 台小轎車。停車場配置圖如右圖，編號 2、3 停車位三種車型都能停，編號 1、4、6、7、8 只能停轎車及小轎車，編號 5、9 只能停小轎車，小林夫妻的車子一定要相鄰，試問這 9 台車有\_\_\_\_\_種不同的停車方式。



RA383 臺中區國立高級中學 107 學年度學科能力測驗第一次聯合模擬考試  
參考答案

選擇題：1.(2) 2.(3) 3.(1) 4.(2) 5.(2) 6.(5) 7.(2) 8.(2)(4) 9.(2)(3)(4)  
10.(1)(4)(5) 11.(2)(4) 12.(2)

選填題：A. 707 B.  $\sqrt{\frac{33}{50}}$  C.  $\frac{5\sqrt{7}}{2}$  D.  $a > 27$  或  $0 < a < \frac{1}{3}$  E. 11 F.  $\frac{3}{13}$   
G.  $\frac{3}{8}$  H. 3168