

全國公私立 111 學年度第三次學測模擬考

第壹部分：選擇題(占 85 分)



一、單選題(占 30 分)

- 不等式 $(x+6)(x-6) \leq 18\sqrt{3}$ 共有多少個整數解？
 (1) 13 (2) 14 (3) 17 (4) 18 (5) 19
- 若將 $y = 2x^3 - 6x^2 + 2x + 5$ 向右移 h 單位，再向上移 k 單位後變成對稱中心為 $(5, 4)$ 的三次函數 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ 。試問下列哪一個選項正確？
 (1) $h = 6$ (2) $k = 7$ (3) $b = -28$ (4) $c = 146$ (5) $d = -246$
- 坐標平面上有向量 $\vec{u} = (2023, 1)$ 。請問下列哪一個向量和 \vec{u} 的夾角最大？
 (1) $\vec{a} = (2022, 2023)$ (2) $\vec{b} = (-2023, 1)$ (3) $\vec{c} = (-2023, -2024)$
 (4) $\vec{d} = (1, -2023)$ (5) $\vec{e} = (2024, -2023)$
- $\log \left[\log \left(2^{(3^5)} \right) \right]$ 可化簡為下列哪個選項？ (1) $3^5 \log(\log 2)$ (2) $\log [5(\log 2^3)]$
 (3) $5 \log(\log 2^3)$ (4) $5 \log 3 + \log 2$ (5) $5 \log 3 + \log(\log 2)$
- 若 $a = 3^{200} - 2023$ ，則 a 的十位數字為下列哪一個選項？
 (1) 2 (2) 3 (3) 5 (4) 7 (5) 8
- 阿偉到一家義大利麵餐廳用餐，內用菜單如下表(1)：

表(1)

主餐	套餐選項	飲料
番茄肉醬麵 220 元	A 套餐：任一主餐+濃湯+飲料 +70 元	紅茶 50 元
白醬雞肉麵 220 元	B 套餐：任一主餐+沙拉+濃湯	綠茶 50 元
白醬蛤蠣麵 250 元	+飲料+甜點 +150 元	鮮奶茶 80 元
青醬雞肉麵 250 元	★ 套餐飲料請選紅茶或綠茶，更換其	鮮奶綠 80 元
青醬海鮮麵 290 元	他品項可折 30 元	波霸鮮奶茶 120 元
		波霸鮮奶綠 120 元

而餐廳內用點餐規定為：每人至少要點一個主餐且低消 350 元，已知阿偉只點一份主餐且搭配其中一份套餐，那麼共有多少種可能的點餐方式？

- (1) 36 (2) 38 (3) 42 (4) 48 (5) 60

二、多選題(占 25 分)

- 已知實係數多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 的餘式為 $2x+3$ ，則下列哪些選項敘述正確？
 (1) $f(x)$ 除以 $(x+2)$ 的餘式為 1 (2) $[f(x)]^2$ 以 $(x+2)$ 的餘式為 1
 (3) $[f(x)]^2$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 的餘式為 $8x+17$
 (4) $(x-1)f(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 的餘式為 $-x+1$
 (5) $(x+2)f(x)$ 除以 $(x-1)(x+2)$ 的餘式為 $-10x+15$
- 設 a 為實數，平面上考慮三次函數 $\Gamma: x^3 + ax$ 與單位圓 $C: x^2 + y^2 = 1$ 的圖形，試選出正確的選項。
 (1) 當 $a = -1$ 時， Γ 與 x 軸有三個交點 (2) 當 $a = -\frac{3}{4}$ 時， Γ 通過點 $(\cos 20^\circ, \frac{1}{8})$
 (3) Γ 與 C 的交點可能在第四象限
 (4) 若 $(\cos \theta, \sin \theta)$ 是 Γ 與 C 的其中一個交點，則 $(-\cos \theta, \sin \theta)$ 也會是一個交點
 (5) 若 $(\cos \theta, \sin \theta)$ 是 Γ 與 C 的其中一個交點，則必滿足 $\tan \theta > a$

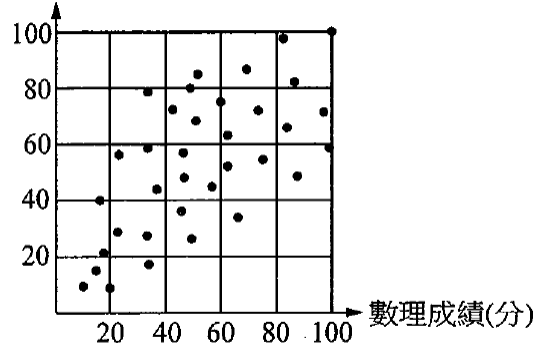
9. 平面上有一個面積為 50π 的圓 Γ 。若三直線 $L_1: y = x + 17$ 、 $L_2: y = x + 7$ 、 $L_3: y = x - 13$ ，其中有兩條直線為圓 Γ 的切線，直線 $M: y = -3x + 1$ 通過圓 Γ 的圓心。試選出正確的選項。

(1) L_1 是圓 Γ 的切線 (2) 直線 $M_1: y = -3x - 26$ 是圓 Γ 的割線

(3) 直線 $M_2: y = -3x + 16$ 是圓 Γ 的割線 (4) 點 $A(8, -1)$ 在圓 Γ 上 (5) 點 $B(0, -10)$ 在圓 Γ 內

10. 圖(1)是 35 位學生的數理成績與語文成績的散布圖。若某位學生的數理成績不小於其語文成績的 1.5 倍，則稱這位學生「偏數理」；反之，若某位學生的語文成績不小於其數理成績的 1.5 倍，則稱這位學生「偏語文」。下列對於這 35 位學生的敘述，試選出正確的選項。

語文成績(分)



圖(1)

(1) 「偏數理」的學生至少 7 位

(2) 「偏語文」的學生至少 7 位

(3) 「偏數理」的學生比「偏語文」的學生多

(4) 「偏數理」的學生其數理成績的中位數

大於「偏語文」的學生其語文成績的中位數

(5) 「偏數理」的學生其數理成績的標準差大於「偏語文」的學生其語文成績的標準差

11. 若 $y = f(x) = 2\sin 3x$, $y = g(x) = 2\cos(3x + \frac{\pi}{6})$, $y = h(x) = f(x) + g(x)$ 。試選出正確的選項。

(1) $h(1) > 0$ (2) $h(2) > 0$ (3) $y = h(x)$ 的最大值為 2 (4) $y = h(x)$ 的週期為 $\frac{4\pi}{3}$

(5) 將圖形 $y = f(x)$ 左右平移適當單位可以和圖形 $y = h(x)$ 重疊

三、選填題(占 30 分)

12. 袋中有編號 1, 2, 3, 4 的球各一個，此四顆球大小不一。若自袋中取一球，取球機率和球號成反比。現在每次取一球，取後放回，共取兩次，則此兩次的球號和的期望值為_____。

13. 在 $\triangle ABC$ 中， \overline{BC} 上有一點， $\angle ABC$ 的平分線 \overline{BE} 交 \overline{AD} 於 E 點。 $\triangle ABE$, $\triangle BDE$, $\triangle ACD$ 的面積分別為 x, y, z ，且 $3x = 6y = 4z$ 。若 $\overline{AD} = 6$ 、 $\overline{BE} = 2\sqrt{6}$ ，則 $\overline{AC} =$ _____。

14. 已知 $\triangle ABC$ 中， \overline{AD} 為 \overline{BC} 上的高，並滿足 $\overline{AD} = \frac{3}{5}\overline{AB} + \frac{2}{5}\overline{AC}$ 。若已知 $\overline{AD} = 6$ 且 $\angle A = 135^\circ$ ，則 $\triangle ABC$ 的面積為_____。

15. 柯柯與好友到山林中健行，到達三角點時望向遠方美景感到心曠神怡。接著柯柯打開手機中具有「山頭辨識」功能(能顯示對方山頭高度、仰角、所在海拔高度等)的 app，發現對面兩座山頭 A 與 B 的高度分別顯示為 3320 公尺與 3220 公尺，仰角分別為 30° 、 45° ，手機所在海拔高度為 2720 公尺。當手機與柯柯的眼睛位置相同時，柯柯望向兩座山頭 A 與 B 之間的視角為 45° ，根據以上資訊柯柯可計算出兩座山頭 A 與 B 的實際距離為_____公尺。(化為最簡根式)

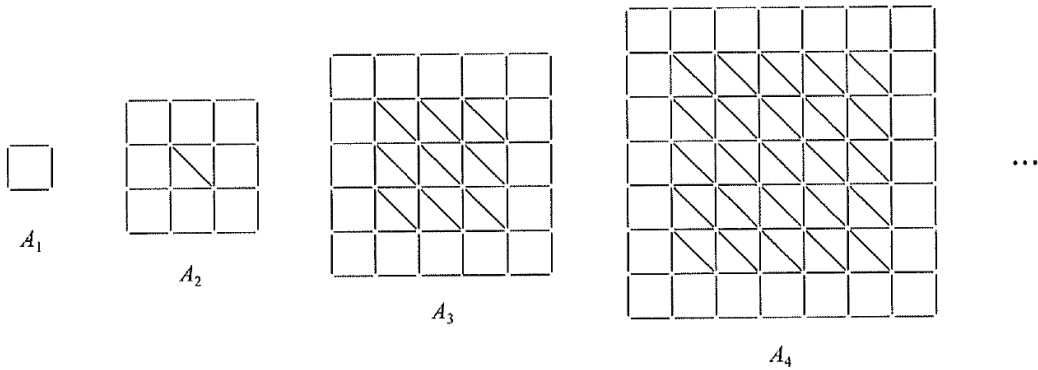
16. 2002 年時，路德維希-馬克西米利安慕尼黑大學的物理教授雷克(Arnd Leike)因為證明了啤酒泡沫的消散符合指數衰減規律而獲得搞笑諾貝爾獎。小威對這個實驗非常有興趣而進行探究與實作，他將啤酒裝在量筒裡，每 12 秒就記錄一次，測量開罐後的泡沫消失情形是否真的符合指數衰減定律。實驗結果顯示，啤酒泡沫的初始高度為 2.6 公分，接著每 12 秒泡沫減少的高度依序是 1.2、0.6、0.3 公分，若啤酒高度 $f(t)$ (單位：公分) 與時間 t (單位：分鐘) 可表為函數 $f(t) = a + b \cdot 2^{-ct}$ ，求實數對 $(a, b, c) =$ _____。

17. $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ 是平面上的三個非零向量，若 $|\vec{a}| = 25$ ， $|\vec{b}| = 17$ ，則滿足 \vec{a} 在 \vec{c} 上的正射影長為 15，且 \vec{b} 在 \vec{c} 上的正射影長亦為 15 的情況下， \vec{a}, \vec{b} 所圍的平行四邊形面積的最大值為_____。

第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)

18-20 題為題組

如圖(2)： $A_1, A_2, A_3, A_4, \dots$ 為一群圖形，其形成方式如下：以 2 根「|」棒子及 2 根「—」棒子圍出 1 個正方格為 A_1 ；在 A_1 的基礎上增加 10 根「|」棒子、10 根「—」棒子及 1 根「\」棒子圍出 9 個正方格為 A_2 ；在 A_2 的基礎上增加 18 根「|」棒子、18 根「—」棒子及 8 根「\」棒子圍出 25 個正方格為 A_3 ； \dots 。依照此規則一直下去，



圖(2)

18. A_5 是在 A_4 的基礎上增加幾根「|」棒子？(單選題，3 分)

- (1)31 (2)32 (3)33 (4)34 (5)35

19. 試分別求 A_{10} 一共用了幾根「|」棒子與幾根「\」棒子？(非選擇題，6 分)

20. 試求 A_{10} 一共比 A_9 多用了幾根棒子？(非選擇題，6 分)

RA393 全國公私立高中 111 學年度第三次學測模擬考

參考答案

選擇題：1.(3) 2.(4) 3.(2) 4.(5) 5.(4) 6.(4) 7.(2)(3)(4) 8.(1)(2)(3)(5) 9.(3)(4)
10.(2)(5) 11.(2)(3)(5)

選填題：12. $\frac{96}{25}$ 13. $\sqrt{34}$ 14. 90 15. $100\sqrt{74}$ 16. (0.2, 2.4, 5) 17. 420

混合題：18. (4) 19. 「|」380 根；「\」289 根 20. 多 212 根