

新竹區高級中學 110 學年度學科能力測驗聯合模擬考試 數 A(110-E3)



第壹部分：選擇題（占 85 分）

一、單選題（占 30 分）(1~6 每題 5 分)

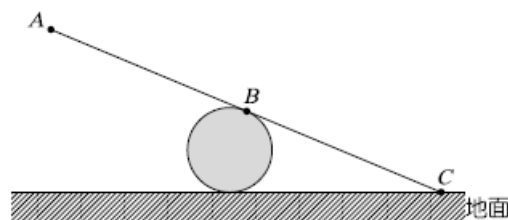
- $\triangle ABC$ 滿足 $(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$ 與 $(\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC})$ 垂直，則 $\triangle ABC$ 必為哪種三角形？
(1) 正三角形 (2) 等腰三角形 (3) 直角三角形 (4) 銳角三角形 (5) 鈍角三角形
- 試比較下列各數的大小： $a = (-3)^3$ 、 $b = (0.9)^{0.9}$ 、 $c = \sqrt[110]{110}$ 、 $d = \log(\sin 90^\circ)$ 、 $e = \log(\sin 40^\circ)$
(1) $a < e < d < b < c$ (2) $e < a < d < b < c$ (3) $a < d < e < c < b$
(4) $a < e < d < c < b$ (5) $a < e < b < d < c$

3. 試問以下哪個聯立不等式無解？

$$(1) \begin{cases} 5x + y > 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y > 2 \end{cases} \quad (2) \begin{cases} 5x + y > 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y < 2 \end{cases} \quad (3) \begin{cases} 5x + y < 10 \\ x - y < 2 \\ -x + 3y > 2 \end{cases} \quad (4) \begin{cases} 5x + y < 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y > 2 \end{cases} \quad (5) \begin{cases} 5x + y < 10 \\ x - y > 2 \\ -x + 3y < 2 \end{cases}$$

4. 已知三次函數 $f(x)$ 在 $x=0$ 的一次近似為 $y=x+5$ ，且對稱中心為 $(1, 8)$ ，則此函數的領導係數為何？ (1) -3 (2) -2 (3) -1 (4) 1 (5) 2

5. 將一木板放在圓筒上，右圖為剖面示意圖，其中圓的半徑為 30 公分， \overline{AC} 的長度為 300 公分， B 為 \overline{AC} 中點。假設當此木板朝一側傾斜，使得板面與地面接觸時，此時板面與地面的夾角為 θ ，則 $\tan \theta$ 的值為何？

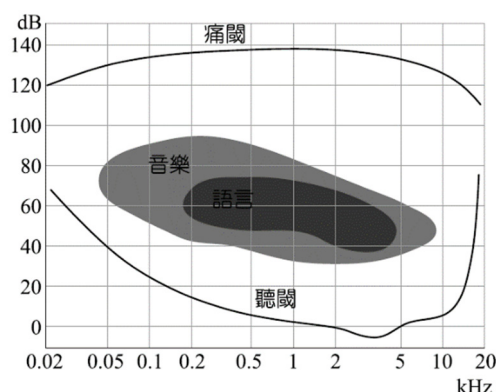


- (1) $\frac{3}{5}$ (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{3}{10}$ (4) $\frac{5}{13}$ (5) $\frac{5}{12}$

6. 已知 a 為整數，設多項式 $x^{13} + x + 90$ 除以 $x^2 - x + a$ 所得的商式為整係數多項式，且餘式為 0，則 a 之值為何？ (1) -1 (2) 2 (3) -2 (4) 3 (5) -3

二、多選題（占 20 分）(7~10 每題 5 分)

7. 右圖顯示出一般人的聽力範圍，橫軸是聲波頻率，縱軸是聲強級。圖中最下方的曲線是聽閾，聽閾以上的聲音才能夠聽到。最上方的曲線是痛閾，這樣響的聲音是人無法忍受的。在痛閾以下，還有很大的一段讓人感到非常不舒服的範圍。兩條曲線之間的範圍，稱為聽覺面積。請針對文字敘述並從圖表判斷，下列哪些選項正確？



(1) 由圖可知，一般人講話的聲音約為 40dB 到

- 70dB 左右 (2) 對一般人而言，頻率介於 500Hz 到 5000Hz 的聲音，只要分貝數超過 140dB 都是無法忍受的 (3) 只要聲音的分貝固定為 40dB，那麼頻率介於 20Hz 到 500Hz 的聲音都聽得到 (4) 若聲音的頻率為 10000Hz，則分貝介於 20dB 到 120dB 都會讓人感覺不舒服 (5) 由圖可知，考慮在 1000Hz 以下的聽覺面積，0Hz 到 500Hz 的聽覺面積占了一半以上

8. 丟擲一顆公正的六面骰子兩次，假設第一次點數為 x ，第二次點數為 y ，則以下哪些選項的敘述正確？

- (1) $x \geq y$ 的機率為 $\frac{1}{2}$ (2) $x \cdot y$ 為偶數的機率為 $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{x+y}{2} > \sqrt{xy}$ 的機率為 $\frac{5}{6}$
 (4) $x+y$ 的期望值為7 (5) $x \cdot y$ 的期望值為 $\frac{49}{4}$

9. 下表為交通部中央氣象局統計新竹地區每月雨量總和資料(時間：2018年1月至2021年6月，單位：毫米)，試問下列關於新竹地區的敘述哪些正確：

	一月	二月	三月	四月	五月	六月	七月	八月	九月	十月	十一月	十二月	年雨量
2021	4.5	51.5	100	62.5	123.8	200.5	/	/	/	/	/	/	542.8
2020	36	55	105	72.5	353.2	46	0.7	219.5	80.5	5	7.5	44.5	1025.4
2019	25.5	67.9	279.7	217	515	482.7	48.5	211.4	92	11.5	6.9	140.2	2098.3
2018	266.7	83.5	53.5	61.7	59	71.2	67.2	264.4	134.5	40.8	31	30.5	1164

- (1) 八月是颱風旺季，雨量是一年各月中的最大值
 (2) 五月是臺灣的梅雨季，當月每日的平均雨量高於全年每日平均雨量
 (3) 2020年6月到2021年5月，臺灣面臨乾旱，新竹這一年累積雨量未達800毫米
 (4) 八月颱風屬極端氣候，該月的雨量標準差是一年各月中的最大值
 (5) 考慮2019年與2020年各月的雨量，其相關係數值為正

10. 疫情影響，學校教職員分流上班(部分教職員居家辦公，部分到校辦公)，教務處有6位教職員(1位主任、2位組長、3位職員)，居家辦公申請規定如下：

- (一)每人當週最多3天，其中最多連續2天。(例如：星期一、星期二、星期五居家辦公)
 (二)教務處最多每天3人申請。

考慮一週五個工作天，試問下列選項哪些正確？

- (1) 若不考慮其他夥伴，教務主任申請2天居家辦公的方式有10種
 (2) 若不考慮其他夥伴，教務主任申請3天居家辦公的方式有6種
 (3) 僅考慮2位組長，兩人協議五天各一位居家辦公，則兩人協議後可安排居家辦公的方法有14種
 (4) 僅考慮2位組長，兩人協議每人各申請2天居家辦公，且兩人不同時居家辦公，則兩人協議後可安排居家辦公的方法有30種
 (5) 若學校希望教務主任及2位組長，3人每天至少有2人到校辦公，則3人的居家辦公安排方式共895種

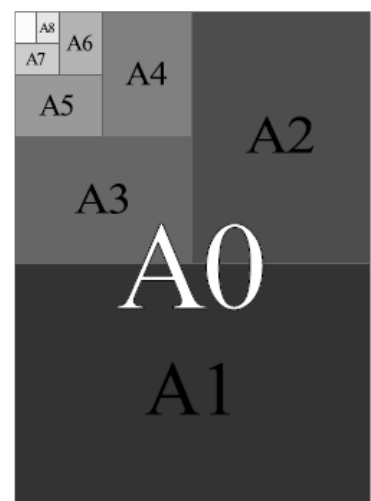
三、選填題(占35分)(11~17每題5分)

11. 已知二次函數 $f(x) = x^2 + ax + b$ 滿足 $f(x+3) = f(1-x)$ ，則 $a =$ _____。

12. 如右圖所示。根據 ISO216 的定義，A 系列紙張有以下的特性：

- (1) A0 的面積為一平方公尺。
 (2) 每一號紙張 $A(n)$ 都是前一號紙張 $A(n-1)$ 對折一半時的大小。
 (3) 所有的紙張皆相似。

根據以上定義，A1 紙張的長邊長度應為_____公分。(四捨五入至小數點後第一位，可參考末頁參考數值)

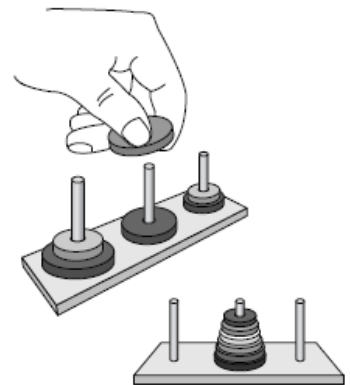


13. Thue-Morse 序列是一個由兩個符號組成的序列，通常以 0 和 1 表示。它的前幾項如下：
 $a_1 = 0$ 、 $a_2 = 01$ 、 $a_3 = 0110$ 、 $a_4 = 01101001$ 、 $a_5 = 0110100110010110$ ，數列的規則為將前一項的 0 用 01 取代，1 用 10 取代而得到下一項。按照這個規則， a_{100} 這一項的最後五個數字為_____。

14. 市面上販賣的三角板通常有兩種規格：一種是 $30^\circ - 60^\circ - 90^\circ$ ，一種是 $45^\circ - 45^\circ - 90^\circ$ 。如果將兩種不同規格，且斜邊長都是 10 的三角板拼接在一起形成一個四邊形，則此四邊形對角線長的乘積為_____。(化為最簡根式)

15. 令 θ 為第一象限角， $f(\theta) = 2\cos\theta + 3\cos(\frac{\pi}{3} - \theta)$ ，則 $f(\theta)$ 的最大值為_____。
 (化為最簡根式)

16. 右圖為一個河內塔遊戲的示意圖：上面有三個圓杆，六個不同大小的穿孔圓片，遊戲的目標是要將這六個圓片從某個杆子，移到另一個杆子上。一次移動一圓片，並且過程中大的圓片不能覆蓋在小的圓片上。若杆子上的六個圓片皆滿足小的圓片在大的圓片上面，則我們稱之為「合理的狀態」(如右下圖)。請問有_____種「合理的狀態」。



17. 已知 $\vec{OP} = (2\sin\alpha + \cos\beta, \sin\alpha + 3\cos\beta) = (2,1)\sin\alpha + (1,3)\cos\beta$ ，其中 $-\frac{\pi}{6} \leq \alpha \leq \frac{\pi}{6}$ ，
 $\frac{\pi}{4} \leq \beta \leq \frac{3\pi}{4}$ ，試求 \vec{OP} 的一切 P 點所形成的圖形面積為_____。(化為最簡根式)

第貳部分：混合題 (占 15 分)

第 18. 至 19. 題為題組

評估病毒傳播模式有以下兩個重要指標，簡述定義如下：

(一) 世代間隔 (Serial interval, 以 S 表示)：從第一波感染到第二波感染出現的時間。

(二) 基礎再生數 (Basic Reproduction Number, 以 R_0 表示)：

一個個案在整個患病的病程中平均可以傳給幾個人的指標。

若 $R_0 > 1$ 則感染個數呈指數性成長，每經過 1 次世代間隔 (S) 後，新感染人數將變為 R_0 倍。

18. 若病毒 A 的世代間隔 (S) = 5 天，基礎再生數 (R_0) = 4，請問經過 30 天後新感染人數將變為多少倍？(單選題，5 分)

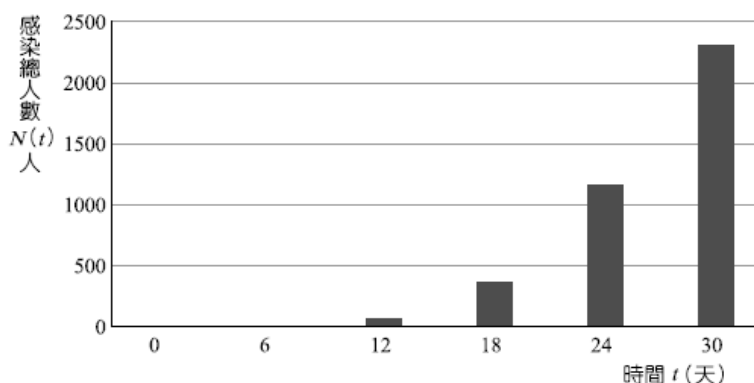
- (1) 20 倍 (2) 625 倍 (3) 1,024 倍 (4) 1,296 倍 (5) 4,096 倍

R_0 能決定疫情指數成長的程度，但不是常數，在疫情爆發時，適當的介入可以使 R_0 下降，例如隔離治療、環境消毒、個人防護具等。而 R_t 值則是加上時間考量，進一步觀察隨著時間變化的 R_0 值，推估加上時間考量的基礎再生數(R_t)另有下面的指數評估公式：

$$\log_2 \frac{N(t)}{N(0)} = (R_t - 1) \cdot \frac{t}{S}, \text{ 其中 } S: \text{世代間隔、} N(t): \text{在 } t \text{ 時間點下的罹病個案總數}$$

時間 t 天	0	6	12	18	24	30
總感染數 $N(t)$ 人	2	16	96	384	1,152	2,304

B 病毒在某地感染總人數長條圖



19. 病毒B的世代間隔(S)=6天，某地發現B病毒後，地方政府隨即進行了三級警戒，感染人數如上圖及上表。根據傳染病學，若 R_t 呈現遞減趨勢，代表三級警戒有效果。試計算第6天、第12天及第18天的 R_t 值(四捨五入到小數點後第二位)，並說明前18天三級警戒是否有效果。(非選擇題，10分)

(參考：新冠肺炎之傳播分析—林先和秘書長)

RA391 新竹區高級中學 110 學年度學科能力測驗聯合模擬考試數 A(110-E3)

參考答案

選擇題：1. (2) 2. (1) 3. (4) 4. (3) 5. (5) 6. (2) 7. (1)(2) 8. (3)(4)(5) 9. (3)(5)
10. (1)(3)(4)(5)

選填題：11. -4 12. 84.1 13. 0.1001 14. $25\sqrt{2} + 25\sqrt{6}$ 15. $\sqrt{19}$ 16. 729 17. $5\sqrt{2}$

混合題：18. (5) 19. 第6天的 R_t 值為4，第12天的 R_t 值為3.79，第18天的 R_t 值為3.53