

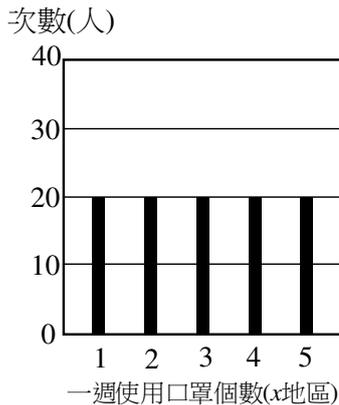
全國公立高中 109 學年度第三次學測能力模擬考[南一版]

第壹部分：選擇題 (占 65 分)

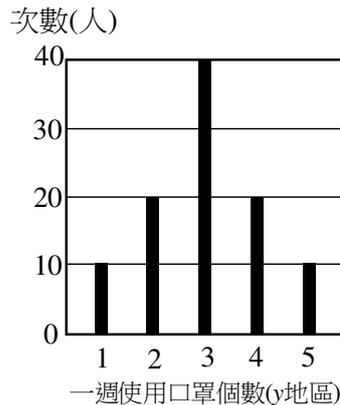


一、單選題 (占 30 分)

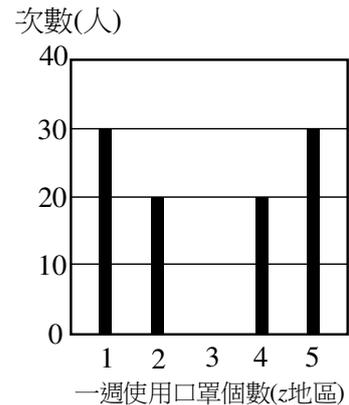
- 若正實數 x, y 滿足 $\log_2 x = 8.4$, $\log_5 y = 3.4$, 則 $\log_{10}(xy)$ 的值最接近下列哪一個選項?
(1) 4.1 (2) 4.9 (3) 5.9 (4) 11.8 (5) 14.3
- 已知圖(1)、圖(2)、圖(3)由左而右分別為 x, y, z 三個地區各 100 位居民一週使用口罩個數的次數分配長條圖, 令 μ_x, μ_y, μ_z 分別為 x, y, z 三個地區一週使用的口罩個數的平均值, 而 $\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$ 分別為一週使用的口罩個數標準差, 則下列何者正確?



圖(1)



圖(2)

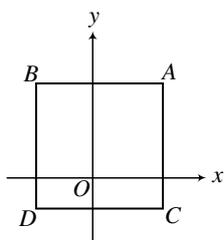


圖(3)

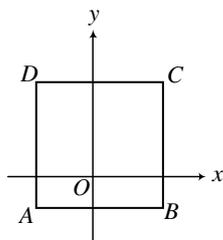
- (1) $\mu_x = 20$ (2) $\mu_y > \mu_z$ (3) $\sigma_x = 0$ (4) $\sigma_y > \sigma_z$ (5) $\sigma_x > \sigma_y$

- 在 xy 坐標平面上, 已知一個正方形有一組對邊平行 x 軸, 已知 A, B, C, D 為正方形的四個頂點。設 P 點坐標為 (x, y) , 且 $f(P) = 2x + y$, 則下列哪一個圖形滿足 $f(A) > f(B) > f(C) > f(D)$?

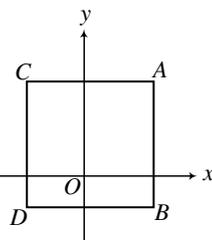
(1)



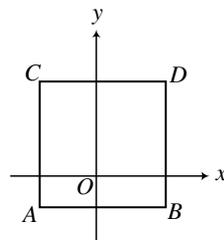
(2)



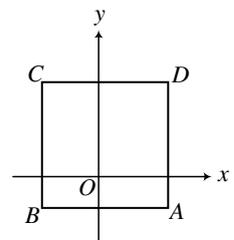
(3)



(4)



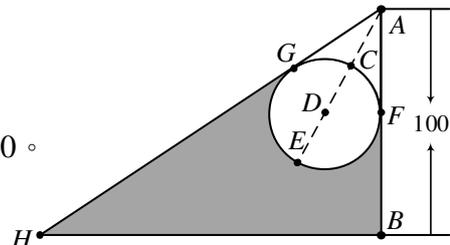
(5)



- 在坐標平面上, 已知 $|\vec{a} + t\vec{b}| = 10$ 時, $t = -4$ 或 12 , 則當 $|\vec{a} + t\vec{b}|$ 有最小值時, t 值為下列哪個選項? (1) -4 (2) 0 (3) 2 (4) 4 (5) 8
- 在 $\triangle ABC$ 中, 已知 P, Q 為 \overline{BC} 邊的三等分點, 其中 $\overline{BP} = \overline{PQ} = \overline{QC}$ 。若 $\overline{AB} = 3$, $\overline{AC} = 6$, $\angle BAC = 120^\circ$, 則 $\tan \angle PAQ$ 之值為下列哪個選項?
(1) $\frac{-\sqrt{3}}{9}$ (2) $\frac{3\sqrt{3}}{5}$ (3) $\frac{5\sqrt{3}}{3}$ (4) $\frac{3\sqrt{5}}{5}$ (5) $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
- 已知 $\sin \theta \approx -0.1427$, $\sin x \approx 0.7251$, 若 $a = \sin(2\theta + x) - 2\sin(\theta + x)\cos \theta$, 則下列何者正確?
(1) $-1 \leq a < -0.75$ (2) $-0.75 \leq a < -0.5$ (3) $-0.5 \leq a < 0$
(4) $0 \leq a < 0.5$ (5) $0.5 \leq a \leq 1$

二、多選題 (占 35 分)

7. 如圖(4)， A 點到 \overline{BH} 的最短距離 \overline{AB} 為 100， F, G 為切點， A, B, F 三點共線。圓的直徑 \overline{CE} 為 60 且 D 為圓心， A 點到圓的最短距離 \overline{AC} 為 30。試選出正確的選項。



圖(4)

- (1) $\overline{AG} = 60$ (2) $\angle GAF = 60^\circ$
 (3) $\triangle ADF$ 的面積為 $900\sqrt{3}$ (4) $\triangle ABH$ 的面積為 $5000\sqrt{3}$
 (5) 灰色區域的面積為 $4100\sqrt{3} - 600\pi$

8. 小科參加銀行的定期定額存款方案。自 2020 年 1 月，每個月的第一天均在銀行存入 1 萬元，約定以月利率 0.1% 按月複利計息，到 2020 年的 12 月底全部領出，合計可得本利和

$$A = 10000 \times \left(\sum_{k=1}^{12} 1.001^k \right) \text{ 元。若考慮其它存領方式，如 } B = 20000 \times \left(\sum_{k=1}^6 1.001^{2k} \right), \\ C = 30000 \times \left(\sum_{k=1}^4 1.001^{3k-2} \right), D = 120000 \times 1.001。試選出正確的選項。$$

- (1) $A > B$ (2) $A > C$ (3) $A > D$ (4) $B > C$ (5) $B > D$

9. 已知 $\log 6 \approx 0.7781$ ， $\log 16 \approx 1.204$ 。假設新冠肺炎全球累計確診人數與時間呈現指數函數的關係，即從 2020 年 3 月某日開始算，經過 x 天時，全球累計確診人數為

$f(x) = a \times r^x + c$ (單位：萬人)，其中 a, r, c 為實數。若 3 月 7 日(經過 n 天)時有 10 萬人確診，3 月 19 日(經過 $n+12$ 天)有 20 萬人確診，3 月 31 日(經過 $n+24$ 天)有 80 萬人確診。

試選出正確的選項。(1) $r = 6^{\frac{1}{12}}$ (2) $a = 2$ (3) $n = 12$ (4) $c = 8$

(5) 依此模型，確診人數首次突破 40 萬人是在 3 月 26 日

10. 為了想要了解同校同學「願意花多少錢買一杯奶茶」，小明利用以下作法：先擬定 5 種奶茶價格 x ：10 元/杯、40 元/杯、70 元/杯、100 元/杯、130 元/杯。接著訪問 100 位同校同學，問每個人此 5 種價格的購買意願，最後統計每種價格願意購買的人數 y 。已知最後彙整結果為表(1)。設 x 與 y 的相關係數為 r_{xy} ，以及 y 對 x 的最適合直線 $L: y = mx + b$ 。試選出正確的選項。

表(1)

x ：奶茶價格(元/杯)	10	40	70	100	130
y ：願意購買人數	60	70	30	10	30

- (1) $r_{xy} > 0$ (2) $r_{xy} < m$ (3) L 通過點(70, 40) (4) $m = 0.4$

(5) 若某種奶茶價格為 170 元，則以上述的最適合直線 L 預測結果為「沒有人願意購買」

11. 設 $\Gamma: x^2 + y^2 - 6x - 8y = 0$ 為坐標平面上的圓方程式。試選出正確的選項。

(1) Γ 的圓心坐標為 $(-3, -4)$ (2) Γ 上的點與點 $(-2, -8)$ 的最遠距離等於 18

(3) Γ 上的點與點 $(-2, -8)$ 的距離為整數的有 22 個

(4) Γ 上恰有兩個點在直線 $L_1: 4x + 3y = 0$ 上

(5) Γ 上恰有四個點與直線 $L_2: 4x + 3y = 4$ 的距離等於 1

12. 如圖(5)，平行四邊形 $ABCD$ 中， $A(0,0), B(1,0), D(p,q)$

在第一象限。以對角線 \overline{AC} 為邊作正方形 $ACEF$ ，以

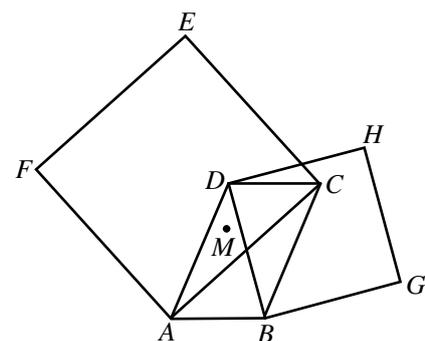
對角線 \overline{BD} 為邊作正方形 $BGHD$ 。設 \overline{FG} 的中點為 M ，

試選出正確的選項。(1) C 點坐標為 $(p+1, q)$

(2) F 點坐標為 $(-q, p)$ (3) $\overrightarrow{BD} = (p-1, q)$

(4) $\overrightarrow{BG} = (-q, p-1)$

(5) 隨著 D 點的坐標改變，點 M 的坐標有可能會改變



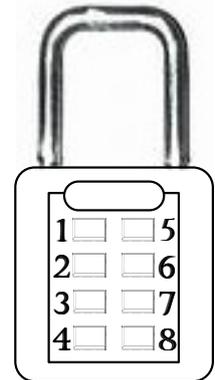
圖(5)

13. 設 $f(x)$ 是最高次項係數為 2 的實係數三次多項式函數， $g(x)$ 是實係數二次多項式函數，且滿足 $f(1) = g(1), f(2) = g(2), f(3) = g(3)$ ，試選出正確的選項。
- (1) $f(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式與 $g(x)$ 除以 $(x-1)$ 的餘式相同
 (2) $f(x)$ 除以 $(x-2)(x-3)$ 的餘式與 $g(x)$ 除以 $(x-2)(x-3)$ 的餘式相同
 (3) $f(x)$ 除以 $(x-1)(x-2)(x-3)$ 的餘式為 $g(x)$
 (4) $f(0) - g(0) = -6$ (5) 當 $1 \leq k \leq 2$ 時， $f(k) \leq g(k)$

第貳部分：選填題（占 35 分）

A. 若 a, b 為非負實數，已知 $a + b = 9$ ，則 $ab + 2a + 3b$ 的最大值為_____。

B. 腳踏車常用的按鍵鎖上有 8 個按鍵，如圖(6)，標示為 1 到 8 號。要按出正確的號碼才能開鎖，但是不知道正確的號碼有幾個數字，只知道正確的號碼不是全部都按，也不是全部都不按。若密碼為 1358，則解鎖密碼時，可不用按照順序，例如：按下 5、3、8、1 時即可開鎖。如果每次嘗試的數字組合都不一樣，那麼最多嘗試_____次必定可以開鎖。



C. 設 k 為不等於 1 的正實數。若三數 $\log_{27}(3k), \log_9 k, \log_3 k$ 成等比數列，其中公比不為 0，已知 $k = \frac{q}{p}$ ，其中 p, q 為互質的正整數，則 $p + q$ 的值等於_____。

D. 坐標平面上有一 $\triangle ABC$ ， B 為原點。已知直線 AB 、直線 BC 、直線 CA 的斜率分別為 3， $-\frac{1}{3}$ ，1，若 \overline{AC} 的中點為 D ， \overline{BD} 的斜率為 m ，則 m 之值為_____。

E. 已知要將甲、乙、丙、丁、戊、己共 6 人分派到四家不同的醫院，且每家醫院至少一人。若甲、乙、丙三人均不在同一家醫院，則分派方法共有_____種。

F. 已知真新鎮所採用的病毒檢測方式，有 95% 的病毒感染者可以藉由此方式正確篩出，但也有 15% 的未感染者會被誤判為病毒感染者。假設鎮上病毒感染者的人數與全鎮人口的比值為 x ，若已知鎮上某人的病毒檢測結果為病毒感染者，但他卻是未感染者的機率大於等於 $\frac{1}{2}$ ，求 x 的最大值為_____。（化為最簡分數）

G. 坐標平面上 O 為原點，設 $\vec{u} = (1, 2)$ ， $\vec{v} = (4, 3)$ 。令 Ω 為滿足 $\overrightarrow{OP} = x\vec{u} + y\vec{v}$ 的所有點 P 所形成的區域，其中 $-1 \leq x \leq 2$ ， $0 \leq y \leq 4$ 且 $x + y \geq 1$ ，則 Ω 的面積為_____平方單位。

RA389 全國公私立高中 109 學年度第三次學測能力模擬考[南一版]

參考答案

**選擇題：1. (2) 2. (5) 3. (3) 4. (4) 5. (2) 6. (2) 7. (2)(4)(5) 8. (2)(3)(4)(5) 9. (1)(4)(5)
10. (2)(3)(5) 11. (2)(4) 12. (1)(3) 13. (1)(2)(3)**

選填題：A. 43 B. 254 C. 82 D. -7 E. 888 F. $\frac{3}{22}$ G. 50