

數學考科詳解

題號	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.
答案	(3)	(3)	(5)	(1)	(2)	(4)	(4)	(1)(3)(5)	(1)(4)
題號	10.	11.	12.	13.					
答案	(4)(5)	(1)(4)(5)	(1)(5)	(1)(2)(3)					

第壹部分：選擇題

一、單選題

1. (3)

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：二次函數判別式、解不等式

解析：\$f(x) = x^2 + (a-2)x + a + 6\$ 的圖形恰通過兩個象限且開口朝上，則 \$f(x)\$ 的圖形在第一、二象限

$$\therefore D = (a-2)^2 - 4(a+6) \leq 0$$

$$\Rightarrow a^2 - 8a - 20 \leq 0 \Rightarrow (a-10)(a+2) \leq 0 \Rightarrow -2 \leq a \leq 10$$

故 \$a = -2, -1, \dots, 10\$，共有 13 個

故選(3)。

2. (3)

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉、第一冊第三章〈指數、對數函數〉、第二冊第一章〈數列與級數〉

目標：直線的斜率、對數函數的四則運算、級數和的計算

解析：\$A_n(n, \log_2 n), A_{n+1}(n+1, \log_2(n+1))\$，則 \$m_n = \frac{\log_2(n+1) - \log_2 n}{(n+1) - n} = \log_2(n+1) - \log_2 n = \log_2 \frac{n+1}{n}\$

$$\text{又 } \sum_{k=1}^n m_k = \sum_{k=1}^n \log_2 \frac{k+1}{k} = \log_2 \left(\frac{2}{1} \times \frac{3}{2} \times \dots \times \frac{n+1}{n} \right) = \log_2(n+1) = 6 \Rightarrow n+1 = 2^6 = 64$$

$$\therefore n = 63$$

故選(3)。

3. (5)

出處：第三冊第三章〈平面向量〉

目標：平面向量的加法與減法

解析：(1) ○：如圖(一)可知

(2) ○：過 \$D\$ 作 \$\overrightarrow{DG} \parallel \overrightarrow{AC}\$，如圖(二)，則

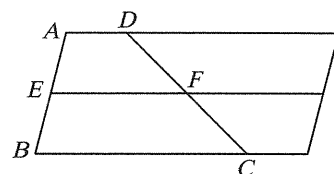
$$\begin{aligned} \frac{1}{2}(\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BD}) &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{DG} + \overrightarrow{BD}) \\ &= \frac{1}{2}\overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BC}) = \overrightarrow{EF} \end{aligned}$$

(3) ○：\$\frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BD} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{EB} + \overrightarrow{BD} + \overrightarrow{DF} = \overrightarrow{EF}\$

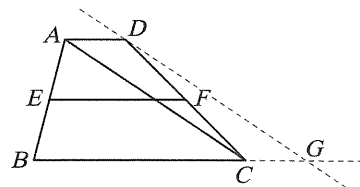
$$\begin{aligned} (4) \text{ ○} : \frac{1}{2}(2\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{CD}) &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DC}) \\ &= \frac{1}{2}(\overrightarrow{BD} + \overrightarrow{AC}) = \overrightarrow{EF} \end{aligned}$$

(5) ×：應改為 \$\frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD})\$ 才會是 \$\overrightarrow{EF}\$

故選(5)。



圖(一)



圖(二)

4. (1)

出處：第二冊第二章〈排列、組合〉

目標：二項式定理、巴斯卡原理

解析：\$x^{10}\$ 的係數 \$= C_{10}^{30} + C_9^{29} + C_8^{28} + \dots + C_1^{20} + C_0^{20}\$

$$= C_{20}^{30} + C_{20}^{29} + C_{20}^{28} + \dots + C_{20}^{21} + C_{20}^{20}$$

$$= C_{20}^{30} + C_{20}^{29} + C_{20}^{28} + \dots + C_{20}^{21} + C_{21}^{21}$$

$$= C_{20}^{30} + C_{20}^{29} + C_{20}^{28} + \dots + C_{21}^{22} = \dots = C_{21}^{31}$$

故選(1)。

5. (2)

出處：第三冊第一章〈三角函數〉、第三冊第三章〈平面向量〉

目標：三角形重心向量性質判讀、勾股定理與餘弦定理計算應用

解析：如右圖所示，由題意條件可知點 P 為 $\triangle ABC$ 的重心，

點 D 、 E 分別為 \overline{BC} 、 \overline{AC} 中點，設 $\overline{PA} = x$ ， $\overline{PB} = y$

$\therefore \overline{PA} \cdot \overline{PB} = 0 \quad \therefore \angle APB = 90^\circ$ ，可得：

$$\triangle APB \text{ 中，} x^2 + y^2 = \overline{AB}^2$$

$$\triangle APE \text{ 中，} x^2 + \left(\frac{1}{2}y\right)^2 = \overline{AE}^2 = 4 \dots\dots\dots ①$$

$$\triangle BPD \text{ 中，} \left(\frac{1}{2}x\right)^2 + y^2 = \overline{BD}^2 = \frac{9}{4} \dots\dots\dots ②$$

$$① + ② \Rightarrow \frac{5}{4}x^2 + \frac{5}{4}y^2 = \frac{25}{4} \Rightarrow x^2 + y^2 = 5 = \overline{AB}^2$$

$$\therefore \text{根據餘弦定理，} \cos C = \frac{\overline{AC}^2 + \overline{BC}^2 - \overline{AB}^2}{2AC \times BC} = \frac{4^2 + 3^2 - 5}{2 \times 4 \times 3} = \frac{5}{6}$$

故選(2)。

〈另解〉

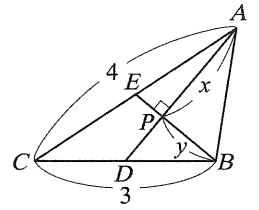
由題意知 P 為 $\triangle ABC$ 重心 $\therefore \overline{PA} \cdot \overline{PB} = 0$ ，即 $\overline{AP} \cdot \overline{BP} = 0$

$$\text{得} \left(\frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{1}{3}\overline{AC}\right) \cdot \left(\frac{1}{3}\overline{BA} + \frac{1}{3}\overline{BC}\right) = 0 \Rightarrow (\overline{CB} - \overline{CA} - \overline{CA}) \cdot (\overline{CA} - \overline{CB} - \overline{CB}) = 0$$

$$\Rightarrow (\overline{CB} - 2\overline{CA}) \cdot (\overline{CA} - 2\overline{CB}) = 0 \Rightarrow 5\overline{CB} \cdot \overline{CA} - 2|\overline{CB}|^2 - 2|\overline{CA}|^2 = 0$$

$$\Rightarrow 5 \times 3 \times 4 \times \cos C - 2 \times 3^2 - 2 \times 4^2 = 0 \Rightarrow \cos C = \frac{5}{6}$$

故選(2)。



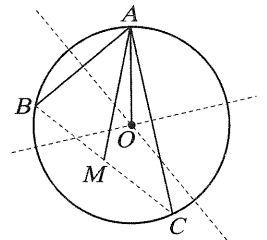
6. (4)

出處：第三冊第三章〈平面向量〉

目標：平面向量內積的幾何意義

$$\begin{aligned} \text{解析：} \overline{AM} \cdot \overline{AO} &= \frac{1}{2}(\overline{AB} + \overline{AC}) \cdot \overline{AO} = \frac{1}{2}(\overline{AB} \cdot \overline{AO} + \overline{AC} \cdot \overline{AO}) \\ &= \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}|\overline{AB}|^2 + \frac{1}{2}|\overline{AC}|^2\right) \\ &= \frac{1}{4}\left((\sqrt{7})^2 + (\sqrt{17})^2\right) = \frac{24}{4} = 6 \end{aligned}$$

故選(4)。



7. (4)

出處：第二冊第四章〈數據分析〉

目標：統計圖表判斷、一維數據集中量數的計算

解析：依圖表資料可得：

$$\text{中位數為第 15 位與第 16 位的分數之平均，即 } Me = \frac{5+6}{2} = 5.5, \text{ 眾數 } Mo = 5,$$

$$\text{算術平均數 } \mu = \frac{2 \times 1 + 3 \times 2 + 4 \times 2 + 5 \times 10 + 6 \times 6 + 7 \times 3 + 8 \times 2 + 9 \times 2 + 10 \times 2}{30} = 5.9$$

$$\therefore \mu > Me > Mo$$

故選(4)。

二、多選題

8. (1)(3)(5)

出處：第二冊第一章〈數列與級數〉

目標：等比數列、等差數列

解析： $\therefore a_3 b_3 < 0$ ， $a_3 a_4 b_4 > 0$ 且公比 $r = -0.1 < 0$ $\therefore (a_3, b_3, a_4, b_4)$ 可能為 $(+, -, -, -)$ 或 $(-, +, +, -)$

(1)(5) \circ ： $\therefore b_1 = 5$ ， $b_4 < 0$ \therefore 公差為負的

(2) \times ：有可能 $a_1 > 0$

(3) ○ : ∵ 公比 $r < 0$, 故 $a_8 > 0 > a_9$ ∴ $a_9 < 0 < a_{10}$

(4) × : 當 $a_1 = -10$, $\langle b_n \rangle$ 的公差為 -2.2 , 則 $a_5 = (-0.1)^3$, $b_5 = 5 - 8.8$

此時 $a_5 b_5 > 0$

故選(1)(3)(5)。

9. (1)(4)

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉、第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：拉格朗日多項式、除式原理、對數函數運算

解析：(1) ○ : 根據拉格朗日定理, $y=r(x)$ 通過 (a, a) , (b, b) , (c, c) 三個相異點, 可推得 $y=r(x)=x$

(2)(3) × : ∵ $r(x)$ 是一次函數 ∴ 無最大、最小值

(4) ○ : ∵ $y=r(x)=x$ ∴ $r(2020)=2020$

(5) × : 設 $a=1.2$ 且 $x=1.44 \Rightarrow \log_{1.2} 1.44=2 > 1.44$ ∴ $r(x) > \log_a x$ 不一定成立

故選(1)(4)。

10. (4)(5)

出處：第一冊第一章〈數與式〉、第一冊第二章〈多項式函數〉、第一冊第三章〈指數、對數函數〉

目標：算幾不等式、指對數圖形、多項式函數圖形

解析：(1) × : 若 $x > 0$, 則 $\frac{4x + \frac{1}{x}}{2} \geq \sqrt{4x \cdot \frac{1}{x}} = 2$ ∴ $4x + \frac{1}{x} \geq 4$

若 $x < 0$, 則 $\frac{(-4x) + \left(\frac{-1}{x}\right)}{2} \geq \sqrt{(-4x) \cdot \left(\frac{-1}{x}\right)} = 2$, 即 $-\left(4x + \frac{1}{x}\right) \geq 4$ ∴ $4x + \frac{1}{x} \leq -4$

故 $4x + \frac{1}{x} = \pi$ 無實數解

(2) × : ∵ $|x-2| + |x+6| \geq 8$ ∴ $|x-2| + |x+6| = \sqrt{61}$ 無實數解

(3) × : ∵ 圖形 $y=3^x$ 與 $y=x$ 無交點 ∴ $3^x = x$ 無實數解

(4) ○ : $D = 5^2 - 4 \times 3 \times 1 = 13 > 0$

(5) ○ : 實係數三次方程式必有實數解

故選(4)(5)。

11. (1)(4)(5)

出處：第三冊第二章〈直線與圓〉、第三冊第三章〈平面向量〉

目標：圓與直線關係、點對直線對稱點、圓方程式求法

解析：(1) ○ : 圓 C_1 圓心為 $O_1(5, 1)$ 對直線 $L: y=x$ 之對稱點為 $O_1'(1, 5)$, 且半徑為 2

∴ 對稱圓方程式為圓 $C_1': (x-1)^2 + (y-5)^2 = 4$

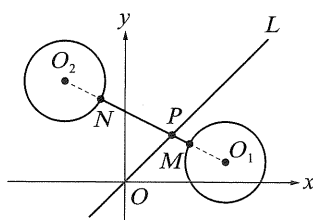
(2) × : ∵ 圓 C_1 與圓 C_2 外離

∴ \overline{MN} 之最短距離為 $\overline{O_1O_2} - r_1 - r_2 = \sqrt{(5-(-3))^2 + (1-5)^2} - 2 - 2 = 4\sqrt{5} - 4$

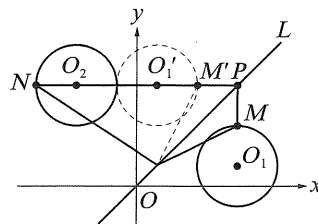
(3) × : 如圖(-), $\overline{PM} + \overline{PN} \geq \overline{MN}$ ∴ $\overline{PM} + \overline{PN}$ 之最小值為 $\overline{MN}_{\min} = 4\sqrt{5} - 4$

(4) ○ : 如圖(二), 圓 C_1' 與圓 C_1 對稱直線 L , 因此圓 C_1 上任一點 M 在圓 C_1' 上存在唯一一點 M' 使得

$|\overline{PM} - \overline{PN}| = |\overline{PM'} - \overline{PN}| \leq \overline{M'N}_{\max} \leq 2r_2 + 2r_1' = 8$ (圓 C_2 與圓 C_1' 相切)



圖(-)



圖(二)

(5) ○ : 承(4), 此時 $P(5, 5)$

故選(1)(4)(5)。

12. (1)(5)

出處：第二冊第四章〈數據分析〉

目標：散佈圖、二維數據迴歸直線方程式判讀

解析：由迴歸直線方程式：

$$y - \mu_y = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \mu_x) \text{ 或 } y' = r_{x'y'} x' \text{ (其中 } (x', y') \text{ 為標準化數據) 可得知：}$$

(1) ○：若直線斜率大於 0，則表示 $r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} > 0$ ，即 $r_{xy} > 0$ ，可得變量之間為正相關

∴由各圖表可得知，(甲)(乙)圖為正相關，(丙)圖為零相關，(丁)(戊)圖為負相關

(2) ×：迴歸直線的斜率 $m = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ，在(甲)(乙)圖中，雖然 $L_{甲}$ 的斜率大於 $L_{乙}$ 的斜率

但是其變量的標準差未知 ∴無法判斷其相關係數的大小關係

(3) ×：(丙)圖的迴歸直線為一水平直線，僅能判定其數據變量為零相關，無法判讀其散佈情形

(4) ×：標準化數據的迴歸直線方程式為 $y' = r_{x'y'} x'$

圖形必通過原點且直線斜率即為相關係數，必在 $[-1, 1]$ 之間

(甲)圖的直線斜率等於 3，故不可能為標準化數據

(5) ○：由迴歸直線的斜率 $m = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$ ，且 $-1 \leq r_{xy} \leq 1$ ，可得知(甲)圖中， $m = r_{xy} \frac{\sigma_y}{\sigma_x} = 3$

且 $0 \leq r_{xy} \leq 1$ ∴ $\frac{\sigma_y}{\sigma_x} \geq 3$ ，即 y 變量的標準差 (σ_y) 大於 x 變量的標準差 (σ_x)

故選(1)(5)。

13. (1)(2)(3)

出處：第三冊第三章〈平面向量〉

目標：向量的加法與減法、平面三點共線性質、向量伸縮的意義

解析：(1) ○：若 $a = b + c$ ，則 $\overrightarrow{AM} = \frac{b}{a} \overrightarrow{AB} + \frac{c}{a} \overrightarrow{AC}$ ，其中 $\frac{b}{a} + \frac{c}{a} = 1$ ∴ $B、M、C$ 三點共線

(2) ○：若 $a = 3b = 3c$ ，則 $\overrightarrow{AM} = \frac{b}{a} \overrightarrow{AB} + \frac{c}{a} \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC}$ ∴ M 為重心 G

(3) ○：若 $2a = 3b = 12c$ ，則 $\overrightarrow{AM} = \frac{b}{a} \overrightarrow{AB} + \frac{c}{a} \overrightarrow{AC} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6} \overrightarrow{AC}$

設 N 為 \overline{BG} 中點，則

$$\overrightarrow{AN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{AG} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{2} \left(\frac{1}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{3} \overrightarrow{AC} \right) = \frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6} \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AM} \quad \therefore M \text{ 為 } \overline{BG} \text{ 中點}$$

(4) ×：若 $a : b : c = 7 : 4 : 1$ ，則 $\overrightarrow{AM} = \frac{b}{a} \overrightarrow{AB} + \frac{c}{a} \overrightarrow{AC} = \frac{4}{7} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{7} \overrightarrow{AC} = \frac{6}{7} \left(\frac{2}{3} \overrightarrow{AB} + \frac{1}{6} \overrightarrow{AC} \right) = \frac{6}{7} \overrightarrow{AN}$

∴ M 落在 III 區

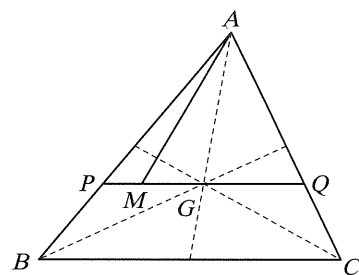
(5) ×：設 P 在 \overline{AB} 上，滿足 $\overline{AP} : \overline{AB} = 2 : 3$

且 Q 在 \overline{AC} 上，滿足 $\overline{AQ} : \overline{AC} = 2 : 3$

令 $\overrightarrow{AM} = p \overrightarrow{AB} + q \overrightarrow{AC}$ ，其中 $p + q = \frac{2}{3}$ ，則 M 落在 \overline{PQ} 上

若 $b + c < \frac{2}{3} a$ ，則 $p + q < \frac{2}{3}$ ，則 M 落在 $\triangle APQ$ 內

故選(1)(2)(3)。



第貳部分：選填題

A. $\frac{4}{17}$

出處：第一冊第一章〈數與式〉、第二冊第四章〈數據分析〉

目標：平均數的計算、算幾不等式或柯西不等式的應用

解析：由題意條件： $\frac{7+7+8+8+a+b}{6} = 8$ ，得 $a+b=18$ ， $a, b \geq 8$

∴ $a > 0, b-1 > 0$ ，考慮：

$$\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b-1} \right) (a+b-1) = 2 + \frac{b-1}{a} + \frac{a}{b-1} \geq 2 + 2\sqrt{\frac{b-1}{a} \times \frac{a}{b-1}} = 4$$

可得 $\left(\frac{1}{a} + \frac{1}{b-1} \right) \geq \frac{4}{(a+b-1)} = \frac{4}{17}$ 。

〈另解〉

令 $b-1=c$ ，考慮 $a、c$ 兩正數

$$\left[\left(\frac{1}{\sqrt{a}} \right)^2 + \left(\frac{1}{\sqrt{c}} \right)^2 \right] [(\sqrt{a})^2 + (\sqrt{c})^2] \geq \left(\frac{1}{\sqrt{a}} \cdot \sqrt{a} + \frac{1}{\sqrt{c}} \cdot \sqrt{c} \right)^2 \Rightarrow \left(\frac{1}{a} + \frac{1}{c} \right) (a+c) \geq (1+1)^2 = 4$$

$$\therefore a+c = a+b-1 = 18-1 = 17 \quad \therefore \frac{1}{a} + \frac{1}{b-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c} \geq \frac{4}{17}。$$

B. 5260

出處：第一冊第二章〈多項式函數〉

目標：多項式函數、除式原理

解析：設 $Q(x) = p(x) - 2020x$ ，則 $Q(1) = Q(2) = Q(3) = 0$ ，

故可令 $Q(x) = (x-1)(x-2)(x-3)(x-r)$

$$p(x) = Q(x) + 2020x$$

$$\begin{aligned} \therefore \frac{1}{4} [p(11) + p(-7)] &= \frac{1}{4} [Q(11) + 2020 \times 11 + Q(-7) + 2020 \times (-7)] \\ &= \frac{1}{4} [Q(11) + Q(-7)] + 2020 \end{aligned}$$

$$\because Q(11) = 10 \times 9 \times 8 \times (11-r), \quad Q(-7) = (-8) \times (-9) \times (-10) \times (-7-r)$$

$$\therefore Q(11) + Q(-7) = 10 \times 9 \times 8 \times 18 = 12960$$

$$\text{即是 } \frac{1}{4} [p(11) + p(-7)] = \frac{1}{4} \times 12960 + 2020 = 5260。$$

C. 25

出處：第三冊第二章〈直線與圓〉、第三冊第三章〈平面向量〉

目標：四點共圓關係、兩向量垂直之內積值

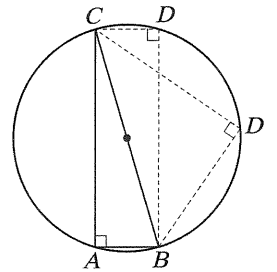
$$\text{解析：} \because (\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD}) = 0$$

$$\Rightarrow \overrightarrow{DB} \cdot \overrightarrow{DC} = 0 \Rightarrow \overrightarrow{DB} \perp \overrightarrow{DC}$$

即是 $A、B、D、C$ 四點共圓，如右圖

$\therefore |\overrightarrow{AD}|$ 之最大值為此 $A、B、D、C$ 四點所形成圓的直徑

$$\text{即是 } |\overrightarrow{AD}|_{\max} = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25。$$



D. 88

出處：第二冊第二章〈排列、組合〉

目標：不盡相異物的直線排列、乘法原理、加法原理

解析：6 個位子有 3 個空位，故全部的坐法為 $\frac{6!}{3!}$

小毅與小花坐旁邊，則可以坐 $I10$ 與 $I11$ ，或 $I11$ 與 $I12$ ，或 $I10$ 與 $I11$ ，或 $I11$ 與 $I12$ 每種情況小毅與小花可以交換位子，其他 4 個位子可以讓小華選 \therefore 小華有 4 個選擇故小毅與小花坐旁邊有 $4 \times 2 \times 4$ 種坐法

$$\therefore \text{小毅不與小花相鄰的方法有 } \frac{6!}{3!} - 4 \times 2 \times 4 = 88 \text{ 種。}$$

〈另解〉

先由小毅、小花選隔開座位，小華再由剩下 4 個座位任選

$$\text{Case 1：若小毅、小花坐同一排，則只能坐頭尾} \Rightarrow C_1^2 \times 2! = 4$$

$$\text{Case 2：若小毅、小花坐不同排，則每排任選} \Rightarrow C_1^2 \times C_1^1 \times C_1^3 \times C_1^3 = 18$$

$$\therefore \text{小毅不與小花相鄰的方法有 } (4 + 18) \times C_1^4 = 22 \times 4 = 88 \text{ 種。}$$

E. $\frac{1}{45}$

出處：第二冊第三章〈機率〉

目標：組合與機率

解析：樣本空間為哪兩隻手指先塗好：共 C_2^{10}

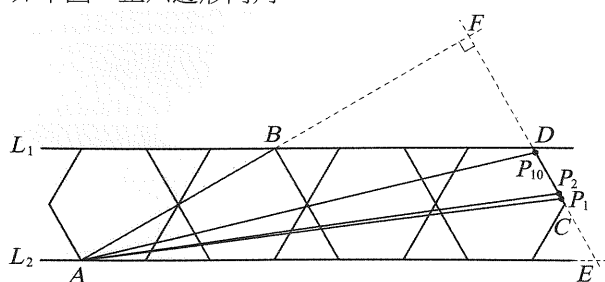
$$\text{故兩隻大拇指要先塗好的機率為 } \frac{1}{C_2^{10}} = \frac{1}{45}。$$

F. 960

出處：第三冊第三章〈平面向量〉

目標：向量內積的意義、餘弦定理

解析：如下圖，正六邊形內角 120°



故可得 $\angle BAE = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$, $\angle CEA = 60^\circ$

使得 \overline{AB} 、 \overline{CE} 延長線交於 F ，則 $\angle AFE = 90^\circ$ ，可得

$$|\overline{AB}| = 2\sqrt{2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \times \cos 120^\circ} = 4\sqrt{3} \text{ (餘弦定理)}$$

$$\text{即 } |\overline{AF}| = 2|\overline{AB}| = 8\sqrt{3}$$

$$\text{故 } \overline{AB} \cdot \overline{AP}_i = |\overline{AB}| \times |\overline{AF}| = 4\sqrt{3} \times 8\sqrt{3} = 96, i=1, 2, 3, \dots, 10$$

$$\therefore \sum_{i=1}^{10} \overline{AB} \cdot \overline{AP}_i = 96 \times 10 = 960.$$

〈另解〉

$$\begin{aligned} \text{所求為 } \overline{AB} \cdot \left(\frac{10}{11} \overline{AC} + \frac{1}{11} \overline{AD} + \frac{9}{11} \overline{AC} + \frac{2}{11} \overline{AD} + \dots + \frac{2}{11} \overline{AC} + \frac{9}{11} \overline{AD} + \frac{1}{11} \overline{AC} + \frac{10}{11} \overline{AD} \right) \\ = \overline{AB} \cdot (5\overline{AC} + 5\overline{AD}) \end{aligned}$$

以 A 為原點坐標化，則 $\overline{AB} = (6, 2\sqrt{3})$ 、 $\overline{AC} = (15, \sqrt{3})$ 、 $\overline{AD} = (14, 2\sqrt{3})$

$$\text{所求即為 } \overline{AB} \cdot (5\overline{AC} + 5\overline{AD}) = 5 \times (96 + 96) = 960.$$

G. $\frac{9\sqrt{42}}{5}$

出處：第三冊第一章〈三角函數〉

目標：利用正弦定理與勾股定理解決三角平面測量問題

解析：由題意條件可得： $\angle CAD = 60^\circ$ ， $\angle CBD = 135^\circ$ ， $\angle BDA = 90^\circ$

由正弦定理可知：

$$\triangle ACD \text{ 中： } \frac{\overline{CD}}{\sin \angle CAD} = \frac{\overline{AD}}{\sin \angle ACD} \Rightarrow \frac{9}{\sin 60^\circ} = \frac{\overline{AD}}{\sin 45^\circ}, \text{ 得 } \overline{AD} = 3\sqrt{6}$$

$$\triangle BCD \text{ 中： } \frac{\overline{CD}}{\sin \angle CBD} = \frac{\overline{BD}}{\sin \angle BCD} \Rightarrow \frac{9}{\sin 135^\circ} = \frac{\overline{BD}}{\sin 30^\circ}, \text{ 得 } \overline{BD} = \frac{9\sqrt{2}}{2}$$

由勾股定理可知：

$$\triangle ABD \text{ 中： } \overline{AB} = \sqrt{\overline{AD}^2 + \overline{BD}^2} = \sqrt{(3\sqrt{6})^2 + \left(\frac{9\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{3\sqrt{42}}{2}$$

$$\text{所求即為 } 1.2 \times \overline{AB} = \frac{9\sqrt{42}}{5}.$$