

全國公立高中 110 學年度第三次學測能力模擬考[南一版]

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

1. 請問滿足絕對值不等式 $|2x-3| \leq |x|$ 的實數 x 所形成的區間，其長度為下列哪一個選項？
(1)1 (2)2 (3)3 (4)4 (5)5。
2. 聲音的強度是用每平方公尺多少瓦特(w/m^2)來衡量，一般人能感覺出聲音的最小強度為 $I_0 = 10^{-12}(w/m^2)$ ；當測得的聲音強度為 $I(w/m^2)$ 時，所產生的聲音分貝數 d ，其中 $d = 10 \cdot \log \frac{I}{I_0}$ ，一般人高聲說話所產生的分貝數為 65，樹葉沙沙聲所產生的分貝數為 20，若一般人高聲說話所產生的強度為樹葉沙沙聲所產生的強度的 m 倍，則 m 值最接近下列哪一個數值？(1)10000 (2)20000 (3)30000 (4)40000 (5)50000
3. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊長為 3, 5, 7，則該三角形的外接圓半徑為下列哪一個數？
(1) $\frac{5\sqrt{7}}{6}$ (2) $\frac{2\sqrt{5}}{3}$ (3) $\frac{\sqrt{3}}{6}$ (4) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ (5) $\frac{7\sqrt{3}}{3}$
4. 某公司為激勵創新，計畫逐年加大研發資金投入。若該公司民國 110 年全年投入研發資金 500 萬元，在此基礎上，每年投入的研發資金比上一年增長 12%，則該公司全年投入的研發資金開始超過 8000 萬元的年份是民國幾年？($\log 1.12 \approx 0.0492$, $\log 2 \approx 0.3010$)
(1)126 (2)129 (3)132 (4)135 (5)138
5. 將函數 $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ 圖形上的點 $P\left(\frac{\pi}{4}, t\right)$ 向左平移 $s (s > 0)$ 個單位長，得到點 Q ，若 Q 點在函數 $y = \sin 2x$ 的圖形上，則下列哪一個選項是正確的？
(1) $t = \frac{1}{2}$ ， s 的最小值為 $\frac{\pi}{6}$ (2) $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， s 的最小值為 $\frac{\pi}{6}$
(3) $t = \frac{1}{2}$ ， s 的最小值為 $\frac{5\pi}{6}$ (4) $t = \frac{\sqrt{3}}{2}$ ， s 的最小值為 $\frac{5\pi}{6}$
(5) $t = \frac{1}{2}$ ， s 的最小值為 $\frac{\pi}{3}$
6. 從 1 到 500 的正整數中挑選 4 個相異的數字，使這 4 個數由小到大排列後形成一個等差數列，已知此等差數列的首項為 32，則下列哪一個數不可能出現在所挑選的 4 個數中？
(1)91 (2)190 (3)348 (4)491 (5)500

二、多選題(占 30 分)

7. 直角坐標平面上，直線 L 方程式為 $y = m(x-1)+3$ ，其中 m 為實數，圓 C 方程式為 $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 1$ ，圓心為 O 點，試選出正確的選項。
(1)當 $m = 0$ 時，直線 L 和圓 C 交一點 (2)當 $m = \frac{1}{3}$ 時，直線 L 和圓 C 交二點
(3)當 $m = 1$ 時，直線 L 和圓 C 交二點 (4)當 $m = \frac{4}{3}$ 時，直線 L 和圓 C 交二點
(5)若直線 L 與圓 C 相交 A 、 B 兩點時，當 $m = \frac{1}{2}$ 時， \overline{AB} 長度最大。

8. 已知三次實係數多項式函數 $f(x) = 3x^3 - 9x^2 + ax + b$ 的圖形通過 $(0, 2)$ 、 $(2, 16)$ 兩點，試選出正確的選項。(1) 數對 $(a, b) = (13, 2)$
 (2) 若 $f(x) = 3(x-1)^3 + c(x-1) + d$ ，則 $c + d = 14$
 (3) 對稱中心點為 $(1, 9)$ (4) $f(2021) > f(2020)$
 (5) $f(x)$ 的圖形平移後可與 $y = g(x) = 3x^3 + 5x + 9$ 的圖形重合。
9. 設 $\langle a_n \rangle$ 為等差數列， $\langle b_n \rangle$ 為等比數列， $S_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n$ ，且 $a_1 = b_1 = 1$ ， $a_3 + a_5 = b_3$ ， $b_2 b_4 = a_4$ 。試問下列選項哪些是正確的？
 (1) 滿足題意的數列 $\langle a_n \rangle$ 有兩種可能 (2) 滿足題意的數列 $\langle b_n \rangle$ 有兩種可能
 (3) $|a_1 + a_2 + \dots + a_{10}| < 2$ (4) $(b_1)^2 + (b_2)^2 + \dots + (b_{10})^2 < 2$
 (5) 設 S_n 的最大值為 S_k ，則 $k = 4$ 。
10. 有 30 筆數據 (x_i, y_i) ， $i = 1, 2, \dots, 30$ ，其中平均數 $\mu_x = 60$ ， $\mu_y = 70$ ， x 與 y 的相關係數為 0.8，且 y 對 x 的迴歸直線方程式通過點 $(20, 40)$ ，試問下列敘述哪些是正確的？
 (1) y 對 x 的迴歸直線斜率為 0.75 (2) x 的標準差小於 y 的標準差
 (3) y 對 x 的迴歸直線通過另一點 $(76, 84)$
 (4) 若 $x'_i = 3x_i + 2$ ， $y'_i = -2y_i + 10$ ，則 x' 與 y' 的相關係數為 -0.8
 (5) 承(4)， y' 對 x' 的迴歸直線斜率為負數。
11. 在平面直角坐標系中，若 $A(1, 0)$ 、 $B(-1, 0)$ ，則下列哪些函數的圖形上可以找到 P 點，使得 $\overrightarrow{PA} \cdot \overrightarrow{PB} = 0$ (1) $y = x^2$ (2) $y = -x^2 + 2$ (3) $2x + 4y = 5$ (4) $x^2 + (y-2)^2 = 1$
 (5) $y = 2^x$ 。
12. 設 \vec{a} 、 \vec{b} 為平面上的二個非零向量，定義一個新的運算為：
 $\vec{a} * \vec{b} = |\vec{a}| |\vec{b}|^2 - (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$ ，試選出正確的選項。
 (1) $\vec{a} = (99, 100)$ 、 $\vec{b} = (98, 99)$ ，則 $\vec{a} * \vec{b} = 1$ (2) 對所有的 \vec{a} 、 \vec{b} ， $\vec{a} * \vec{b} \geq 1$
 (3) 若 $\vec{a} // \vec{b}$ ，則 $\vec{a} * \vec{b} = 0$ (4) 若 $|\vec{a}| = 3$ ， $|\vec{b}| = 4$ ，則 $\vec{a} * \vec{b}$ 的最大值為 12
 (5) $(2\vec{a}) * (3\vec{b}) = 6(\vec{a} * \vec{b})$ 。

三、選填題(占 25 分)

13. 有一數列 $\langle a_n \rangle$ 滿足遞迴關係式 $\begin{cases} a_1 = 3, a_2 = \frac{7}{4} \\ a_n + \alpha = \frac{1}{2}(a_{n-1} + \alpha), n \geq 2 \end{cases}$ ，其中 α 是常數，

則 $a_4 = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

14. 設直線 $y = x + 2a$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 2ay - 2 = 0$ 相交於 A 、 B 兩點，若 $\overline{AB} = 2\sqrt{3}$ ，則圓 C 的半徑為 $\underline{\hspace{2cm}}$ 。

15. 全台因為缺水問題需要停水，以下為15天內的停水計劃，如下表，月曆上1至15天，要規劃其中3天停水，為了民眾生活的便利性，停水的3天皆要不相鄰，且第1天，第8天，第15天也不能停水，例如：可停2，4，6或者3，7，9...等等。
試問有_____種停水方式。

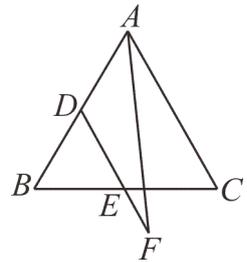
月曆	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
停水	×							×							×

16. 有一百貨公司舉辦週年慶滿額抽獎活動，遊戲規則如下：參加者自箱中一次抽出兩球，確定顏色後放回。其顏色組合及可得金額如下表所列：

顏色組合	二球皆為藍色	二球皆為紅色	一球為藍色， 一球為紅色	其它顏色組合
可獲折價券金額	1800(元)	1200(元)	600(元)	0(元)

已知箱中置有2顆藍色球及3顆紅色球，在抽出任一球之機率相等的條件下，主辦單位希望參加者所得折價券金額的期望值為200元，則主辦單位應於箱內再放入_____顆其他顏色的球。

17. 如圖， $\triangle ABC$ 是邊長為1的正三角形，點 D 、 E 分別為 \overline{AB} 、 \overline{BC} 的中點， F 點在 DE 直線上，且 $\overline{DE} = 2\overline{EF}$ ，試求 $\overrightarrow{AF} \cdot \overrightarrow{BC} =$ _____。
(化為最簡分數)



第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

在 $\triangle ABC$ 中， $\sin^2 A + \sin^2 C = \sin^2 B + \sqrt{2} \sin A \sin C$ ，試回答下列問題：

18. $\angle B$ 的大小為多少弧度？(單選題)

(1) $\frac{\pi}{6}$ (2) $\frac{\pi}{4}$ (3) $\frac{\pi}{3}$ (4) $\frac{3\pi}{4}$ (5) $\frac{5\pi}{6}$ 。(5分)

19. 試求 $\sqrt{2} \cos A + \cos C$ 的最大值。(6分)

20. 承 19.，當 $\sqrt{2} \cos A + \cos C$ 有最大值時， $\angle C = ?$ (4分)

RA392 全國公私立高中 110 學年度第三次學測能力模擬考[南一版]

參考答案

選擇題：1. (2) 2. (3) 3. (5) 4. (4) 5. (1) 6. (3) 7. (1)(2)(3)(5) 8. (1)(3)(4) 9. (2)(3)(4)
10. (1)(4)(5) 11. (1)(4)(5) 12. (1)(3)

選填題：13. $\frac{13}{16}$ 14. 2 15. 128 16. 5 17. $\frac{1}{8}$

混合題：18. (2) 19. 1 20. $\frac{\pi}{2}$