

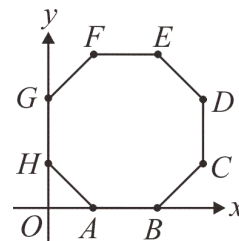
台中區高中 109 年(108 學年度)高三上 第一次學測模擬考數學(108-中 1)試題

俞克斌老師編寫

第壹部分：選擇題 (占 65 分)

一、單選題 (占 25 分)

1. 如右圖，正八邊形 $ABCDEFGH$ ，設 $\overline{AB} = 2$ ，且直線 HE 的參數式為 $\begin{cases} x = x_0 + 10t \\ y = y_0 + bt \end{cases}$ ， t 為實數。若從八個頂點中，任取兩相異點形成向量 $\vec{v} = (c, d)$ ，則向量 $\vec{u} = (10, b)$ 與向量 $\vec{v} = (c, d)$ 的內積值為 0 的機率為何？



- (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{7}$ (3) $\frac{2}{7}$ (4) $\frac{3}{28}$ (5) $\frac{3}{14}$ 。

答：(2)

解： $H(0, \sqrt{2})$ ， $E(2 + \sqrt{2}, 2 + 2\sqrt{2})$ ， $\overrightarrow{HE} = (2 + \sqrt{2}, 2 + \sqrt{2}) \parallel (10, 10) \parallel (1, 1)$
而 $\vec{u} \perp \vec{v} \Rightarrow \vec{v} \parallel \pm \overrightarrow{AH} \cdot \pm \overrightarrow{DE} \cdot \pm \overrightarrow{BG} \cdot \pm \overrightarrow{CF}$ ，

$$\text{機率} : \frac{4 \times 2}{C_2^8 \times 2!} = \frac{1}{7}$$

2. 考慮有理數 $\frac{n}{m}$ ，其中 m 、 n 為正整數且 $1 \leq m \times n \leq 9$ ，則這樣的數值（例如 $\frac{1}{2}$ 與 $\frac{2}{4}$ 同值，只算一個）共有多少個？
(1) 15 個 (2) 16 個 (3) 17 個 (4) 18 個 (5) 19 個。

答：(5)

解： $\frac{n}{m} \begin{array}{c|c|c|c|c|c|c|c|c|c} 1 \sim 9 & 1, 3 & 1, 2 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \end{array}$ ，共 19 組

3. 關於指數函數與對數函數的圖形，請選出正確的選項：
- (1) 設 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，則 $y = a^x$ 的圖形與 $y = -a^x$ 的圖形對稱於 y 軸
 - (2) $y = \log_2 x$ 的圖形無法經過適當的平移後與 $y = \log_2 (3x - 1)$ 的圖形重合
 - (3) 設 $a > 0$ ， $a \neq 1$ ，則 $y = a^x$ 的函數圖形上取相異兩點 A 、 B ，則直線 AB 的斜率為正
 - (4) $y = \log_2 x^2$ 的圖形與 $y = 2x$ 的圖形沒有交點
 - (5) $y = \log_4 x$ 的圖形與 $y = -\log_2 \sqrt{x}$ 的圖形對稱於 x 軸。

答：(5)

解：(1)對稱於 x 軸

(2) $y = \log_2 x$ ，向右移 $\frac{1}{3}$ ，向上移 $\log_2 3$ ，得 $y = \log_2 3 + \log_2 \left(x - \frac{1}{3}\right)$

(3)必須 $a > 1$ ，才成立， $[0 < a < 1]$ 時，斜率為負]

(4) $y = 2\log_2 |x|$ 與 $y = 2x$ 有交點

(5) $y = \log_4 x$ 與 $y = -\log_2 \sqrt{x} = -\log_4 x$ 對稱於 x 軸

4. 坐標平面上有一直線 $L: (3x - y) + a(x + y + 4) = 0$ ，且坐標平面上有一圓 C ，其圓心坐標為 $M(1, 2)$ 且半徑為 a 。若當 $k < a < k + 1$ 時 (k 為正整數)，直線 L 與圓 C 相切，則 k 之值為？

(1)1 (2)2 (3)3 (4)4 (5)並無正整數 k 滿足此條件。

答：(3)

解： $L: (a+3)x + (a-1)y + 4a = 0$ ， $C: (x-1)^2 + (y-2)^2 = a^2$ ， $a > 0$

相切： $\frac{|a+3+2(a-1)+4a|}{\sqrt{(a+3)^2 + (a-1)^2}} = a$

$\Rightarrow f(a) = 2a^4 + 4a^3 - 39a^2 - 14a - 1$

而 $\begin{array}{r|l} 2 & +4 & -39 & -14 & -1 & 0 \\ \hline 2 & +6 & -33 & -47 & -48 & 1 \\ \hline 2 & +8 & -23 & -60 & -121 & 2 \\ \hline 2 & +10 & -9 & -41 & -124 & 3 \\ \hline 2 & +12 & +9 & +22 & +87 & 4 \end{array}$ ，故 $3 < a < 4$

5. 少閒是個工作勤奮且有理財頭腦的年輕人。他努力工作升遷，增加薪資，使他每年可拿出來投資的金額能有 21% 的增長，即某一年拿 10000 元投資，下一年可「再」拿 $10000 \times (1 + 21\%)$ 元來投資，再下一年可「再」拿 $10000 \times (1 + 21\%)^2$ 元來投資，……。他也鑽研理財方法，使他每年穩定有 10% 的投資報酬率。若少閒從工作第一年年初開始投資 10000 元，且每年將可投資的錢都拿出來投資，投資所得的資產也都繼續投資，請問少閒在工作第十年年末投資累積的資產將最接近下列哪一個選項？

(已知 $1.1^{10} \approx 2.6$)

(1) 20 萬元 (2) 30 萬元 (3) 40 萬元 (4) 50 萬元 (5) 60 萬元。

答：(3)

解： $(1.1)^{10} + (1.21)(1.1)^9 + (1.21)^2 (1.1)^8 + \dots + (1.21)^9 (1.1)$

$$= \frac{(1.1)^{10} \left[1 - \left(\frac{1.21}{1.1} \right)^{10} \right]}{1 - \left(\frac{1.21}{1.1} \right)} = \frac{(1.1)^{10} [(1.1)^{10} - 1]}{0.1} \doteq \frac{2.6[2.6-1]}{0.1} \doteq 41.6$$

二、多選題 (占 40 分)

6. 西元1640年，法國數學家費馬 (Pierre de Fermat) 提出了某些正整數可以用 $2^{\left(2^n\right)} + 1$ 表示，這些正整數我們稱之為「費馬數」 (Fermat Number)，並將「費馬數」定義為 $F_n = 2^{\left(2^n\right)} + 1$ 。例如： $F_0 = 2^{\left(2^0\right)} + 1 = 2^1 + 1 = 3$ ， $F_1 = 2^{\left(2^1\right)} + 1 = 2^2 + 1 = 5$ ， $F_2 = 2^{\left(2^2\right)} + 1 = 2^4 + 1 = 17$ ，請選出正確的選項：
- (1) $F_3 = 65$ (2) F_5 為9位數 (3) F_5 的最高位數字為4 (4) F_5 的個位數字為7
 (5) 若 $\frac{F_{10}}{F_{11}}$ 為一個小數，則在小數點後第308位開始出現不為0的數字。

答： (3)(4)

解： (1) $F_3 = 2^8 + 1 = 257$

(2) $\log F_5 = \log \left(2^{32} + 1 \right) \doteq \log 2^{32} \doteq 32 \times 0.3010 \doteq 9.632$ ，表 F_5 為10位數字

(3) $0.6020 < 0.632 < 0.6990 \Rightarrow F_5$ 首位數字4

(4) $2^{32} + 1$ 的個位數字，等同 $2^4 + 1$ 的個位數字 = 7

(5) $\log \frac{F_{10}}{F_{11}} = \log \frac{2^{1024} + 1}{2^{2048} + 1} \doteq \log \frac{2^{1024}}{2^{2048}} \doteq \log 2^{-1024}$

$\doteq -1024 \times 0.3010 \doteq -308.224 \doteq -309 + 0.776$

表 $\frac{F_{10}}{F_{11}}$ 的小數點後第309位起不為零

7. 某 AI 人臉辨識模型被訓練來辨識 A、B、C 三張人臉，訓練後發現 AI

把 A 辨識成 A、B、C 的機率分別為 0.8、0.15、0.05；

把 B 辨識成 A、B、C 的機率分別為 0.1、0.7、0.2；

把 C 辨識成 A、B、C 的機率分別為 0、0.1、0.9。

若 AI 每次只針對一張人臉進行辨識，且每次進行人臉辨識互不影響，

請選出正確的選項：

- (1) 從 A 、 B 、 C 任選一人（機會均等）給 AI 辨識，若 AI 說是 A ，則此人真的為 A 的機率為 0.8
- (2) 從 A 、 B 、 C 任選一人（機會均等）給 AI 辨識， AI 辨識正確的機率為 0.8
- (3) 若 A 、 B 、 C 依序給 AI 辨識，則可將三人完全辨識正確的機率為 0.504
- (4) 若 A 、 B 、 C 依序給 AI 辨識，則只將 B 和 C 辨識正確的機率為 0.63
- (5) 若 A 、 B 、 C 依序給 AI 辨識，則恰一人被辨識正確的機率為 0.092 。

答：(2)(3)(5)

解：(1) $\frac{\frac{1}{3} \times 0.8}{\frac{1}{3} \times 0.8 + \frac{1}{3} \times 0.1 + \frac{1}{3} \times 0} = \frac{8}{9}$

(2) $\frac{1}{3} \times 0.8 + \frac{1}{3} \times 0.7 + \frac{1}{3} \times 0.9 = 0.8$

(3) $0.8 \times 0.7 \times 0.9 = 0.504$

(4) $(0.2) \times 0.7 \times 0.9 = 0.126$

(5) $0.8 \times (0.3) \times (0.1) + (0.2) \times 0.7 \times (0.1) + (0.2) \times (0.3) \times 0.9 = 0.092$

8. 設不等式組 F ：
$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 4 \\ x + 2y \geq 4 \\ x + 3y \leq 9 \end{cases}$$
 在坐標平面上的可行解區域為 R ，且 $P(x, y)$ 為可行解區域

上一點，請選出正確的選項：

- (1) R 內有 6 個格子點（格子點即 x 坐標、 y 坐標均為整數的點）
- (2) R 為四邊形區域
- (3) R 的區域面積為 $\frac{13}{4}$
- (4) $y - 2x$ 的最小值為 -6
- (5) R 所形成的多邊形中，若最大內角為 θ ，則 $\cos \theta = -\frac{\sqrt{5}}{5}$ 。

答：(2)(3)

解：(1) 應為 7 個格子點

(2) 正確

(3) 面積 $= \left(\frac{5}{2} + 3 \right) \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2} + \left(4 - \frac{3}{2} \right) \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2} - 4 \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{13}{4}$

$$\text{或面積} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 0 & 0 & \frac{3}{2} & 4 & 0 \\ 2 & 3 & \frac{5}{2} & 0 & 2 \end{vmatrix} = \frac{13}{4}$$

$$(4) \begin{array}{c|cccc} (x, y) & (0, 2) & (0, 3) & \left(\frac{3}{2}, \frac{5}{2}\right) & (4, 0) \\ \hline y - 2x & 2 & 6 & -\frac{1}{2} & -8 \end{array}$$

$$(5) \cos \theta = \frac{\vec{CB} \cdot \vec{CD}}{|\vec{CB}| |\vec{CD}|} = \frac{\left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \cdot \left(\frac{5}{2}, -\frac{5}{2}\right)}{\sqrt{\frac{9}{4} + \frac{1}{4}} \times \sqrt{\frac{25}{4} + \frac{25}{4}}} = -\frac{2}{\sqrt{5}}$$

9. a 、 b 是實數且多項式 $f(x) = 2x^4 - 9x^3 + ax^2 - 19x + b$ ，已知 $f(2i+1) = 0$ ，

請選出正確的選項：

(1) $f(2i-1) = 0$ (2) $a = 23$ (3) $b = -15$ (4) $y = f(x)$ 的圖形與 x 軸有 2 個相異交點

(5) 滿足不等式 $f(x) < 0$ 的整數解共有 3 個。

答：(3)(4)(5)

解：(1) 應為 $f(-2i+1) = 0$

$$(2)(3) f(x) = (x-1-2i)(x-1+2i)(2x+1)(x-3) \\ = 2x^4 - 9x^3 + 17x^2 - 19x - 15$$

(4)(5) 與 x 軸交於 $\left(-\frac{1}{2}, 0\right)$ 、 $(3, 0)$

$$f(x) < 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} < x < 3 \xrightarrow{x \in \mathbb{Z}} x = 0, 1, 2$$

10. 郭大有外型不同但顏色均為白色的 8 輛超級跑車，今心血來潮，想將某幾輛噴上不同的顏色（異於白色），一輛車至多只能噴上一種顏色。若只考慮車子被噴上的顏色（不考慮噴漆的順序等其它因素），請選出正確的選項：

(1) 若只有紅、綠、藍三色可選且恰有三輛車被噴上相同的顏色（其它車不上色），

則有 C_3^8 種方法

(2) 若只有紅、綠、藍三色可選且紅、綠、藍各噴一輛，則有 P_3^8 種方法

(3) 若只有紅、綠、藍三色可選且每輛車都噴，最後只統計顏色的數量

（例如：2 紅 3 綠 3 藍），則有 C_3^{8+3-1} 種方法

(4) 若只有紅、綠、藍三色可選且每輛車都上色，則有 3^8 種方法

(5) 將車子編號成 1~8 號，若恰有三輛車被噴上紅色（其它車不上色），

且被上色車輛的號碼不連續，則有 20 種方法。

答：(2)(4)(5)

解：(1)應為 $\underbrace{C_3^8}_{\text{車}} \times \underbrace{C_1^3}_{\text{色}}$

(2)為 $\underbrace{C_3^8}_{\text{車}} \times \underbrace{3!}_{\text{色}} = P_3^8$

(3)應為紅 + 綠 + 藍 = 8 (車) $\Rightarrow H_8^3 = C_8^{3+8-1} = C_2^{3+8-1} = C_2^{10}$

(4)為色 $\text{車} = 3^8$

(5)插空隙： $C_3^6 = 20$

11. 二元二次方程式的圖形 $\Gamma_1 : x^2 + y^2 - 4x - 6y - 5k + 2 = 0$,

$\Gamma_2 : x^2 + y^2 + 8x + 10y + k = 0$, 兩圖形對稱於直線 $L : y = ax + b$,

請選出正確的選項：

(1) $k = -5$

(2) 數對 $(a, b) = \left(-\frac{4}{3}, -\frac{7}{3}\right)$

(3) 若兩圖形 Γ_1 與 Γ_2 的交點為 A 、 B , 則 $\overline{AB} = 4\sqrt{5}$

(4) 通過兩圖形 Γ_1 與 Γ_2 的交點的圓中 , 半徑最小之圓方程式為 $(x+1)^2 + (y+1)^2 = 11$

(5) 兩圖形 Γ_1 、 Γ_2 的中心點為 M_1 、 M_2 , 則四邊形 M_1AM_2B 的最小內角為 θ ,

則 $\cos \theta = \frac{7}{18}$ 。

答：(4)(5)

解： $\Gamma_1 : (x-2)^2 + (y-3)^2 = 5k+11$, $\Gamma_2 : (x+4)^2 + (y+5)^2 = -k+41$

(1) $5k+11 = -k+41 \Rightarrow k=5$

(2) $M_1(2, 3)$ 、 $M_2(-4, -5)$ 的中垂線： $y = -\frac{3}{4}x - \frac{7}{4}$

(3) $\overline{AB} = 2\sqrt{r^2 - d(M_1, 3x+4y+7=0)^2} = 2\sqrt{6^2 - 5^2} = 2\sqrt{11}$

(4) 以 $\overline{M_1M_2}$ 中點 $M_3(-1, -1)$ 為圓心 , $\frac{1}{2}\overline{AB} = 11$ 為半徑

(5) $\cos \angle M_1AM_2 = \cos \angle M_1BM_2 = 2\left(\frac{\sqrt{11}}{6}\right)^2 - 1 = -\frac{7}{18}$

$\cos \angle AM_1B = \cos \angle AM_2B = 2\left(\frac{5}{6}\right)^2 - 1 = \frac{7}{18} = \cos \theta$

12. 設方程組 $L : \begin{cases} a_1 x + b_1 y = c_1 \\ a_2 x + b_2 y = c_2 \end{cases}$, $a_1 a_2 \neq 0$, 其中 $\Delta = \begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\Delta_x = \begin{vmatrix} c_1 & b_1 \\ c_2 & b_2 \end{vmatrix}$, $\Delta_y = \begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix}$, 請選出正確的選項 :
- (1) 若 $c_1 = c_2 = 0$, 則方程組 L 必定有解
- (2) 若方程組有解 , 則兩向量 $\vec{u} = (a_1, b_1)$ 、 $\vec{v} = (a_2, b_2)$ 不平行
- (3) 若 $\Delta_x = 3$ 且 $\Delta_y = 0$, 則方程組可能無解
- (4) 若 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y$, 則方程組必定有解
- (5) 若方程組 $M : \begin{cases} (b_1 - a_1)x + (c_1 + 2b_1)y = 3a_1 \\ (b_2 - a_2)x + (c_2 + 2b_2)y = 3a_2 \end{cases}$ 恰有一組解 $(3, 4)$,
則 $\Delta : \Delta_x = 3 : 2$ 。

答 : (1)(4)

解 : (1) 至少有 $(x, y) = (0, 0)$ 的解

(2) 當無限多解時 , $\vec{u} \parallel \vec{v}$

(3) $\Delta_y = 0$ 且 $\Delta_x \neq 0$, 表 $\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_2}$ 且 $\frac{b_1}{b_2} \neq \frac{c_1}{c_2}$ 且 $c_1 c_2 \neq 0$, 故必恰有一解

(4) 若 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y = 0$, 無限多解

若 $\Delta = \Delta_x = \Delta_y \neq 0$, 恰一組解

$$\begin{aligned} (5) & \begin{cases} (b_1 - a_1) \times 3 + (c_1 + 2b_1) \times 4 = 3a_1 \\ (b_2 - a_2) \times 3 + (c_2 + 2b_2) \times 4 = 3a_2 \end{cases} \\ & \Rightarrow \begin{cases} 6a_1 - 11b_1 = 4c_1 \\ 6a_2 - 11b_2 = 4c_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 \left(\frac{6}{4} \right) + b_1 \left(-\frac{11}{4} \right) = c_1 \\ a_2 \left(\frac{6}{4} \right) + b_2 \left(-\frac{11}{4} \right) = c_2 \end{cases} \\ & \Rightarrow \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{6}{4} , \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-11}{4} \end{aligned}$$

13. 已知整係數方程式 $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + 192 = 0$ 有四個相異的有理根 , 且其中有三個根成一等差數列 , 有三個根成一等比數列 , 若「成等差數列的三根」與「成等比數列的三根」不完全相同 , 則 $a + b + c$ 的值可能為何 ? 請選出正確的選項 :
- (1) 347 (2) 437 (3) -151 (4) -347 (5) -437 。

答 : (1)(3)

解 : $192 = 2^6 \times 3$, 故公比必不含 3 之成分

若公比為 2 $\Rightarrow$ 等比三項 $(2, 4, 8)$ · 等差三項 $(2, 3, 4)$

若公比為 -2 $\Rightarrow$ 等比三項 $(-2, -4, -8)$ · 等差三項 $(-2, -3, -4)$

故原式： $(x-2)(x-3)(x-4)(x-8)=x^4-17x^3+98x^2-232x+192$

或 $(x+2)(x+3)(x+4)(x+8)=x^4+17x^3+98x^2+232x+192$

則 $a+b+c=-17+98-232$ 或 $17+98+232=-151$ 或 347

第貳部分：選填題 (占 35 分)

A. 滿足多項式不等式

$$x^2(x-7)(x-5)(x+4)(x+6) \leq (3x-4)(x-7)(x-5)(x+4)(x+6)$$

的實數 x 所形成的區間，其區間長度的總和為_____。

答：4

解：原式： $(x-7)(x-5)(x+4)(x+6) \left[x^2 - 3x + 4 \right] \leq 0$

$$\xrightarrow{x^2-3x+4 \text{ 恆正}} (x-7)(x-5)(x+4)(x+6) \leq 0$$

$$\Rightarrow -6 \leq x \leq -4 \text{ 或 } 5 \leq x \leq 7, \text{ 長度} = 2 + 2 = 4$$

B. 小翰設計了一個迷你雙贏彩的遊戲做為公司尾牙晚會的餘興節目，玩家需從 1~10 的正整數中任選 5 個數字進行投注，小翰將隨機開出 5 個號碼，這一組號碼就是迷你雙贏彩的中獎號碼。若玩家的 5 個選號如果全部對中開出之 5 個號碼，或者全部未對中，均為中頭獎，則玩家中頭獎的機率為_____。(化為最簡分數)

答： $\frac{1}{126}$

解： $\frac{1+1}{C_5^{10}} = \frac{2}{252} = \frac{1}{126}$

C. 若 10 筆數據 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 滿足

$$(x-x_1)^2 + (x-x_2)^2 + \dots + (x-x_{10})^2 = 10(x-5)^2 + 160,$$

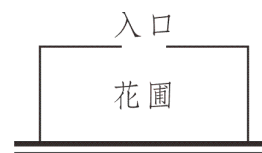
則此 10 筆數據 $x_1, x_2, \dots, x_{10}$ 的標準差為_____。

答：4

解： $\sum_{i=1}^{10} (x-x_i)^2 = 10(x-5)^2 + 160 \geq 160$ ，故 $\bar{X} = 5$

$$\text{則 } S = \sqrt{\frac{1}{10} \sum_{i=1}^{10} (x_i - 5)^2} = \sqrt{\frac{1}{10} \times 160} = 4$$

D. 楓兒想沿著校園的圍牆邊，用「 $\cap$ 」字型的竹籬圍成一塊花圃(如圖)；若竹籬的長度是 26 公尺，並在其中一邊正中央留著寬 3 公尺的出入口。則此花圃的最大面積為_____平方公尺。(化為最簡分數)



答： $\frac{841}{8}$

解： $(x-3)+2y=26 \Rightarrow x+2y=29$

而 $\frac{x+2y}{2} \geq \sqrt{x \cdot 2y} \Rightarrow \frac{841}{4} \geq 2xy \Rightarrow xy \leq \frac{841}{8}$

E. $\triangle ABC$ 中， $\overline{AB}=3$ ， $\overline{AC}=5$ ，且 $\angle ABC=2\angle ACB$ 。若在 $\overline{BC}$ 邊上取一點 D ，使得 $\angle ADC=2\angle ABC$ ，則 $\overline{AD}$ =_____。(化為最簡分數)

答： $\frac{27}{7}$

解： 正弦定律 $\frac{5}{\sin 2\theta} = \frac{3}{\sin \theta}$ ， $\theta = \angle ACB \xrightarrow{\sin \theta \neq 0} \cos \theta = \frac{5}{6}$ ，令 $\overline{AD} = \overline{BD} = x$

餘弦定律 $\cos 2\theta = \frac{3^2 + x^2 - x^2}{2 \cdot 3 \cdot x} \Rightarrow \frac{7}{18} = \frac{9}{6x} \Rightarrow x = \frac{27}{7}$

F. 某研究機構調查某校學生每天扣除掉睡覺和吃飯的時間後，約有 14 個小時在玩樂 (X) 或學習 (Y)，即 $X+Y=14$ 。此機構還研究了該校某次段考學生成績 (Z) 與玩樂時間的相關性，得到 Z 對 X 的迴歸直線為 $Z-30=-5(X-5)$ 。但該次段考後來有做分數調整，設調整後成績為 Z' ，則 $Z'=2Z-10$ (Z' 均不超過 100)，且該校教師比較想知道的是調整後成績與學習時間的相關性，故求 Z' 對 Y 的迴歸直線得 $Z'=aY+b$ ，則數對 $(a,b)=$ _____。

答： $(10, -40)$

解： $Z = -5X + 55 \xrightarrow{X=14-Y} Z = 5Y - 15 \xrightarrow{Z=\frac{1}{2}(Z'+10)} Z' = 10Y - 40$

G. 設 a, b 均為實數，已知圓 C 方程式為 $x^2 + y^2 - 2x - 4y - 36 = 0$ ，若 $P(a,b)$ 落在圓 C 上，則兩非零向量 $\overline{u} = (a+1, b+2)$ 、 $\overline{v} = (5, 4)$ 所張成之平行四邊形的最大面積為_____。

答 : 53

解 : $(a-1)^2 + (b-2)^2 = 41$ 且 $A = \begin{vmatrix} a+1 & b+2 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 4a-5b-6$

科西不等式 $\left[(a-1)^2 + (b-2)^2 \right] \left[4^2 + (-5)^2 \right] \geq [4a-5b+6]^2$

$$\Rightarrow [41][41] \geq [4a-5b+6]^2 \Rightarrow -41 \leq 4a-5b+6 \leq 41$$

$$\Rightarrow -53 \leq 4a-5b-6 \leq 29 \quad \cdot \text{ 故 } |4a-5b-6| \leq 53$$