

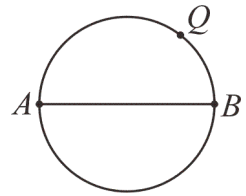
# 新竹區高中 111 學年度學測模擬考(數 A)試題(111-E3)

第壹部分：選擇(填)題(占 85 分)

## 一、單選題(占 25 分)



- 當  $P(x, y)$  在直線  $3x + 2y = 5$  上變動時，關於  $Q = 8^x + 4^y$  的敘述，試問下列哪個選項是正確的？
  - $Q$  有最大值 33，最小值  $8\sqrt{2}$
  - $Q$  有最大值 12，但沒有最小值
  - $Q$  沒有最大值，但有最小值  $8\sqrt{2}$
  - $Q$  沒有最大值，但有最小值 12
  - $Q$  沒有最大值也沒有最小值
- 在平面上  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  四點中任意找三點組成三角形，已知  $\overrightarrow{AB} = (2, 3)$ ， $\overrightarrow{CB} = (-2, 4)$ ， $\overrightarrow{DC} = (3, 2)$ ，則其中最大三角形面積為多少？
  - 8
  - 9
  - 11
  - 14
  - 16
- 設  $\langle a_n \rangle$  為等差數列，若對所有的正整數  $n$ ，點  $(a_n, b_n)$  皆在  $y = 3^x$  的圖形上，且點  $(a_{13}, \frac{1}{81}b_9)$  亦為  $y = 3^x$  圖形上的一點，則此等差數列的公差為多少？
  - 3
  - 2
  - 1
  - 0
  - 1
- 右圖為一個以  $AB = 3$  為直徑的圓，若  $Q$  為圓周上的動點，試求  $4\overline{AQ} + 3\overline{BQ}$  的最大值為多少？
  - 10
  - 15
  - $5\sqrt{2}$
  - $10\sqrt{2}$
  - $15\sqrt{2}$
- 有一組皆為整數的 8 筆資料，其中最大的數值為 2022，資料的全距為 12，則此組資料的變異數最小可能值為多少？
  - 36
  - 25
  - 16
  - 9
  - 4



## 二、多選題(占 30 分)

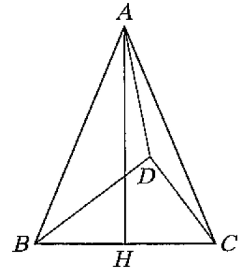
6. 下表是臺灣在 2017 年至 2022 年的人口相關統計資料，

項目 \ 年分	年分					
	2017	2018	2019	2020	2021	2022
總人口數(人)	23571227	23588932	23603121	23561236	23375314	23514855
男性人口數(人)	11719580	11712913	11705186	11673765	11578696	11621537
女性人口數(人)	11851647	11876019	11897935	11887471	11796618	11893318
0~14 歲人口數(千人)	3092	3048	3010	2963	2890	2856
15~64 歲人口數(千人)	17211	17107	16986	16811	16546	16523
65 歲以上人口數(千人)	3268	3434	3607	3787	3939	4136
出生人數(人)	193844	181601	177767	165249	153820	145828
死亡人數(人)	171242	172784	176296	173156	183732	188063

試根據此統計資料選出正確的選項。

- 從 2017 年至 2022 年的男性人口數逐年遞減
- 就 65 歲以上人口數而言，2022 年比 2017 年增加不到 100 萬人
- 從 2020 年至 2022 年的死亡人數皆高於出生人數
- 從 2017 年至 2022 年的 0~14 歲人口數和西元年分為負相關
- 扶老比的定義為 65 歲以上人口數除以 15~64 歲人口數的百分比，則從 2017 年至 2022 年的扶老比逐年遞增

7. 如圖，一等腰 $\triangle ABC$ ， $\overline{AB} = \overline{AC} = 13$ ， $\overline{BC} = 10$ ， $D$ 為 $\triangle ABC$ 內部一點， $\overline{BD} \perp \overline{CD}$ ， $\overline{BD} = 8$ ， $\overline{AH}$ 為 $\overline{BC}$ 上的高，試選出以下正確的選項。



- (1)  $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\frac{169}{24}$  (2)  $\triangle ABD$ 的面積為 $\frac{132}{5}$   
 (3)  $\overline{AD}^2 = \frac{269}{5}$  (4)  $\overrightarrow{BD} \cdot \overrightarrow{BC} < \overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}$  (5)  $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{BD} = -48$

8. 已知 $f(x) = -x^3 - 3x^2 + 10x$ 的對稱中心與另一實係數二次函數 $g(x)$ 的頂點重合，且 $g(0) = -11$ ，試選出以下正確的選項。

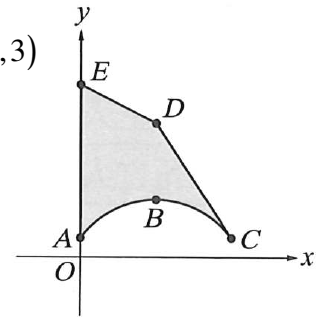
- (1)  $f(x)$ 的圖形與 $x$ 軸恰交於一點 (2)  $g(x)$ 除以 $x-1$ 的餘式為 $-8$   
 (3)  $g(x) \leq 0$ 的整數解一共有6個 (4) 令 $h(x) = f(x) - g(x)$ ，則 $h(x)$ 可被 $x-1$ 整除  
 (5)  $f(x)$ 在 $x = -1$ 附近的一次近似為 $y = 13x + 1$

9. 已知 $f(x) = 2\sin 2x + 2\cos\left(2x + \frac{\pi}{6}\right) + d$ ，其中 $d$ 為實數，已知 $f(x)$ 的最小值為 $-5$ ，

試選出以下正確的選項。

- (1)  $d = -3$  (2)  $f(x)$ 的最大值為5 (3)  $f(x)$ 的週期為 $4\pi$   
 (4)  $y = f(x)$ 的圖形與 $y = -2$ 的圖形在區間 $[0, \pi]$ 有兩個交點  
 (5) 已知 $(a, b)$ 在 $f(x)$ 的圖形上，則 $\left(\frac{\pi}{3} - a, b\right)$ 也在 $f(x)$ 的圖形上

10. 如圖， $ABCDE$ 五點所圍出的封閉區域為 $\Omega$ ，其中 $A(0,1)$ 、 $B(4,3)$ 、 $C(8,1)$ 、 $D(4,7)$ 、 $E(0,9)$ ，且 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 三點在圓 $\Gamma$ 上，試選出以下正確的選項。

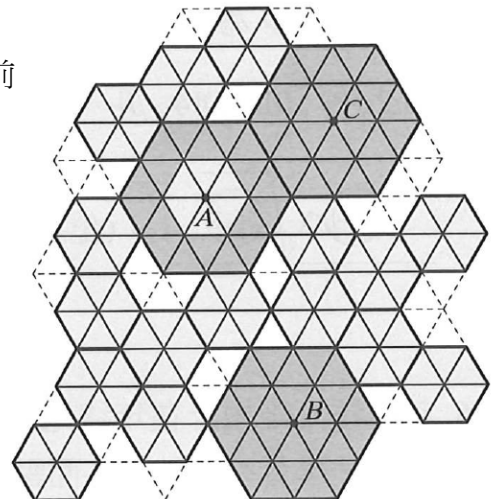


- (1) 封閉區域 $\Omega$ 為 
$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y+2)^2 \geq 25 \\ x+2y \leq 18 \\ 3x+2y \leq 26 \end{cases}$$

- (2) 設 $L$ 為過圓 $\Gamma$ 上 $C$ 點之切線，則 $D$ 、 $E$ 兩點在 $L$ 的異側 (3) 封閉區域 $\Omega$ 的面積 $< 40$   
 (4) 設 $P$ 為區域 $\Omega$ 內一點(含邊界)，則 $P$ 點到直線 $4x - 3y = -40$ 的最短距離為3  
 (5) 設 $Q(a, b)$ 為區域 $\Omega$ 內一點(含邊界)，則 $\sqrt{(a+4)^2 + (b-6)^2}$ 的最大值為13。

11. 右圖是高雄流行音樂中心在高音塔建築外觀的平面示意圖。在假設圖中每個小正三角形的邊長為1的前提下，請選出正確的選項。(1)  $\angle CAB = 90^\circ$

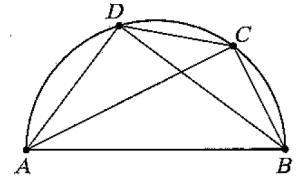
- (2)  $\overrightarrow{AB}$ 在 $\overrightarrow{AC}$ 上的正射影為 $\frac{-1}{4}\overrightarrow{AC}$   
 (3)  $|\overrightarrow{AB} + t\overrightarrow{AC}|$ 的最小值為 $\frac{11}{2}$   
 (4) 若 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{PC} + \frac{4}{5}\overrightarrow{PB}$ ，則 $P$ 在 $\triangle ABC$ 的內部  
 (5) 承(4)，若 $\overrightarrow{AP} = \frac{3}{5}\overrightarrow{PC} + \frac{4}{5}\overrightarrow{PB}$ ，則 $\triangle APC$ 的面積  
 $= \frac{1}{4} \cdot \triangle ABC$ 的面積



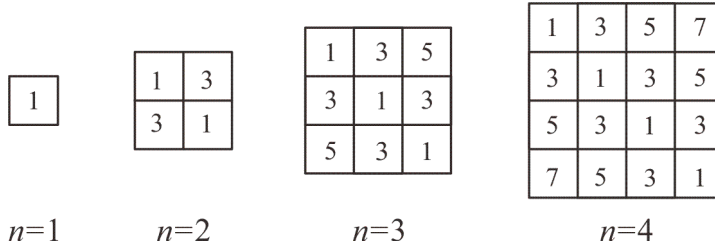
三、選填題(占 30 分)

12. 曉明自製了一組共 21 張的卡牌，其中紅色、黃色和藍色的卡牌各有 7 張，每種顏色的卡牌上各標記了 1 到 7 號。將這 21 張卡牌隨機弄混順序以後，同時取出三張卡牌。假設每張卡牌被取出的機率相等，則這三張卡牌上的號碼為連續三整數的機率是\_\_\_\_\_。  
(化為最簡分數)

13. 如圖， $ABCD$  為一圓內接四邊形，其中  $\overline{AB}$  為直徑， $\overline{AC}$  為  $\angle DAB$  的角平分線，若  $\overline{AD} = 6$ ， $\overline{DB} = 8$ ，則  $\overline{CD} =$ \_\_\_\_\_。  
(化為最簡根式)



14.



$n=1$

$n=2$

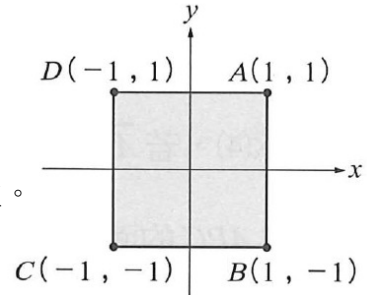
$n=3$

$n=4$

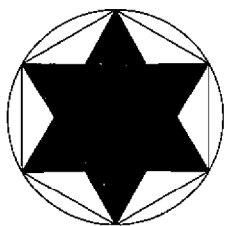
如上所示，設  $\langle a_n \rangle$  表示  $n \times n$  方格內數字的總和且  $a_n = a_{n-1} + f(n)$ ，  
則  $a_7 - f(6) =$ \_\_\_\_\_。

15. 已知  $ABCD$  為平面上凸四邊形，此四點的極坐標表示法分別為  $A[0, 0]$ 、 $B[4, \alpha]$ 、 $C[2\sqrt{19}, 0]$ 、 $D[4, \beta]$ ，其中  $0 \leq \alpha \leq \frac{\pi}{2}$ ，若  $\angle ABC = \frac{2\pi}{3}$  且  $\angle BAD = \frac{\pi}{3}$ ，  
則  $\triangle ACD$  的面積為\_\_\_\_\_。(化為最簡根式)

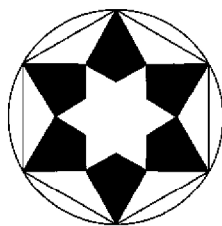
16. 某科技大廠預計在年終尾牙舉辦加碼抽年終獎金的活動，規則如下：抽獎者丟擲一次各面點數為 1, 2, 3, 4, 5, 6 的公正骰子，按照骰子擲出的數字，讓動點  $P$  在  $xy$  平面上移動，假設  $P$  從原點出發，  
(1) 若骰子出現的數字為偶數，則動點  $P$  向右移動一個單位，如為奇數則向左移動一個單位。  
(2) 若骰子出現的數字為質數，則動點  $P$  向上移動一個單位，如為非質數則向下移動一個單位。  
當點  $P$  移動到  $A(1, 1)$  時，可獲得加碼的年終獎金 9000 元，  
當點  $P$  移動到  $B(1, -1)$  時，可獲得加碼的年終獎金 6000 元，  
當點  $P$  移動到  $C(-1, -1)$  時，可獲得加碼的年終獎金 3000 元，  
當點  $P$  移動到  $D(-1, 1)$  時，可獲得加碼的年終獎金 0 元，  
則抽獎者參與遊戲一次可獲得額外加碼的年終獎金期望值為\_\_\_\_\_元。



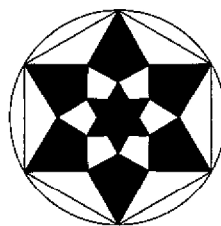
17. 曉東想利用圓內接正六邊形及其正六角星製造出一美麗徽章，如圖(四)所示，其方法為



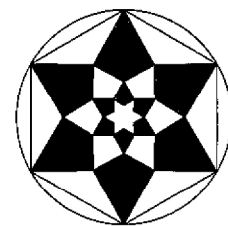
圖(一)



圖(二)



圖(三)



圖(四)

- (1)畫出第一個正六角星，並將其塗成黑色，如圖(一)。  
 (2)畫出第二個正六角星，並將其塗成白色，如圖(二)。  
 (3)畫出第三個正六角星，並將其塗成黑色，如圖(三)。  
 (4)畫出第四個正六角星，並將其塗成白色，如圖(四)。  
 已知此徽章的半徑為 6 公分，則此徽章黑色部分的面積為\_\_\_\_\_平方公分。  
 (化為最簡根式)

**第貳部分：混合題或非選擇題(占 15 分)**

**18-19 題為題組**

國家發展委員會於 2022 年 3 月正式公布「臺灣 2050 淨零排放路徑及策略總說明」，其中的運輸項目提到預計在 2040 年電動車及電動機車市售比達 100%。因此政府近幾年皆有提供電動機車的購買補助。滿 18 歲的曉高為了響應淨零排放的行動，於今年 8 月時購買了一臺電動機車，電動機車與一般機車的使用習慣不同，主要的差異有兩點：

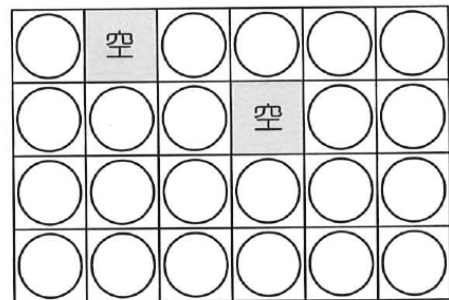
- (1)一般機車的動力來源是無鉛汽油，而電動機車的動力來源是電池。當電池沒電的時候需至電池交換站換取新電池，電池交換站常設在加油站、便利商店外。  
 (2)電池資費的計價方式是根據騎乘公里數的多寡來做選擇。

試根據以上資訊，回答下列問題：

- 18.曉高目前的電池資費為甲方案，根據過去這幾個月的騎乘經驗，他每個月騎乘的里程都超過 300 公里且少於 600 公里，試問：依據下述資費方案，當曉高每個月騎乘的里程超過\_\_\_\_\_公里時，選擇乙方案會較甲方案划算。(選填題，6 分)

資費方案	甲	乙	丙
預選里程	0~300公里	0~600公里	不限里程
月繳金額	500元	800元	1200元
額外里程	超過 300公里每公里 2.5 元	超過 600公里每公里 1.5 元	無

- 19.曉高想要交換 2 顆滿格的電池，根據 APP 搜尋，來到一個共有 24 個插槽的電池交換站，看到有 2 個空插槽且其餘的 22 個插槽皆放了滿格電池，如圖所示。交換電池的步驟如下：



- (a) 將兩顆沒電的電池放入空插槽中  
 (b) 認證與上傳里程資料後，交換站會同時彈出兩顆電池  
 (c) 將兩顆滿格電池再放回車廂則曉高在此次換電池的過程中，同時彈出的兩顆電池在不同行且不同列的情況有多少種？(非選擇題，9 分)

**RA395 新竹區高中 111 學年度學測模擬考(數 A)試題(111-E3)**

**參考答案**

- 選擇題：1. (3) 2. (1) 3. (3) 4. (2) 5. (4) 6. (2)(3)(4)(5) 7. (1)(2)(3) 8. (2)(5) 9. (1)(4)  
 10. (2)(3)(5) 11. (2)(3)(4)

- 選填題：12.  $\frac{27}{266}$  13.  $2\sqrt{5}$  14. 202 15.  $4\sqrt{3}$  16. 4000 17.  $\frac{80\sqrt{3}}{3}$

- 混合題：18. 420 19. 151