

# 臺中市高級中學 111 學年度學科能力測驗第一次模擬考 (111-中 1)



第壹部分：選擇(填)題(占 90 分)

## 一、單選題(占 30 分)

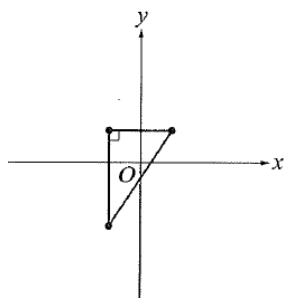
- 溶液的 pH 值是將溶液中氫離子濃度的常用對數值加上負號。以  $[H^+]$  表示氫離子濃度，則  $pH = -\log[H^+]$ 。現在把 pH 值為 4 與 5 的酸性溶液依 1:2 比例混合，則此混合溶液的 pH 值最接近下列哪一個選項？ (1) 4.2 (2) 4.4 (3) 4.6 (4) 4.8 (5) 4.9
- 已知方程式： $10^x + x - 4 = 0$  的解為  $x = \alpha$ ， $\log x + x - 4 = 0$  的解為  $x = \beta$ ，則  $10^\alpha + \log \beta$  之值為下列何者？ (1) 4 (2) 5 (3) 8 (4) 10 (5) 16
- 從 6 個男生、5 個女生中，隨機選出 4 人，其中選出男生人數的期望值為  $E$  人，則  $E$  最接近下列哪個整數？ (1) 0 (2) 1 (3) 2 (4) 3 (5) 4
- 數列  $\{a_n\}$  的規律如下表所示： $(a_n$  相較於  $a_{n-1}$ ，少加了頭尾兩個數字)

$a_1$	$10+11+12+\dots+998+999+1000$
$a_2$	$11+12+\dots+998+999$
$a_3$	$12+\dots+998$
$\vdots$	$\vdots$

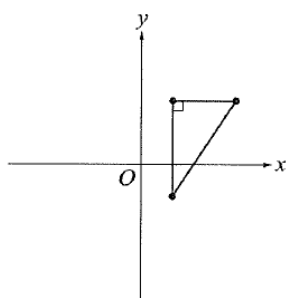
- 若  $a_1 + a_2 + \dots + a_{50} = 10^L$ ，試求最接近  $L$  的整數為下列何者？  
 (1) 5 (2) 6 (3) 7 (4) 8 (5) 9
- 設  $x, y$  為任意實數，試求  $|x+5| + |y-3| + |x-y|$  的最小值為下列何者？  
 (1) 沒有最小值 (2) 0 (3) 2 (4) 5 (5) 8
  - 小英跟小哲輪流在坐標平面上畫圖，當小英在某些範圍將圖形畫在  $x$  軸下方時，則小哲在這些範圍必不能將圖形畫在  $x$  軸下方；若小英畫的圖形為  $y = x^2 + x - 6$ ，小哲畫的圖形為  $y = -x^2 - kx + 12$ ，試問有幾個整數  $k$  能滿足上述的限制？  
 (1) 3 個 (2) 4 個 (3) 5 個 (4) 6 個 (5) 7 個

## 二、多選題(占 30 分)

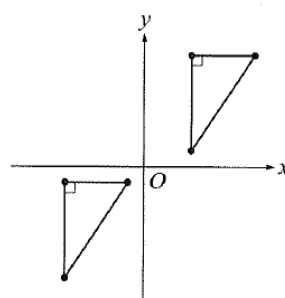
- 下列選項哪些正確？
  - 已知  $a$  為有理數， $b$  為無理數，則  $a+b$  必為無理數
  - 已知  $a, b$  為有理數， $c, d$  為無理數，若  $a+c=b+d$ ，則  $a=b$  且  $c=d$
  - 已知  $a, b$  為正實數，則  $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}} = \sqrt{a} - \sqrt{b}$
  - 已知  $a, b$  為正實數，若  $a+2b = 2\sqrt{2ab}$ ，則  $a=b$
  - 已知  $a, b$  為負實數，則  $\frac{-a-b}{2} \geq \sqrt{ab}$
- 已知平面上有圓  $C: x^2 + y^2 - 2x - 4y - 20 = 0$  及兩點  $A(9,8)$ ， $B(4,6)$ ，試問下列選項哪些正確？
  - 圓心為  $(1,2)$ ，半徑為 25
  - 過  $B$  點且與圓  $C$  相切的直線方程式為  $3x+4y-36=0$
  - 圓  $C$  上到  $A$  點最遠距離的點為  $(-3,-1)$
  - 過  $A$  點作圓  $C$  的兩切線，切點為  $P, Q$ ，則  $\overline{PQ} = 5\sqrt{3}$
  - 圓  $C$  上恰有兩個點與直線  $L: 6x+8y=47$  的距離等於  $\frac{5}{2}$
- 下列各圖中的三角形均為全等的直角三角形，且兩股皆為水平或鉛直方向， $r_1, r_2, \dots, r_5$  分別為圖(一)到圖(五)中，三角形頂點坐標  $x, y$  分量間的相關係數，請選出正確的選項。
  - $r_1 > 0$
  - $r_1 = r_2$
  - $r_4 = 0$
  - $\frac{1}{2}(r_1 + r_2) = r_3$
  - $r_4 = r_5$



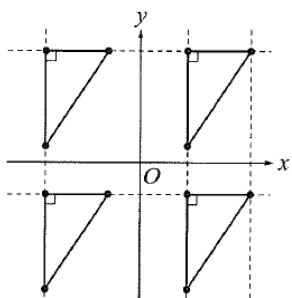
圖(一)



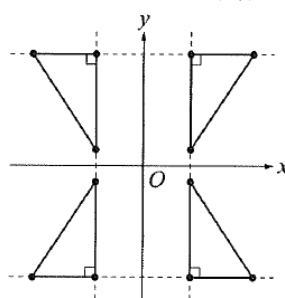
圖(二)



圖(三)



圖(四)



圖(五)

10. 搜集 100 份某商品價格( $x$ )與銷售量( $y$ )的數據，資料整理後，可知  $\mu_x = 17, \mu_y = 10$ ，且  $y$  對  $x$  的最適合直線  $L$  的斜率  $m = 1.8$ ，請選出正確的選項。

- (1)  $L$  通過點(17, 10) (2)  $x, y$  的相關係數  $r > 1$  (3)  $\mu_x \sigma_x < \mu_y \sigma_y$   
 (4)  $\sigma_x > \sigma_y$  (5)  $L$  通過點(27, 28)

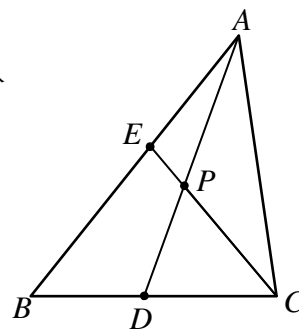
11. 關於函數  $f(x) = \sin 3x - \cos 3x + 2$ ，請選出下列正確的選項。

- (1)  $-2 \leq f(x) \leq 2$  (2)  $f(x)$  的週期為  $\frac{\pi}{3}$  (3) 將函數  $y = \sqrt{2} \sin 3x$  的圖形向右平移  $\frac{\pi}{4}$  單位，再向上平移 2 單位，可得到  $y = f(x)$  的圖形 (4)  $f(1) > 2$  (5)  $y = f(x)$  的圖形對稱於直線  $x = \frac{11\pi}{12}$

12. 設  $P$  為  $\triangle ABC$  內部一點，且  $\vec{AP} = \frac{1}{3}\vec{AB} + \frac{1}{4}\vec{AC}$ ，若  $\vec{CP}$  交  $\vec{AB}$  於

$E$ ，且  $\vec{AP}$  交  $\vec{BC}$  於  $D$ ，請選出下列正確的選項。

- (1)  $\overline{BD} : \overline{CD} = 3 : 4$  (2)  $\overline{AP} : \overline{AD} = 7 : 12$  (3)  $\overline{AE} : \overline{BE} = 3 : 4$   
 (4)  $\frac{\Delta ACP \text{ 面積}}{\Delta ABC \text{ 面積}} = \frac{9}{49}$  (5)  $\frac{\Delta AED \text{ 面積}}{\Delta ABC \text{ 面積}} = \frac{4}{21}$



### 三、選填題(占 30 分)

13. 已知數列  $\{c_n\}$  的首項  $c_1 = \frac{5}{3}$ ，若  $c_n$  化為最簡分數為  $\frac{b_n}{a_n}$  ( $a_n$  可能為 1)，且  $c_{n+1} = \frac{a_n + 2}{b_n + 1}$ ，試求

$c_1 + c_2 + \dots + c_{21} = \underline{\hspace{2cm}}$ 。(化為最簡分數)

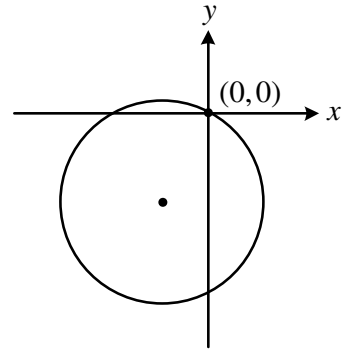
14. 所謂七言對聯是由上聯、下聯各七個字構成的，例如：至樂無聲唯孝悌，太羹有味是詩書。每個字均為平聲或仄聲，一般而言有三個限制：

- I. 「一三五不論，二四六分明」：每句的第二、四、六個字要平仄交錯(即為平、仄、平或仄、平、仄兩種)，但第一、三、五個字沒有限制。  
 II. 「仄起平收」：上聯的最後一個字為仄聲，下聯的最後一個字為平聲。  
 III. 「上下相對」：上聯、下聯的第二、四、六個字必須分別相對。例如：上聯的第二個

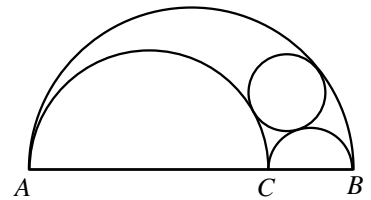
字為仄聲，下聯的第二個字就要是平聲。  
 根據以上限制，一副七言對聯的平仄有\_\_\_\_\_種情形。

15. 小明到遊樂園玩雲霄飛車，軌道為三次函數  $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$  圖形的一部分，軌道中心(對稱中心)的  $x$  坐標為  $-1$ ，當飛車行經  $x = -2$  時，小明手錶沒戴好，沿著直線  $y = 3x + 5$  (局部特徵， $f(x)$  在  $x = -2$  附近的一次近似) 飛出，大華在遙遠處看軌道近似  $y = 2x^3$  圖形的一部分(廣域特徵)，則  $a + b + c + d =$  \_\_\_\_\_。

16. 如右圖，圓  $x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$  通過  $(0, 0)$ ，圓心在第三象限，此圓在第二象限內的弧長為  $\pi$ ，在第四象限內的弧長為  $2\pi$ ，則  $d + e + f =$  \_\_\_\_\_。(化為最簡根式)



17. 設  $\overline{AB} = 8$ ， $C$  點在  $\overline{AB}$  上， $\overline{AC} = 6$ ，以  $\overline{AB}$ 、 $\overline{AC}$ 、 $\overline{BC}$  為直徑分別作半圓，則與此三半圓均相切的圓如右圖所示，其半徑為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)



18. 在坐標平面上，四邊形  $ABCD$  的頂點坐標分別為  $A(1, -3)$ 、 $B(7, -3)$ 、 $C(7, 5)$ 、 $D(1, 5)$ ，若無論  $a$ 、 $b$  為任何正實數，直線  $L: ax + by = 3$  都平分四邊形  $ABCD$  的面積，則  $\frac{8}{a} + \frac{2}{b}$  的最小值為\_\_\_\_\_。(化為最簡分數)

**第貳部分：混合題或非選擇題(占 10 分)**

**19-21 題為題組**

從 1 到 10 的整數中，取出  $n$  個數，其總和為偶數的方法為  $K_n$ ，試回答下列各題。

19. 試選出  $K_6$  的值。(多選題，3 分)

(1)  $\frac{C_6^{10}}{2}$  (2)  $C_4^5 C_2^5 + C_2^5 C_4^5$  (3)  $C_3^5 C_1^5 + C_1^5 C_3^5$  (4)  $C_2^5 C_2^5 + C_1^5$  (5)  $C_4^5 + C_2^5 C_2^5 + C_4^5$

20. 試求  $K_1 + K_2 + \dots + K_{10} =$  \_\_\_\_\_。(選填題，4 分)

21. 若從 1 到 10 的整數中，隨機取出若干個數字(每個數字取或不取的機率相等，取到 0 個數字的總和定義為 0)，其總和為偶數的機率是否等於  $\frac{1}{2}$ ？(非選擇題，3 分)

**RA394 臺中市高級中學 111 學年度學科能力測驗第一次模擬考(111-中 1)**

**參考答案**

**選擇題：**1. (2) 2. (1) 3. (3) 4. (3) 5. (5) 6. (4) 7. (1)(5) 8. (2)(3)(4) 9. (1)(2)  
10. (1)(3)(5) 11. (4)(5) 12. (1)(2)(5)

**選填題：**13.  $\frac{79}{3}$  14. 128 15. 8 16.  $3+3\sqrt{3}$  17.  $\frac{12}{13}$  18.  $\frac{50}{3}$

**混合題：**19. (2)(3) 20. 511 21. 是